

Die Bedeutung der Markttransparenz im
CO₂-Emissionshandel für das Risiko-
management bei Stromerzeugungs-
unternehmen

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines
Doktor rerum politicarum
(Dr. rer. pol.)

an der
Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät
der Technischen Universität Dortmund

Lehrstuhl für Investition und Finanzierung
Prof. Dr. Jack Wahl

vorgelegt von

Dipl.-Ök. Sebastian Thamm

Dortmund, 26.03.2015

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	V
Tabellenverzeichnis	VII
1 Einführung und Aufbau der Arbeit	1
1.1 Problemstellung	1
1.2 Aufbau der Arbeit	11
2 Information und ökonomische Entscheidungen unter Unsicherheit	15
2.1 Ökonomische Entscheidungen unter Unsicherheit	17
2.1.1 Klassische Entscheidungsprinzipien	17
2.1.2 Das Bernoulli-Prinzip	18
2.1.3 Maße für das Verhalten unter Unsicherheit	28
2.2 Information und ökonomische Entscheidungen unter Unsicherheit . . .	35
2.2.1 Zusätzliche Information in Entscheidungssituationen unter Un- sicherheit	35
2.2.2 Der Wert von zusätzlicher Information in ökonomischen Ent- scheidungssituationen unter Unsicherheit	45
2.2.2.1 Die Änderung des erwarteten Nutzens durch den Erhalt von zusätzlicher Information	45
2.2.2.2 Der zusätzliche monetäre Wert von Information	57
2.2.2.3 Der Vergleich des Wertes von zusätzlicher Information mit Hilfe von Sicherheitsäquivalenten	64

2.2.3	Risikoaversion und der Wert von Information	67
2.2.3.1	Beeinflussung der Bewertung von zusätzlicher Information durch den Grad der Risikoaversion	68
2.2.3.2	Risikoaversion und die Änderung des Erwartungsnutzens durch zusätzliche Information	71
2.2.3.3	Risikoaversion und die Änderung der Höhe des Sicherheitsäquivalents durch zusätzliche Information	75
2.2.3.4	Risikoaversion und die Änderung der Höhe des monetären Wertes durch zusätzliche Information	79
2.2.4	Der Hirshleifer-Effekt und der Wert von zusätzlicher Information	83
3	Der Vergleich des Informationsgehalts von Informationssystemen	96
3.1	Der Vergleich von Informationssystemen mit Hilfe von Unsicherheitsfunktionen	97
3.2	Der Blackwell-Ansatz	105
3.3	Alternative Ansätze zur Erstellung einer Rangordnung über den Informationsgehalt von Informationssystemen	115
3.4	Zusammenhänge zwischen verschiedenen Ansätzen zur Analyse des Informationsgehalts von Informationssystemen	131
4	Gestaltung des Risikos der CO₂-Emissionskosten	139
4.1	Der deutsche Strommarkt und der Markt für CO ₂ -Zertifikate	140
4.1.1	Der deutsche Strommarkt	140
4.1.2	Die Regulierung des deutschen Strommarkts und der Markt für CO ₂ -Emissionszertifikate	148
4.2	Optimale Produktions- und Absicherungsentscheidung eines stromerzeugenden Unternehmens	158
4.2.1	Das Grundmodell eines stromerzeugenden Unternehmens und die optimale Entscheidung unter Sicherheit	158
4.2.2	Das Grundmodell eines stromerzeugenden Unternehmens unter Unsicherheit	167

4.2.2.1	Die optimale Entscheidung über die Verwendung der Produktionsfaktoren	167
4.2.2.2	Der Effekt einer Änderung der Risikoaversion sowie einer Fixkostenerhöhung	179
4.2.2.3	Die Auswirkung eines erhöhten Absatzpreises	183
4.2.2.4	Die Auswirkung von Änderungen des Erwartungswertes oder Änderungen der Varianz der Preise der CO ₂ -Emissionszertifikate	185
4.2.2.5	Die Auswirkung einer Erhöhung der Emissionsrate von Gaskraftwerken	195
4.2.3	Gestaltung des des Risikos der CO ₂ -Emissionskosten mit Hilfe von Termingeschäften	198
5	Die Rolle von Markttransparenz und Stromerzeugungsentscheidungen	215
5.1	Transparenz auf dem Energiehandelsmarkt	216
5.2	Die Rolle von Markttransparenz für die optimalen Entscheidungen eines stromerzeugenden Unternehmens	224
5.2.1	Die optimale Verwendung von Produktionsfaktoren und geänderte Markttransparenz	224
5.2.2	Die optimale Stromproduktion und geänderte Markttransparenz	237
5.2.3	Die Kosten der Stromproduktion und geänderte Markttransparenz	244
5.2.4	Der erwartete Gewinn des Stromerzeugers und geänderte Markttransparenz	248
5.2.5	Der Erwartungsnutzen und geänderte Markttransparenz	251
6	Zusammenfassung	260
	Anhang	264
	A Allgemeines	264

B Definitionen und Beweise	276
C Tabellen und Matrizen	325
Symbolverzeichnis	334
Literaturverzeichnis	341

Abbildungsverzeichnis

2.1	Vergleich von Priori- und Posteriori-Verteilung.	43
2.2	Auswirkungen von zusätzlicher Information im Vergleich zur optimalen Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung.	52
2.3	Auswirkungen einer Änderung der Risikoaversion auf den Wert von zusätzlicher Information.	72
2.4	Auswirkungen einer Änderung der Risikoaversion auf die Änderung des Erwartungsnutzens durch zusätzliche Information.	94
4.1	Die Merit-Order der deutschen Stromerzeugungskraftwerke.	145
4.2	Optimale Verwendung der Faktoren Gas und Kohle in Abhängigkeit der Erhöhung des erwarteten Preises der CO ₂ -Zertifikate.	188
4.3	Optimale Verwendung der Faktoren Gas und Kohle in Abhängigkeit der Erhöhung der Variabilität des Preises der CO ₂ -Zertifikate.	193
5.1	Zeitlicher Ablauf von Informationserhalt und Entscheidung über die Verwendung der Produktionsfaktoren.	221
5.2	Auswirkungen einer Erhöhung der Transparenz auf dem Markt für CO ₂ -Zertifikate auf den Erwartungsnutzen in Abhängigkeit des Grades der absoluten Risikoaversion.	257
A.1	Die Differenz der Erwartungsnutzen zweier Informationssysteme in Abhängigkeit des Risikoaversionsparameters α	268
A.2	Die vereinfachte Bankbilanz.	272
A.3	Kreditvergabeentscheidung und Erhalt von zusätzlicher Information. . .	273

C.1	Darstellung der Erwartungswert-neutralen Spreizung.	328
C.2	Entwicklung der Preise für CO ₂ -Zertifikate im Zeitraum 2005 bis 2013.	330
C.3	Auswirkungen einer Erhöhung der Transparenz auf dem Markt für CO ₂ -Zertifikate auf die Differenz der zugehörigen Sicherheitsäquivalente in Abhängigkeit des Grades der absoluten Risikoaversion.	333

Tabellenverzeichnis

4.1	Übersicht der für das Modell des Stromerzeugers verwendeten Variablen und Parameter.	165
4.2	Ergebnisse der komparativ-statistischen Analyse bei Unsicherheit bzgl. der CO ₂ -Emissionspreise und abnehmender absoluter Risikoaversion. . .	198
5.1	Ergebnisse der Analyse einer Erhöhung der Transparenz auf dem CO ₂ -Zertifikatemarkt.	259

Kapitel 1

Einführung und Aufbau der Arbeit

1.1 Problemstellung

Ökonomische Entscheidungen werden in der Regel unter Unsicherheit getroffen, da Größen, die die zukünftigen Konsequenzen einer heutigen Entscheidung betreffen unsicher sind. Für ein Unternehmen, welches heute die Höhe der Güterproduktion festlegen möchte, kann z. B. Unsicherheit über den Absatzpreis der produzierten Güter nach der Produktion sowie über die Preise der benötigten Produktionsfaktoren, Unsicherheit über den im Absatzzeitpunkt geltenden Wechselkurs, wenn die Güter auf einem Markt mit einer fremden Währung abgesetzt werden, oder Unsicherheit bzgl. des regulatorischen Umfeldes des Unternehmens, welches durch politische Entscheidungen beeinflusst wird, ein maßgeblich bestimmender Faktor für die Entscheidungssituation sein. Neben den genannten Risiken kann auch Unsicherheit bzgl. der technologischen Eigenschaften der Produktion oder über die am Markt absetzbare Menge an Gütern bestehen. Folglich müssen Entscheidungen auf Basis von Größen getroffen werden, die nur durch ihre zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung gegeben sind. Die Unsicherheit von Größen wie Preisen, Wechselkursen oder technologischen Faktoren überträgt sich auf Zielgrößen wie den Gewinn oder den erwarteten Nutzen aus dem Gewinn. Optimale Entscheidungen über die Produktionshöhe oder die Verwendungshöhe von Produktionsfaktoren müssen daher auf Basis von Erwartungswerten über den Gewinn des Unternehmens oder über den Nutzen des Unternehmens getroffen werden. Für die Entscheidungssituation unter Unsicherheit ist somit die Wahl von Alternativen, deren

zukünftiges Ergebnis unsicher ist, charakteristisch.¹ Mit Hilfe des Bernoulli-Prinzips kann das Verhalten eines Entscheiders bei der Auswahl von Handlungsalternativen in Situationen unter Unsicherheit untersucht werden. Dabei wird unterstellt, dass der Entscheider gemäß den Annahmen des rationalen Verhaltens agiert. Die Präferenzen des Entscheiders bei der Entscheidung über die Auswahl von Handlungsalternativen sind dann durch eine Nutzenfunktion darstellbar.²

Mit Hilfe des industrieökonomischen Ansatzes und der Anwendung des Bernoulli-Prinzips können verschiedene Arten von ökonomischen Entscheidungen z. B. bei Banken über die optimale Höhe des Kreditvergabevolumens oder bei produzierenden Unternehmen über die optimale Höhe der Produktionsmenge, der die optimale Lagerhaltungspolitik, die optimale Verwendung von Produktionsfaktoren oder die optimale Kapitalstruktur des Unternehmens untersucht werden.³ Im Rahmen der industrieökonomischen Ansätze wird der Gewinn des Unternehmens durch die Bestimmung der von den Entscheidungsvariablen und den unsicheren Größen abhängigen Erlös- und Kostenfunktion ermittelt. Unter Anwendung des Prinzips der Erwartungsnutzenmaximierung können dann die Optimallösungen für das betrachtete Entscheidungsproblem abgeleitet werden. Für die Entscheidungsträger der produzierenden Unternehmen oder Banken wird Risikoscheu als Kennzeichen des Verhaltens unterstellt.^{4 5}

Im Rahmen des Risikomanagements gestalten Unternehmen durch entsprechende Wahl ihrer Handlungsalternative die risikobehaftete Komponente ihres Gewinns. Die Steuerung von Risiken durch eine Abwälzung auf Dritte oder Teilung der Risiken mit Dritten

¹Vgl. z. B. Franke/Hax (2009): S. 298 ff., Raiffa/Schlaifer (1961): S. 3 ff. oder Savage (1972): S. 6 ff.

²Eine vollständige formale Definition des Begriffs des rationalen Verhaltens ist problematisch, da das Verhalten von Individuen durch verschiedene Faktoren beeinflusst wird, die nicht immer in einen quantitativen Zusammenhang gebracht werden können. Die von von Neumann-Morgenstern genannten Axiome sind daher als Anforderungen an das rationale Verhalten zu verstehen. (Vgl. Kapitel 2.1.2 sowie von Neumann/Morgenstern (2004): S. 9 f. und Marshak (1950): S. 111 f.) Die Betrachtung der Axiome von von Neumann/Morgenstern (2004) als Definition des rationalen Verhaltens eines Entscheiders erfolgte erstmals durch Marshak (1950).

³Vgl. für Entscheidungsmodelle über die Produktionsmenge: z. B. Hey (1981a): S. 737-757, Ishii (1977): S. 768-769 oder Sandmo (1971): S. 65-73; für Entscheidungsmodelle über die Höhe der Lagerhaltung: z. B. Broll/Wahl (2010): S. 441-450; für Entscheidungsmodelle über die Höhe der Verwendung der Produktionsfaktoren: z. B. Hartman (1976): S. 675-681, Hey (1981b): S. 364-374, Holthausen (1976): S. 94-103, Ratti/Ullah (1976): S. 703-710 oder Paroush/Wolf (1992): S. 831-844; für Entscheidungsmodelle über die optimale Kapitalstruktur: z. B. Broll/Wong (1999): S. 1-12 oder Broll/Wong (2006): S. 103-114; für Entscheidungsmodelle über die Höhe der optimalen Kreditvergabe: Broll et al. (2002): S. 1-8, Freixas/Rochet, J.-C. (2008): S. 69 ff. oder Wong (1997): S. 251-271.

⁴Vgl. z. B. Hirshleifer (1989): S. 100 ff., Machina (1987): S. 122 ff. oder Schoemaker (1982): S. 532 ff.

⁵Der industrieökonomische Ansatz ist auch bei Maximierung einer Zwei-Parameter-Präferenzfunktion anwendbar. (Vgl. z. B. Battermann et al. (2002): S. 210-213, Chavas/Pope (1982): S. 99-110 oder Meyer/Robison (1988): S. 268-272.)

durch entsprechende Verträge stellt eine von drei Möglichkeiten des Risikomanagements dar.⁶ Zudem haben Unternehmen die Möglichkeit, Investitionsprojekte entsprechend ihrer Risikopräferenz zu wählen und Schäden durch realisierte Risiken zu verhindern oder zu begrenzen. Auf den Märkten für Risiken, z. B. Finanz- oder Versicherungsmärkten, können Risiken durch vertraglich vereinbarte Zahlungen an Dritte übertragen werden.⁷ Zur Berücksichtigung der Risikogestaltung von Unternehmen können die genannten industrieökonomischen Modelle durch einen Zugang zu einem Terminmarkt, an dem das jeweilige Risiko oder die jeweiligen Risiken durch den Kauf oder Verkauf von Terminkontrakten abgesichert werden können, erweitert werden. Durch den Handel der Kontrakte besteht für das Unternehmen die Möglichkeit, das Gewinnrisiko entsprechend der Präferenz zu gestalten. Ist der Terminmarkt kompetitiv sowie unverzerrt und sind die Zahlungen der Terminkontrakte und der risikobehafteten Gewinnkomponente perfekt korreliert, kann das Risiko vollständig eliminiert werden.⁸ Auch für den Fall, dass die Zahlungen des Terminkontraktes nicht perfekt mit den Zahlungen der risikobehafteten Gewinnkomponente korreliert sind, können Ergebnisse über das Absicherungsverhalten der Risiken von Unternehmen erzielt werden.⁹ Die genannten Modelle, die auf dem industrieökonomischen Ansatz basieren, können auch zur Untersuchung der optimalen Produktion und der Absicherungsentscheidungen von Unternehmen verwendet werden, die auf Märkten mit unvollständigem Wettbewerb agieren.¹⁰

Eine Möglichkeit zur Verringerung der Unsicherheit über eine für ein Entscheidungsproblem relevante Größe, ist die Beschaffung von zusätzlicher Information.¹¹ Durch die zusätzliche Information ändert sich der Informationsstand des Entscheiders. Hieraus resultiert eine Veränderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung über die unsichere Größe, da die Bildung der subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung von der Menge der zur Verfügung stehenden Information abhängt. Durch die zusätzliche Information kann

⁶Studien belegen, dass Unternehmen Derivate und Terminkontrakte in großem Umfang zur Risiko- steuerung verwenden. In Abhängigkeit der Unternehmensgröße nutzen zwischen 91% und 96% aller Unternehmen Derivate oder Terminkontrakte zur Risikogestaltung. (Vgl. ISDA (2009): S. 4 f.)

⁷Vgl. Franke/Hax (2009): S. 633 ff.

⁸Vgl. z. B. Feder et al. (1980): S. 320 f., Holthausen (1979): S. 989-995, Holthausen (1980): S. 217-223 oder Katz/Paroush (1979): S. 271-274.

⁹Vgl. z. B. Benninga et al. (1983): S. 141-145, Benninga et al. (1983): S. 155-159, Broll et al. (1995): S. 667-678 oder Lence (1995): S. 385-388.

¹⁰Vgl. Allaz/Vila (1992): S. 1-16, Eldor/Zilcha (1990): S. 17-26, Pelster (2013): S. 384-405 oder Wessel (2011).

¹¹Der folgende Artikel gibt einen umfassenden Überblick über die Relevanz von Information in öko- nomischen Entscheidungssituationen: Stiglitz (2000): S. 1441-1481.

der Entscheider eine bessere Auswahl der Handlungsalternativen treffen, da die zukünftige Entwicklung der relevanten unsicheren Größe besser prognostiziert werden kann. Die präzisere Prognose der Zufallsvariable ermöglicht folglich eine effizientere Entscheidung.¹² Ist die zusätzliche Information für das betrachtete Entscheidungsproblem relevant, kann daraus ein positiver Wert der Information resultieren. Die Ermittlung des Wertes von zusätzlicher Information kann z. B. auf Basis der Änderung des Erwartungsnutzens, der durch den Erhalt von zusätzlicher Information entsteht ermittelt werden oder durch Bestimmung eines monetären Wertes, der eine zum Erhalt der Information äquivalente Erhöhung des Erwartungsnutzens erzeugt.¹³ Die Untersuchung der Auswirkungen von zusätzlicher Information kann durch eine partialanalytische Betrachtung erfolgen, indem z. B. die Beeinflussung der optimalen Entscheidungen eines einzelnen Akteurs isoliert vom Verhalten anderer Marktteilnehmer betrachtet wird.¹⁴ Auch im Rahmen von Gleichgewichtsmodellen werden die Auswirkungen von öffentlicher und nicht öffentlicher Information auf den Wohlstand aller Marktteilnehmer sowie auf den Wohlstand der einzelnen Akteure oder z. B. auf die Preise von am Markt gehandelten Zahlungsansprüchen untersucht.¹⁵

Aus ökonomischer Perspektive führt eine Entscheidung auf Grundlage einer verbesserten Daten- und Faktenlage zur Möglichkeit, Kosten zu reduzieren bzw. zu vermeiden oder zusätzliche Erlöse zu generieren. Die Relevanz von zusätzlicher Information in Entscheidungssituationen basiert auf der Unsicherheit über die zukünftigen Ausprägungen von entscheidungsrelevanten Größen, so dass die Beeinflussung von Entscheidungsproblemen durch zusätzliche Information in allen ökonomischen Entscheidungssituationen beobachtet werden kann. Beispielsweise im Zusammenhang zu der von Zentralbanken durchgeführten Geldpolitik kann die Relevanz von zusätzlicher Information verdeutlicht werden.¹⁶ ¹⁷ Geldpolitische Entscheidungen über die Festlegung von Einlageverzinsung bei der Zentralbank oder die Einflussnahme auf makroökonomische Größen

¹²Vgl. z. B. Eeckhoudt et al. (2005): S. 123 ff., Hirshleifer (1989): S. 175 ff. oder Lawrence (1999): S. 12 ff.

¹³Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 65 ff.

¹⁴Vgl. z. B. Eckwert/Zilcha (2003): S. 43-58, Broll et al. (2010): S. 1-16 oder Hermelingmeier (2010b): S. 547-552.

¹⁵Vgl. z. B. Drees/Eckwert (2003): S. 453-463, Hirshleifer (1971): S. 561-574, Marshall (1974): S. 373-390 oder Wahl (1983).

¹⁶Vgl. z. B. Morris/Shin (2002): S. 1522 f.

¹⁷Der Stellenwert von zusätzlicher Information, die durch Zentralbanken über die von ihnen verfolgten Zielwerte und deren Höhe veröffentlicht werden, sind Gegenstand mehrerer Untersuchungen. (Vgl. z. B. Geraats (2002): S. 532-565, Geraats (2005): S. 1-26, Eijffinger/Geraats (2006): S. 1-21 oder Romer/Romer (2000): S. 429-457.)

wie beispielsweise die Inflation, zum Teil auch Wechselkurse oder die sich im Umlauf befindliche Geldmenge, sind für die ökonomischen Entscheidungen von Investoren, von Banken oder von Unternehmen relevant.¹⁸ ¹⁹ Die Einschätzungen der Marktteilnehmer über die Entwicklung der makroökonomischen Größen werden in den subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilungen über die zukünftigen Realisationen der Größen wiedergespiegelt. Auf deren Basis werden ökonomische Entscheidungen getroffen. Ankündigungen über die Höhe von Zielwerten für die von einer Zentralbank verfolgten Zielgrößen werden bei der Bildung von Erwartungen berücksichtigt. Aufgrund des Verständnisses für die eigenen geldpolitischen Maßnahmen und deren Wirkungsweisen verwenden Marktakteure die von der Zentralbank kommunizierten erwarteten Werte der makroökonomischen Größen bei der Erstellung ihrer eigenen Prognosen.²⁰ Neben Ankündigungen und Prognosen der Zentralbank existieren weitere Schätzungen für Größen wie die Inflation, das Bruttoinlandsprodukt oder das Beschäftigungsniveau, die von verschiedenen Institutionen veröffentlicht werden.²¹ Der Erhalt dieser Prognosen über die Entwicklung kann als zusätzliche Information betrachtet werden, die es den Marktteilnehmern ermöglicht, eine bessere Prognose von unsicheren und entscheidungsrelevanten Größen zu tätigen. Dies ist z. B. bei der Festlegung der Nominallöhne durch die Tarifparteien der Fall. Bei Lohnverhandlungen sind insbesondere die Inflationserwartungen relevant, da durch eine höhere erwartete Inflation bei gegebenem Nominallohn der reale Lohn sinkt. Unter Berücksichtigung der erwarteten Inflation werden Tarifparteien in dieser Situation versuchen, den Rückgang des Reallohns durch höhere Nominallöhne auszugleichen.²² Eine Verbesserung des Informationsstandes der Verhandlungsparteien durch Prognosen von der Zentralbank und anderen Forschungsinstitutionen führt zu einer Festlegung von Löhnen, die besser zu der Preisentwicklung

¹⁸Die Europäische Zentralbank versucht makroökonomische Größen durch Offenmarktgeschäfte, ständige Fazilitäten sowie die Festlegung von Mindestreserven, die Banken als Einlagen bei der Zentralbank vorhalten müssen, zu steuern. Dabei wird als Hauptziel die Stabilisierung der Preise verfolgt. Andere Ziele werden nachgeordnet verfolgt, insofern das Primärziel der Preisstabilität nicht beeinflusst wird. (Vgl. z. B. Europäische Zentralbank (2011): S. 101 ff. oder Mitglieder der Europäischen Union (1992): Artikel 105, Absatz 1.)

¹⁹Die von verschiedenen Zentralbanken verfolgten Ziele können variieren. Alternative Ziele können z. B. die Steuerung des Geldmengenwachstums, eine Zielrate für die Inflation oder die Einhaltung des Zielkorridors für die Inflationsraten sein. (Vgl. z. B. Blanchard/Illing (2009): S. 777 ff.)

²⁰Vgl. Blanchard/Illing (2009): S. 505 ff. und Romer/Romer (2000): S. 435 ff. und 445.

²¹Forschungsinstitute, wie das Institut für Weltwirtschaft an der Universität Kiel (IfW), das Rheinisch-Westfälisches Institut für Wirtschaftsforschung in Essen (RWI) oder das Deutsche Institut für Wirtschaftsforschung in Berlin (DIW) veröffentlichen Schätzungen über die Entwicklung von makroökonomischen Größen.

²²Vgl. z. B. Blanchard/Illing (2009): S. 199 ff.

passen im Vergleich zur Situation ohne die zusätzliche Information.^{23 24}

Der Strommarkt unterscheidet sich von anderen Gütermärkten durch die Homogenität des Gutes Strom sowie durch dessen Nicht-Speicherbarkeit. Die Erzeugung von Strom kann mit verschiedenen Technologien erfolgen, so dass für einen Stromerzeuger neben der Entscheidung der zu produzierenden Strommenge auch die Entscheidung über zur Produktion zu verwendende Technologien von Bedeutung ist.²⁵ In der vorliegenden Arbeit wird ein partialanalytisches Modell eines Stromerzeugers vorgestellt, welches die besonderen Eigenschaften von Strom berücksichtigt. Ein Modell zur Untersuchung des Entscheidungsverhaltens eines Energieerzeugenden Unternehmens, basierend auf dem industrieökonomischen Ansatz, ist in der Literatur bisher noch nicht vorhanden. In der Literatur gibt es verschiedene Modellansätze, um das Entscheidungsverhalten von Akteuren auf dem Energiemarkt zu untersuchen. Da aufgrund der leitungsgebundenen Übertragung sowie Kapazitätsbeschränkungen der Stromübertragung der Stromerzeugungsmarkt, trotz regulatorischer Anstrengungen der Marktöffnung, zum Teil durch unvollständigen Wettbewerb gekennzeichnet ist, existieren viele Modelle, bei denen die strategische Interaktion zwischen den Marktteilnehmern bei der Festlegung der Stromerzeugung und der Stromerzeugungskapazitäten im Vordergrund steht. Es wird z. B. angenommen, dass die Entscheidung über die Produktionshöhe von Strom die Entscheidung der anderen Stromerzeuger über deren Stromerzeugung beeinflusst. Aus diesem Grund werden Modelle, die auch zur Untersuchung von oligopolistischen Märkten verwendet werden, für die Untersuchung des Verhaltens von Akteuren auf dem Energiemarkt häufig genutzt.²⁶ Alternativ basieren die Untersuchungen auf Modellen, die zur Analyse des Entscheidungsverhaltens von Teilnehmern auf Märkten mit vollständigem Wettbewerb verwendet werden und durch entsprechende Nebenbedingungen, die sich auf Kapazitätsbeschränkungen der Durchleitung oder die simultane Kongruenz

²³Der Grad der Unsicherheit über die Inflation und damit über die festzulegenden Nominallöhne wirkt über die Höhe der Beschäftigung auch auf die Höhe der aggregierten Produktion in einer Volkswirtschaft. (Vgl. Berlemann (2005): S. 175.)

²⁴Ein anderes Beispiel, welches die Relevanz von zusätzlicher Information unterstreicht, ist die Wahl des Erntezeitpunktes von Weintrauben. Eine Verlängerung der Reifezeit erhöht die Qualität der Trauben und somit auch den Absatzpreis. Tritt vor dem Erntezeitpunkt Regen auf, wird dadurch die Qualität und damit der Absatzpreis der Trauben stark verringert. Das Entscheidungsproblem besteht in der Abwägung der zusätzlichen Gewinne durch zusätzliche Reifezeit und dem Verlustrisiko im Fall von auftretendem Regen vor der Ernte. Zusätzliche Wetterinformationen können zu verbesserten Prognosen über das Auftreten von Regen führen und so die Entscheidung über den Erntezeitpunkt verbessern. (Vgl. Lave (1963): S. 151-164.)

²⁵Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 294 f. sowie S. 298 ff.

²⁶Vgl. z. B. Day et al. (2002): S. 597-607, Ellersdorfer (2005): S. 1-32, Garcia-Alcade et al. (2002): S. 1-6, Murphy/Smeers (2005): S. 650 ff., Powell (1993): 444-453, oder Smeers (1997): S. 1-31.

der Erzeugung und Nachfrage von Strom beziehen.²⁷ Grundsätzlich sind die Modelle für die Untersuchung der Entscheidung über die optimale Höhe der Stromproduktion hinsichtlich ihres Zeithorizontes, der betrachtet wird, zu unterscheiden. Kurzfristig kann ein Stromerzeuger die Nutzung von vorhandenen Kapazitäten steuern und an Änderungen von exogenen Faktoren anpassen. Nur in einer langfristigen Perspektive besteht für Stromerzeuger die Möglichkeit, Anpassungen der vorhandenen Erzeugungs- oder Leitungskapazitäten vorzunehmen.²⁸ Neben der Differenzierung der Stromerzeugermodelle nach der unterstellten Marktstruktur, können die Modelle auch danach unterschieden werden, ob sie partialanalytisch das Verhalten von nur einem Akteur betrachten oder ob sie das Verhalten und die entsprechende Interaktion aller Akteure berücksichtigen. Die bereits genannten Modelle zur Berücksichtigung des unvollständigen Wettbewerbs zählen zu den Gleichgewichts-Modellen. Durch partialanalytische Ansätze wird das Verhalten eines einzelnen Akteurs oder Unternehmens am Markt hinsichtlich der Entscheidung über die Stromerzeugung oder das Absicherungsverhalten untersucht.²⁹ ³⁰

Durch die Einführung des CO₂-Emissionshandelssystems entsteht für Stromerzeugungsunternehmen ein zusätzlicher Kostenfaktor, der die Entscheidungen über die Produktionshöhe oder über Investitionen in neue Stromerzeugungsanlagen beeinflusst.³¹ Dementsprechend haben die Höhe der Preise der Zertifikate oder der Grad ihrer Preisunsicherheit einen wesentlichen Einfluss auf die Entscheidungen der Teilnehmer am Strommarkt. Die Untersuchung der Auswirkungen der eingeführten Emissionszertifikate auf den Markt ist für die Forschung sowie für die Regulatoren von besonderem Interesse.³² Da die Einführung der Emissionskosten die Grenzkosten der Stromerzeu-

²⁷Vgl. z. B. Baldursson/Fehr (2012): S. 213-233, Murphy/Smeers (2005): S. 649, Ramos et al. (1998): S. 233-242, Smeers (1997): S. 9 ff. oder Wogrin et al. (2011): S. 2527 ff.

²⁸Mit Hilfe des von Gotham, Muthuraman, Preckel, Rardin, und Ruangpattana vorgestellten Modells werden auf Basis der erwarteten Kosten und der Varianz der Kosten Aussagen über die kosten- und risikoeffiziente Zusammensetzung der Stromerzeugung aus den verschiedenen Technologien abgeleitet. Auf Basis des Modells werden daher Aussagen über mittel- und langfristige Anpassung der Erzeugungskapazitäten der einzelnen Technologien hergeleitet. (Vgl. Gotham et al. (2009): S. 249-256.)

²⁹Vgl. z. B. Fleten et al. (2002): S. 71-93, Oum/Oren (2009): S. 43-56 oder Oum/Oren (2010): S. 107-122.

³⁰Der Artikel von Ventosa, Baíllo, Ramos und Rivier aus dem Jahr 2005 gibt einen umfassenden und ausführlichen Überblick über die verschiedenen mathematischen Ausprägungen, die jeweils unterstellten Annahmen über die Wettbewerbsstruktur am Markt sowie den Grad, mit dem die Interaktion mit anderen Marktteilnehmern berücksichtigt werden kann. (Vgl. Ventosa et al. (2005): S. 897-913.)

³¹Vgl. z. B. Konstantin (2013): S. 126.

³²Die Auswirkungen auf die Entscheidungen der Marktteilnehmer über die Stromproduktion oder die

gung beeinflusst und die Einsatzreihenfolge der Stromerzeugungsanlagen kurzfristig gemäß ihrer Grenzkosten bestimmt wird, können die Emissionskosten die Einsatzreihenfolge verändern.³³ Auch im Rahmen der bereits genannten Gleichgewichtsmodelle können die Auswirkungen der CO₂-Emissionszertifikate auf die Produktionsentscheidungen sowie den sich am Markt ergebenden Strompreis untersucht werden.³⁴

Im Rahmen des in dieser Arbeit erstellten Modells erfolgt die Ermittlung der optimalen Stromproduktion unter Berücksichtigung der Nutzungsmöglichkeiten von verschiedenen Stromerzeugungskraftwerken. Betrachtet wird ein Unternehmen, das zur Erzeugung von Strom zwei Brennstoffe und daher zwei Kraftwerkstypen zur Erzeugung von Strom nutzen kann. Die unterschiedlichen Eigenschaften der Stromerzeugungstechnologien werden durch unterschiedliche Umwandlungsfaktoren von Rohstoff pro Einheit in Energie sowie durch unterschiedliche Brennstoffkosten und CO₂-Emissionraten pro genutzter Einheit des Brennstoffes erfasst.³⁵ Durch Aufstellung der Gewinngleichung des Stromerzeugers analog zum allgemeinen industrieökonomischen Ansatz und Maximierung des Erwartungsnutzens des Gewinns kann das Entscheidungsverhalten des Stromerzeugers analysiert werden.³⁶ Für das Unternehmen besteht das Entscheidungsproblem in der nutzenmaximierenden Wahl der Verwendung der Produktionsfaktoren zur Stromerzeugung, wobei angenommen wird, dass das Unternehmen Strom durch Nutzung von Gas- und von Kohlekraftwerken erzeugen kann. Durch die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren Gas und Kohle wird die optimale Stromprodukti-

Auswirkung auf die Höhe der Strompreise werden in der Literatur untersucht. (Vgl. z. B. Chapple et al. (2013): S. 1-33, Ben-David et al. (2000): S. 590-600 oder Keppler/Cruciani (2010): S. 4280-4290.)

³³Vgl. z. B. Delarue/D'Haeseleer (2008): S. 843-853, Erdmann/Zweifel (2008): S. 347 ff. sowie 360 ff. oder Green (2008): S. 67-89.

³⁴Vgl. z. B. Chernyavs'ka/Gulli (2008): S. 408-421.

³⁵Stromerzeugungsunternehmen sind nur dann zur Emission von CO₂ berechtigt, wenn Sie CO₂-Emissionszertifikate, die zur Emission von einer Tonne CO₂ berechtigen, in entsprechendem Umfang besitzen. Die Anforderung resultiert aus der Vereinbarung des Kyoto-Protokolls, welches von mehreren Ländern unterzeichnet wurde, ein Handelssystem für CO₂-Emissionen einzuführen. (Vgl. z. B. Konstantin (2013): S. 126.)

³⁶Es existieren auch Modelle die auf einem portfeuilletheoriebasierten Ansatz sowie unsicheren Kosten der Stromerzeugung basieren und die optimale Nutzung der verschiedenen Stromerzeugungstechnologien bestimmen. Die unsicheren Kosten sind durch deren entsprechenden Erwartungswert und deren Standardabweichung gegeben. Neben den Kosten der Brennstoffe werden auch andere Kosten, wie z. B. Betriebskosten berücksichtigt. (Vgl. z. B. Awerbuch/Berger (2003): S. 1-70, Bar-Lev/Katz (1976): S. 933-947 oder Roques et al. (2008): S. 1831-1849.) Im Rahmen des Modells von Sunderkötter und Weber wird auf Basis eines portfeuilletheoriebasierten Ansatzes das optimal zu installierende Kapazitätswolumen der einzelnen Stromerzeugungstechnologien auf Basis ihrer Kosten der Stromerzeugung sowie unter Berücksichtigung einer mengenabhängigen Nachfragefunktion und der Merit-Order des Kraftwerkseinsatzes ermittelt. (Vgl. Sunderkötter/Weber (2009): S. 1-39.)

on festgelegt, die am Markt abgesetzt wird. Durch die Einführung von Unsicherheit bzgl. der Preise der CO₂-Emissionszertifikate wird deren Auswirkung auf die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren untersucht. Zudem wird die Beeinflussung der optimalen Faktorverwendungen durch Änderungen der Wahrscheinlichkeitsverteilung des unsicheren Preises der CO₂-Zertifikate oder durch eine Änderung der CO₂-Emissionsrate eines Kraftwerkstyps untersucht. Des Weiteren ist die Auswirkung von einem für das Stromerzeugungsunternehmen zugänglichen kompetitiven Terminmarkt auf die optimalen Entscheidungen bzgl. der Verwendung von Gas und Kohle von Interesse. Durch den Kauf oder Verkauf von Terminkontrakten kann das Unternehmen Risiken teilweise oder sogar vollständig absichern. Die verschiedenen Fragestellungen werden mit Hilfe des partialanalytischen Modells des Stromerzeugungsunternehmens untersucht. Auch im Rahmen von anderen Modellarten können die Auswirkungen der Kosten der CO₂-Emission sowie die Konsequenzen von Unsicherheit über die zukünftigen politischen Entscheidungen zur CO₂-Emissionsreduzierung untersucht werden. Im Rahmen von allgemeinen Gleichgewichtsmodellen einer Volkswirtschaft kann beispielsweise das Investitionsverhalten in Investitionsprojekte zur Stromerzeugung mit unterschiedlich hohen Emissionsraten in Abhängigkeit von der Unsicherheit über politische Entscheidungen sowie in Abhängigkeit von technologischen Unsicherheiten untersucht werden.³⁷

Der Energiemarkt unterliegt einer Vielzahl an regulatorischen Vorschriften, die die ökonomischen Entscheidungen über die Stromproduktion, über die Verwendung von Produktionsfaktoren sowie die Kosten der Stromerzeugung beeinflussen. Von besonderer Bedeutung sind Vorschriften, die zur Erreichung ökologischer Ziele eingeführt wurden, wie z. B. das Handelssystem für CO₂-Emissionsberechtigungs-zertifikate sowie Regulierungen zur Erhöhung der Markttransparenz.³⁸ Durch die Einführung des CO₂-Handelssystems sollen externe Effekte der Erzeugung von Strom durch die Verbrennung von fossilen Brennstoffen über einen Marktmechanismus den Kosten der Stromerzeugung hinzugerechnet werden. Mit der Einführung des Markttransparenzstellengesetzes ist u. a. die Schaffung einer Institution verbunden, die Markt- und Handelsdaten des Energiemarktes sammelt und hinsichtlich Abnormalitäten, die auf nicht marktkonformes Verhalten oder Insider-Handel hindeuten, analysiert. Zudem sollen Teile der

³⁷Vgl. z. B. Bistline/Weyant (2013): S. 143-160 oder Morris et al. (2014): S. 12-28.

³⁸Vgl. z. B. Verordnung über die Integrität und Transparenz des Energiegroßhandelsmarktes sowie das aus der Umsetzung und Konkretisierung der REMIT-Verordnung stammende Markttransparenzstellengesetz. (Vgl. Europäisches Parlament (2011) und Europäisches Parlament (2012).)

gesammelten Daten für alle Marktteilnehmer zugänglich gemacht werden.

Wird durch die eingeführten regulatorischen Vorschriften eine höhere Markttransparenz erzielt, z. B. durch die Veröffentlichung von Daten über Handelsvolumina von Rohstoffen oder die Menge an erzeugtem Strom, können diese Daten als zusätzliche Information, die für alle Marktteilnehmer zugänglich gemacht wird, aufgefasst werden. Da die Anzahl der am Markt verfügbaren CO₂-Zertifikate aufgrund der CO₂-Reduktionsziele begrenzt ist, resultiert ein großer Teil der Unsicherheit über die Preisentwicklung aus der Unsicherheit über die Knappheit der Zertifikate.³⁹ ⁴⁰ Unsicherheit über die Preisentwicklung entsteht zudem durch Unsicherheit bzgl. zukünftiger politischer Entscheidungen über die Regulierung des CO₂-Zertifikatehandelssystems. Eine verbindliche Festlegung des regulatorischen Rahmens verringert die Unsicherheit über die CO₂-Zertifikatepreise und erhöht die Markttransparenz. Eine Erhöhung der Markttransparenz kann als eine Verbesserung des Informationsstandes interpretiert werden, die den Teilnehmern eine präzisere Prognose der Preisentwicklung ermöglicht.⁴¹

Unter Verwendung des Ansatzes von Blackwell ist es möglich Informationssysteme hinsichtlich ihres Informationsgehalts zu unterscheiden. Ein Informationssystem ist durch eine gemeinsame Verteilung von Informationssignalen und den unsicheren Umweltzuständen gegeben, wobei zwischen den Signalen des Systems und den Umweltzuständen ein stochastischer Zusammenhang vorhanden ist. Ist zwischen zwei Informationssystemen ein bestimmter Zusammenhang feststellbar, können die Systeme miteinander verglichen werden. Unter dem stochastischen Zusammenhang zwischen den Systemen wird eine Transformation des einen Systems in das andere System verstanden, bei dem ein Teil des Informationsgehalts des ursprünglichen Systems verloren geht.⁴² Weist das Entscheidungsproblem bestimmte Eigenschaften auf, kann eine Aussage über die Wirkung von zusätzlicher Information auf den Erwartungsnutzen eines Entscheiders abgeleitet werden.⁴³ Über die Auswirkungen eines verbesserten Informationsstandes können somit die Auswirkungen einer Erhöhung der Markttransparenz auf die Entscheidung

³⁹Vgl. z. B. Ströbele et al. (2012): S. 353 ff.

⁴⁰Ziel von Forschungsarbeiten ist unter anderem auch die Erstellung von Prognosen über die Entwicklung der zukünftigen CO₂-Emissionen. Dabei werden verschiedene Szenarien über die Entwicklungen des Produktionsniveaus von einzelnen Ländern sowie verschiedene Szenarien für das Verhalten von Regulatoren und deren gesetzliche Zielsetzungen über die Emissionsentwicklungen betrachtet. (Vgl. z. B. Webster et al. (2008): S. 1-81.)

⁴¹Vgl. z. B. Stiglitz (2000): S. 1466 ff.

⁴²Vgl. Blackwell (1951): S. 93-102, Blackwell (1953): S. 265-272 und Blackwell/Girshik (1954): S. 324 ff.

⁴³Vgl. Kihlstrom (1984): S. 18 ff.

eines Stromerzeugers untersucht werden. Für den vorgestellten industrieökonomischen Ansatz eines erwartungsnutzenmaximierenden Stromerzeugers werden die Änderungen der optimalen Entscheidung über die erwartete Verwendung von Gas und Kohle zur Stromerzeugung, die Änderung der erwarteten Kosten, die Änderung des erwarteten Gewinns oder z. B. die Änderung des Erwartungsnutzens durch eine Erhöhung der Transparenz auf dem CO₂-Zertifikatemarkt untersucht.⁴⁴

1.2 Aufbau der Arbeit

Die vorliegende Arbeit ist in insgesamt sechs Kapitel unterteilt. Im ersten Kapitel ist neben dieser Vorstellung des Aufbaus der Arbeit in Abschnitt 1.1 eine Einleitung enthalten, in der der verwendete Modellrahmen sowie die Anwendung des Modells auf den Energiemarkt und die Untersuchung der Relevanz von Markttransparenz erläutert werden.

Im zweiten Kapitel der Arbeit wird in Abschnitt 2.1 zunächst in den beiden ersten Unterabschnitten die Entscheidungssituation unter Unsicherheit charakterisiert und verschiedene Entscheidungsprinzipien erläutert. Zu den vorgestellten Prinzipien gehören die klassischen Prinzipien und das Bernoulli-Prinzip. Im anschließenden Unterabschnitt erfolgt die Darstellung von Maßen, mit deren Hilfe die Risikoeinstellung eines Entscheiders charakterisiert und quantifiziert werden kann. Der folgende Abschnitt 2.2 beinhaltet eine Erweiterung des Entscheidungsmodells unter Unsicherheit um den Erhalt von zusätzlicher Information in Form eines Informationssignals, welches Information über die betrachtete unsichere Größe enthält. Diese Erweiterung erfolgt im ersten Unterabschnitt. Im darauffolgenden Unterabschnitt werden unterschiedliche Ansätze vorgestellt, mit denen der Wert von zusätzlicher Information bestimmt werden kann. Die Ansätze basieren z. B. auf der Bestimmung der Differenzen zwischen den Erwartungsnutzen der Situationen mit und ohne zusätzliche Information oder auf Basis von monetären Werten der zusätzlichen Information, die als partielle Sicherheitsäquivalente interpretiert werden können. In einem weiteren Unterabschnitt werden Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Maßen des Wertes von zusätzlicher Information des

⁴⁴Es existieren weitere Forschungsarbeiten, die ebenfalls auf Basis des Blackwell-Ansatzes Untersuchungen über die Auswirkungen einer Erhöhung der Markttransparenz auf das Verhalten von Marktteilnehmern untersuchen, z. B. für den Interbankenmarkt, den Devisenmarkt oder den Markt für Agrarerzeugnisse. (Vgl. z. B. Ahlers et al. (2013): S. 1-10, Broll/Eckwert (2006a): S. 123-133, Broll/Eckwert (2009a): S. 974-977 oder Broll et al. (2012): S. 1618-1622.)

vorherigen Unterabschnitts und der Risikoeinstellung eines Entscheiders hergestellt. Von besonderem Interesse sind dabei Aussagen über die Relation der Werte von zusätzlicher Information sowie Aussagen über das Vorzeichen des Wertes der zusätzlichen Information in Abhängigkeit des Grades der absoluten Risikoaversion. Bevor für jedes einzelne Maß des Wertes von zusätzlicher Information die Abhängigkeit bzgl. der Höhe der Risikoaversion erläutert wird, erfolgt eine allgemeine Vorstellung der Auswirkung von zusätzlicher Information und der Risikoeinstellung. Der letzte Unterabschnitt von 2.2 zeigt, dass der Erhalt von Information nicht zwingend eine positive Auswirkung auf die Zielgröße eines Entscheiders haben muss. Für diesen Effekt, der als Hirshleifer-Effekt bezeichnet wird, ist im Rahmen eines Partial-Modells der Grad der absoluten Risikoaversion maßgeblich für die Auswirkungen von zusätzlicher Information. Wird dagegen ein Gleichgewichts-Modell betrachtet, wird die Auswirkung von zusätzlicher Information durch den Grad ihrer Zugänglichkeit für alle Marktteilnehmer bestimmt. Ein öffentliches Informationssignal kann aufgrund der nach Erhalt des Signals verringerten Möglichkeiten zum Risikotausch eine negative Auswirkung auf den erwarteten Nutzen von einzelnen Teilnehmern haben oder für alle Teilnehmer nachteilig sein.

Im dritten Kapitel werden die Ansätze zum Vergleich von Informationssystemen vorgestellt, die für die späteren Untersuchungen zu Konsequenzen von erhöhter Transparenz auf dem CO₂-Zertifikatemarkt benötigt werden. In Kapitel 3.1 wird der Informationsgehalt von Systemen auf Basis der durch die zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen gegebenen Unsicherheit verglichen. Mit Hilfe einer Unsicherheitsfunktion kann der potentielle Informationsgehalt einer Wahrscheinlichkeitsverteilung bestimmt werden, so dass durch den Vergleich der Werte der Unsicherheitsfunktion zwei Informationssysteme miteinander verglichen werden können. Im zweiten Abschnitt des dritten Kapitels wird der Blackwell-Ansatz vorgestellt, der für die Untersuchung zur Relevanz von Markttransparenz in Abschnitt 5.2 verwendet wird. Gemäß des Blackwell-Ansatzes ist ein Informationssystem dann informativer als ein zweites System, wenn zwischen beiden Systemen ein bestimmter stochastischer Zusammenhang besteht. Dies ist immer dann der Fall, wenn das weniger informative System durch eine informationsreduzierende Transformation aus dem informativeren System erhalten werden kann. Unter bestimmten Voraussetzungen kann gefolgert werden, dass der auf Basis des informativeren Systems ermittelte Erwartungsnutzen größer oder gleich dem Erwartungsnutzen ist, der auf Basis des weniger informativen Systems bestimmt wurde. In Abschnitt 3.3 erfolgt eine zusammenfassende Darstellung von weiteren Ansätzen, mit denen Aussagen

über den Informationsgehalt von Informationssystemen gemacht werden können. Die verschiedenen Ansätze variieren in den Voraussetzungen der Anwendbarkeit, so dass die Menge der auf Basis der verschiedenen Ansätze vergleichbaren Informationssysteme ebenfalls variiert. Durch Abschnitt 3.4 werden Verbindungen und Zusammenhänge zwischen den Ansätzen und den Verfahren des Vergleichs der verschiedenen Ansätze aus den vorherigen Abschnitten aufgezeigt. Es werden Voraussetzungen genannt, deren Erfüllung zu einer Vereinbarkeit von verschiedenen Ansätzen führt.

Im vierten Kapitel steht die Einführung von Unsicherheit über die Preise der CO₂-Zertifikate im Vordergrund. In Abschnitt 4.1.1 und seinen Unterabschnitten werden die regulatorischen Rahmenbedingungen des deutschen Strommarktes sowie das CO₂-Zertifikatehandelssystem und dessen Entwicklung seit dem Beschluss der Einführung erläutert. Im ersten Unterabschnitt des folgenden Abschnitts, 4.2, werden das partialanalytische Modell eines stromerzeugenden Unternehmens sowie die entsprechenden Annahmen des Modells vorgestellt. Das vorgestellte industrieökonomische Modell erweitert die in der bisherigen Literatur verwendeten Ansätze durch eine Berücksichtigung von charakteristischen Eigenschaften eines Energieerzeugers. Technologische Effizienzfaktoren der Stromerzeugung, die Möglichkeit zur Erzeugung von Strom durch zwei unterschiedliche Kraftwerke sowie die Berücksichtigung von Kosten der CO₂-Emission füllen die Lücke der fehlenden Modelle von Stromerzeugern. Im zweiten Unterabschnitt von 4.2 wird Unsicherheit bzgl. des Preises der CO₂-Zertifikate eingeführt und die Auswirkung auf die Nutzung von Kohle und Gas zur Stromerzeugung untersucht. Zudem wird in diesem Unterabschnitt die Beeinflussung der optimalen Verwendung der Produktionsfaktoren durch Änderungen des Grades der absoluten Risikoaversion, der Höhe der Fixkosten, der Höhe des Absatzpreises von Strom sowie der CO₂-Emissionsrate von Gaskraftwerken analysiert. Des Weiteren werden die Effekte einer Veränderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der CO₂-Zertifikatepreise durch eine Erhöhung des erwarteten Zertifikatepreises sowie einer Erhöhung der Varianz des Zertifikatepreises betrachtet und interpretiert. Der dritte Unterabschnitt von 4.2 umfasst die Erweiterung des Modells um einen Zugang zu einem Terminmarkt auf dem CO₂-Zertifikate per Termin gehandelt werden. Werden weitere Annahmen, die den Terminmarkt betreffen, unterstellt, kann gezeigt werden, dass für den Stromerzeuger die Verwendung der Produktionsfaktoren Gas und Kohle unabhängig von der Risikoeinstellung, der Wahrscheinlichkeitsverteilung der unsicheren CO₂-Emissionskosten und den Fixkosten ist.

Im fünften Kapitel wird die Analyse der Relevanz von Änderungen der Transparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate dargestellt. Im ersten Abschnitt des Kapitels, 5.1, wird der Zusammenhang zwischen der Transparenz des CO₂-Zertifikatemarktes und derzeit gültigen Gesetzen und Regulierungen hergestellt. Ein Anstieg der Transparenz kann z. B. aus einer Erhöhung der Verfügbarkeit von Handels- und Marktdaten des CO₂-Zertifikatemarktes und des Energiemarktes resultieren. Auch eine verbindliche Festlegung zur Schaffung eines langfristig fixierten Regulierungsrahmens kann transparenzerhöhend wirken. In Abschnitt 5.2 wird zunächst die Modellierung einer Erhöhung der Markttransparenz auf dem Zertifikatemarkt mit Hilfe eines gestiegenen Informationsgehalts des Informationssystems erläutert. Die darauf aufbauende Analyse der Auswirkungen einer erhöhten Markttransparenz stellt eine neuartige Erweiterung der bisher existierenden Literatur dar. In den weiteren Unterabschnitten von 5.2 werden die Auswirkungen eines gestiegenen Grades der Markttransparenz auf die Höhe der erwarteten Verwendung von Gas und Kohle sowie die erwartete Stromproduktion untersucht. Zusätzlich werden die Vorzeichen der Änderungen der erwarteten Kosten der Stromproduktion, des erwarteten Gewinns sowie des Erwartungsnutzens bestimmt. Das sechste Kapitel beinhaltet eine Zusammenfassung der in der Arbeit erzielten Ergebnisse sowie einen Ausblick auf offene Fragestellungen sowie mögliche Ansätze zur Erweiterung des vorgestellten Modells.

Kapitel 2

Information und ökonomische Entscheidungen unter Unsicherheit

In diesem ersten Kapitel werden die Relevanz von zusätzlicher Information in ökonomischen Entscheidungssituationen sowie deren mögliche Auswirkungen auf die optimale Entscheidung beschrieben. Zunächst wird dazu die Entscheidungssituation unter Unsicherheit anhand eines Entscheiders, der seinen erwarteten Nutzen maximiert, charakterisiert. Es wird unterstellt, dass die Präferenzen durch eine von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion dargestellt werden können.¹ ² Der Entscheider befindet sich in einer Entscheidungssituation, in der das Ergebnis am Ende der aktuellen Periode und damit auch sein erwarteter Nutzen von seiner gewählten Handlungsalternative sowie der Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Umweltzustände abhängen. Auf Basis einer für den Entscheider subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Realisierungen der unsicheren Größe, die die Höhe des Ergebnisses und damit des Nutzens beeinflusst, wird durch die Wahl der Handlungsalternative der Erwartungsnutzen maximiert.³

Zusätzliche Information im Rahmen des Entscheidungsmodells wird modelliert durch ein Informationssignal, das der Entscheider vor der Wahl seiner Handlungsalternative

¹Vgl. von Neumann/Morgenstern (2004): Insbesondere Kapitel 3.

²In ökonomischen Entscheidungsmodellen wird das Bernoulli-Prinzip zur Berücksichtigung der Präferenzen von Entscheidern häufig genutzt. (Vgl. Franke/Hax (2009): S. 303 oder Eeckhoudt/Gollier (1995): S. 19.)

³Die folgende Aufzählung mit Literaturbelegen erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit und soll dem Leser lediglich einige Quellen für die Anwendung des Konzeptes der Erwartungsnutzenmaximierung bereitstellen: Vgl. Franke/Hax (2009): S. 298 ff., Hirshleifer/Riley (1992): S. 7 ff., Savage (1972): Insbesondere Kapitel 5, Henderson/Quandt (1971): Insbesondere Kapitel 2, von Neumann/Morgenstern (2004): Insbesondere Kapitel 3.

erhält und welches mit der unsicheren Größe, die das Ergebnis beeinflusst, in einem stochastischen Zusammenhang steht. Das Signal übermittelt zusätzliche Information bzgl. der unsicheren Größe. Der statistische Prozess der Verarbeitung der erhaltenen Informationen erfolgt durch eine Anpassung der Priori-Verteilung. Im Rahmen des Entscheidungsmodells zur Maximierung des Erwartungsnutzens wird dargestellt, wie der Erhalt von zusätzlicher Information die Entscheidung, d. h. die Wahl einer Handlungsalternative sowie die Höhe des erwarteten Ergebnisniveaus bzw. Nutzenniveaus beeinflussen. Ein maßgeblicher Faktor für die Auswirkung von zusätzlicher Information ist dabei die Unterscheidung zwischen öffentlicher, d. h. für jeden frei zugänglicher Information und privater, nur für den einzelnen Entscheider verfügbarer Information. In Abhängigkeit der Verfügbarkeit der Information kann sich die Auswirkung auf das erwartete Ergebnisniveaus bzw. das erwartete Nutzenniveau nach Erhalt der Information und Anpassung der a priori Verteilung unterscheiden.^{4 5} Zudem wird gezeigt, wie der monetäre Wert von zusätzlicher Information quantifiziert werden kann.

Zunächst wird in Kapitel 2.1 das allgemeine Entscheidungsmodell für einen erwartungsnutzenmaximierenden Entscheider definiert. In Kapitel 2.2.1 und 2.2.2 folgt die Erweiterung des ökonomische Entscheidungsmodells aus Kapitel 2.1 um eine Änderung des Informationsstandes des Entscheiders aus theoretischer Perspektive sowie durch Vorstellung eines Beispiels für einen Rosinenproduzenten und dessen Entscheidung über den optimalen Erntezeitpunkt. Das Kapitel 2.2.3 beinhaltet die Vorstellung verschiedener Maße, mit denen der Wert eines geänderten Informationsstandes gemessen werden kann. In den Kapiteln 2.2.4 erfolgt einer Analyse der Beeinflussung der verschiedenen Maße für den Wert von zusätzlicher Information durch die Höhe der absoluten Risikoaversion des Entscheiders. In Kapitel 2.2.5 wird untersucht, unter welchen Voraussetzungen der Erhalt von zusätzlicher Information für einen Entscheider nachteilig sein kann.

⁴Die positive Auswirkung auf den Erwartungsnutzen eines Individuums durch den Erhalt oder die Verfügbarkeit von zusätzlicher Information wird als Blackwell-Effekt bezeichnet. (Vgl. Blackwell (1951), Blackwell (1953), Blackwell/Girshik (1954): Insbesondere Kapitel 12, Bohnenblust et al. (1949), Kihlstrom (1984): S. 13 ff., DeGroot (1962), Cam (1964) oder Sherman (1951).) Die Erläuterung des Begriffs bzw. des Blackwell-Ansatzes zum Vergleich von Entscheidungssituationen mit unterschiedlichen Informationsständen erfolgt in Kapitel 3.2.

⁵Die negative Auswirkung des Erhalts oder der Verfügbarkeit von zusätzlicher Information auf den Nutzen von Individuen in einer Gruppe von Individuen wird als Hirshleifer-Effekt bezeichnet. Die Voraussetzungen für die Existenz des Hirshleifer-Effekts werden in der Literatur in verschiedenen Modellrahmen und ökonomischen Zusammenhängen untersucht. (Vgl. u. a. Drèze (1960), Eckwert/Zilcha (2003), Hakanasson et al. (1982), Hirshleifer (1971), Hirshleifer (1975), Hirshleifer/Riley (1979), Marshall (1974), Morris/Shin (2002), Schlee (2001) oder Zeckhauser (1970).) Die Erläuterung des Begriffs erfolgt in Kapitel 2.2.4.

2.1 Ökonomische Entscheidungen unter Unsicherheit

2.1.1 Klassische Entscheidungsprinzipien

Im Gegensatz zu Entscheidungen unter Unsicherheit ist die Konsequenz einer gewählten Handlung eines Entscheiders unter Sicherheit direkt ableitbar. Unsicherheit ist charakteristisch für eine Vielzahl von Entscheidungen von Individuen, da das mit der gewählten Handlung im Zusammenhang stehende Ergebnis erst zukünftig realisiert wird. Dabei ist die Höhe des eintretenden Ergebnisses abhängig von einer zuvor gewählten Handlungsalternative sowie dem eintretenden Umweltzustand, welcher im Zeitpunkt der Entscheidung über die Handlungsalternative unsicher ist. Das Ergebnis stellt eine Funktion der gewählten Handlung sowie des eingetretenen Umweltzustands dar.⁶ Die Unsicherheit resultiert aus der Unkenntnis bzw. aus der unvollkommenen Information über das Eintreten von zukünftigen Umweltzuständen, die die Auswirkungen der zuvor gewählten Handlung beeinflussen. Die zukünftigen Konsequenzen von ökonomischen und insbesondere finanzwirtschaftlichen Entscheidungen unterliegen ebenfalls den gleichen charakteristischen Auswirkungen von Unsicherheit bzw. von unvollkommener Information.

Entscheidungen unter Risiko können mit Hilfe von verschiedenen Entscheidungsprinzipien getroffen werden. Zu unterscheiden sind die verschiedenen Ansätze hinsichtlich ihrer in die Berechnung eingehenden Parameter, die sich auf die Verteilung der Ergebnisgröße beziehen.⁷ Wird die Entscheidung auf Basis des mathematischen Erwartungswertes der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Ergebnisses getroffen, werden die Entscheidungen nach dem μ -Prinzip⁸ getroffen. Die Anwendung des μ -Prinzips impliziert, dass Abweichungen vom Erwartungswert der Ergebnisgröße die Entscheidung nicht beeinflussen und der erwartete Ergebniswert die einzige Zielgröße darstellt.⁹

Werden Entscheidungen ausschließlich auf Basis des Erwartungswertes der Ergebnisgröße getroffen, bleiben andere Eigenschaften der Verteilung des Ergebnisses unbeach-

⁶Bei Entscheidungen, die unter Unsicherheit bzw. Risiko getroffen werden ist die Menge der möglichen Umweltzustände sowie die Eintrittswahrscheinlichkeit der Zustände bekannt. Dagegen ist die Entscheidungssituation unter Ungewissheit durch fehlende Kenntnis der Eintrittswahrscheinlichkeiten der Zustände charakterisiert. (Vgl. Schneeweiss (1967): S. 12.)

⁷Vgl. Schneeweiss (1967): S. 46 f.

⁸Vgl. Wald (1950).

⁹Ein Überblick über verschiedene Entscheidungsprinzipien kann im Buch von Schneeweiss (1967) gefunden werden. (Vgl. Schneeweiss (1967): S. 1 ff. und Kapitel 2.)

tet. Eine Berücksichtigung der Streuung der Realisationen der Ergebnisgröße bzw. des Risikos¹⁰, das mit der unsicheren Ergebnisgröße verbunden ist, erfolgt durch Anwendung des (μ, σ) -Prinzips.¹¹ Zusätzlich zum Mittelwert einer Verteilung wird im Rahmen des (μ, σ) -Prinzips die Standardabweichung als adäquates Risikomaß bei der Entscheidung berücksichtigt.¹² Die Verwendung des (μ, σ) -Prinzips als Entscheidungskriterium impliziert eine Reduktion der gesamten Verteilung der Ergebnisgröße auf ihre ersten beiden Momente. Zudem ist es möglich, in Abhängigkeit der gewählten Entscheidungsregel eine Aussage über das Vorzeichen der Austauschrate von Erwartungswert der Ergebnisgröße und deren Standardabweichung und damit über die Risikoeinstellung des Entscheiders zu tätigen.¹³ ¹⁴ Für die Erweiterung des μ -Prinzips sind auch andere Parameter als Maße für die Streuung des Ergebnisses denkbar, wie z. B. die Verlustwahrscheinlichkeit oder höhere Momente der Verteilung der Ergebnisgröße.¹⁵

2.1.2 Das Bernoulli-Prinzip

Entscheidungskriterien, die sich beispielsweise nur am Erwartungswert des Ergebnisses orientieren, führen zu Bewertungen von Alternativen, die nicht in einem plausiblen Zusammenhang zu rationalen Entscheidungen stehen. Bernoulli (1954) hat dies anhand eines Beispiels, dem sog. St. Petersburg Paradoxon, verdeutlicht.

Beispiel 2.1.1. *Das Beispiel befasst sich mit der Bewertung eines wiederholten fairen Münzwurfs. Das Spiel gilt dann als beendet, wenn das erste Mal die Kopf-Seite der Münze oben liegt. Die Höhe des Gewinns ist abhängig von der Anzahl der bis dahin durchgeführten Münzwürfe. Wurde zuvor nur ein Wurf getätigt, beträgt der Gewinn eine Geldeinheit, bei zwei Würfeln beträgt der Gewinn zwei Geldeinheiten, bei drei Würfeln beträgt der Gewinn vier Geldeinheiten, bei vier Würfeln beträgt der Gewinn acht Geldeinheiten usw. Bei k Würfeln ergibt sich somit ein Gewinn in Höhe von 2^{k-1} Geldeinheiten. Für die Teilnahme am beschriebenen Glücksspiel wird eine Gebühr*

¹⁰Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird Risiko bezüglich einer Ergebnisgröße aufgefasst als die Existenz von positiven Eintrittswahrscheinlichkeiten für Realisationen der betrachteten Ergebnisgröße, die größer oder kleiner als der erwartete Ergebniswert sind. (Vgl. Laux et al. (2012): S. 93, Rothschild/Stiglitz (1970): S. 225 ff. und Jorion (2007): S. 75.)

¹¹Vgl. Schneeweiss (1967): S. 53 ff.

¹²Vgl. Schneeweiss (1967): Kapitel 2.

¹³Vgl. Eeckhoudt/Gollier (1995): S. 9 ff.

¹⁴Eine Differenzierung zwischen den Begriffen Entscheidungsregel und Entscheidungsprinzip erfolgt im Buch von Schneeweiss. (Vgl. Schneeweiss (1967): S. 17 ff.)

¹⁵Vgl. Schneeweiss (1967): S. 55 ff.

*verlangt.*¹⁶

Soll nun die maximale Höhe des Betrages ermittelt werden, den ein Entscheider bereit ist für die Teilnahme am Spiel zu zahlen, so ergibt sich bei Anwendung des μ -Prinzips ein unendlich hoher erwarteter Gewinn. Der Entscheider müsste daher bereit sein, einen unendlich hohen Betrag zu zahlen, um am Spiel teilzunehmen. Diese theoretische Zahlungsbereitschaft für die Teilnahme am Münzspiel weicht von der Zahlungsbereitschaft vieler Individuen ab. Mit Hilfe des St. Petersburg Paradoxon wurde die Diskrepanz zwischen der Bewertung von Alternativen durch den erwarteten Ergebniswert und den Bewertungen gemäß den Präferenzen von Individuen verdeutlicht.¹⁷ Durch den in der Nutzenfunktion unterstellten abnehmenden Grenznutzen mit zunehmendem Wohlstand konnte die durch das St. Petersburg Paradoxon implizierte Problematik mit der Einführung der Erwartungsnutzentheorie gelöst werden.¹⁸

Unter der Voraussetzung der Gültigkeit der Annahmen des Bernoulli-Prinzips¹⁹ kann jedem Ergebnis, das bei Realisation eines Umweltzustandes eintritt, mit Hilfe einer Nutzenfunktion ein Nutzenwert zugeordnet werden. Die Höhe des Nutzens wird für jeden Zustand auf Basis der Höhe des in dem jeweiligen eingetretenen Zustand realisierten Ergebnisses sowie einer gewählten Handlungsalternative bestimmt. Mit Hilfe der Nutzenfunktion kann für die wählbaren Handlungsalternativen in Verbindung mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen ein erwarteter Nutzenwert bestimmt werden. Die Präferenz bzgl. der wählbaren Handlungsalternativen ergibt sich aus der Rangordnung der Erwartungsnutzenwerte.²⁰

Mit Hilfe der Definition eines Wahrscheinlichkeitsraums, (Ω, S, P) , kann die Unsicherheit über das Eintreten eines Umweltzustandes im nächsten Zeitpunkt formal dargestellt werden.

¹⁶Vgl. Bernoulli (1954): S. 31 f.

¹⁷Vgl. Bernoulli (1954): S. 31 f. und Machina (1987): S. 122 f.

¹⁸Vgl. z. B. Machina (1987): S. 122 oder Schoemaker (1982): S. 530 f.

¹⁹Die Erläuterung der Annahmen des Bernoulli-Prinzips erfolgt im weiteren Verlauf dieses Unterkapitels.

²⁰Vgl. u. a. Fishburn (1981): S. 140 ff., Franke/Hax (2009): S. 303 ff. oder Marshak (1950): S. 122 ff.

Definition 2.1.1. Die Menge der möglichen Umweltzustände ist durch die Menge Ω gegeben. Der Ereignisraum S ist eine Teilmenge von Ω und s_i , mit $s_i \in S$ und $i = 1, \dots, N$, ist die Bezeichnung für den Zustand i . Das Wahrscheinlichkeitsmaß P ist eine Funktion auf der Menge Ω , mit $P: S \rightarrow [0, 1]$ und erfüllt die folgenden drei Bedingungen:

21

$$(i) \quad P(\emptyset) = 0,$$

(ii) für alle disjunkten Ereignisse $s_i \in \Omega$, mit $i = 1, \dots, N$ gilt:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^N s_i\right) = \sum_{i=1}^N P(s_i),$$

$$(iii) \quad P(\Omega) = 1.$$

Durch P werden die subjektiven Einschätzungen eines Entscheiders über Eintrittswahrscheinlichkeiten der Umweltzustände dargestellt.

Betrachtet wird zunächst eine Verteilung über den nach einer Periode eintretenden Umweltzustand, s_i . Es wird ein diskreter Zustandsraum für die Umweltzustände unterstellt, mit dem zugehörigen Wahrscheinlichkeitsmaß P und $P(\tilde{s} = s_i) = p(s_i)$, mit $i = 1, \dots, N$.²² In Abhängigkeit des eingetretenen Umweltzustandes nach einer Periode, s_i , wird das Ergebnis $e_i = e(s_i)$, mit $i = 1, \dots, N$, realisiert. Dabei wird unterstellt, dass das Ergebnis für den Entscheider ausschließlich vom eingetretenen Zustand abhängt und der Entscheider daher das Ergebnis nicht durch Wahl verschiedener Handlungsalternativen beeinflussen kann.²³ Bei Anwendung des Bernoulli-Prinzips werden die subjektiven Präferenzen des Entscheiders durch die Nutzenfunktion berücksichtigt und es kann eine Präferenzordnung über verschiedene Lotterien bzw. Alternativen erstellt werden. Durch die formalen Eigenschaften der Nutzenfunktion wird die Einstellung des Entscheiders gegenüber einer Übernahme von Risiken abgebildet.²⁴

Die Anwendung des Bernoulli-Prinzips erfordert die Existenz einer Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Umweltzustände sowie bestimmte Anforderungen an das ra-

²¹Vgl. z. B. Auer/Rottmann (2015): S. 158 ff. oder Krengel (2005): S. 2 ff.

²²Vgl. Auer/Rottmann (2015): S. 196 f. oder Krengel (2005): S. 4 f. und 129 f.

²³Ein Beispiel hierfür ist die Ermittlung des Nutzens einer Zahlungsreihe, die nur im Zeitpunkt $t = 1$, nicht aber im Zeitpunkt $t = 0$, zu einer Zahlung bzw. einem Ergebnis führt.

²⁴Vgl. z. B. Fishburn (1981): S. 142 ff. oder Franke/Hax (2009): S. 303.

tionale Verhalten²⁵ ²⁶ des betrachteten Entscheiders. Die folgenden Axiome legen die grundsätzlichen Anforderungen an das rationale Verhalten eines Entscheiders fest.²⁷ ²⁸

1. Ordinales Axiom

Für jeden Entscheider existiert eine vollständige und transitive Präferenzordnung über die möglichen Ergebnisse. Die Vollständigkeit der Präferenzordnung bedeutet, dass ein Entscheider für die Ermittlung der Präferenz über zwei Ergebnisse, e_1 und e_2 , eine der folgenden Relationen bzgl. der Präferenz aufstellen kann:

$$\begin{aligned} e_1 \text{ wird gegenüber } e_2 \text{ vorgezogen} &: e_1 \succ e_2 \text{ oder} \\ e_2 \text{ wird gegenüber } e_1 \text{ vorgezogen} &: e_1 \prec e_2 \text{ oder} \\ e_1 \text{ und } e_2 \text{ sind gleichwertig} &: e_1 \sim e_2. \end{aligned}$$

Die Transitivität der Präferenzordnung impliziert, dass für drei beliebige Ergebnisse, e_1 , e_2 und e_3 gilt:

$$\begin{aligned} \text{Aus } e_1 \succ e_2 \text{ und } e_2 \succ e_3, \text{ folgt } e_1 \succ e_3 \text{ oder} \\ \text{aus } e_1 \sim e_2 \text{ und } e_2 \sim e_3, \text{ folgt } e_1 \sim e_3. \end{aligned}$$

2. Reduktionsaxiom

Betrachtet wird eine zweistufige Lotterie, welche sich dadurch auszeichnet, dass auf der ersten Stufe keine Wahrscheinlich-

²⁵Eine vollständige formale Definition des Begriffs des rationalen Verhaltens ist problematisch, da das Verhalten von Individuen durch qualitative Faktoren beeinflusst wird, die nicht immer in einen quantitativen Zusammenhang gebracht bzw. dargestellt werden können. Die von von Neumann-Morgenstern genannten Axiome sind daher als Anforderungen an das rationale Verhalten zu verstehen. (Vgl. von Neumann/Morgenstern (2004): S. 9 f. und Marshak (1950): S. 111 f.)

²⁶Die Betrachtung der Axiome von von Neumann/Morgenstern (2004) als Definition des rationalen Verhaltens eines Entscheiders erfolgte erstmals durch Marshak (1950).

²⁷In der Literatur variiert die Anzahl der nach von Neumann/Morgenstern (2004) wiedergegebenen Axiome des rationalen Verhaltens, nicht jedoch die inhaltlichen Anforderungen an die Rationalität eines Entscheiders. (Z. B. Vgl. Franke/Hax (2009): S. 299 ff., Laffont (1989): S. 6 ff. oder Friedman/Savage (1948): S. 288.) Die Axiome für die Anwendung des Bernoulli-Prinzips wurden in ihrer ursprünglichen Form durch von Neumann/Morgenstern (2004) festgelegt. Erweiterungen und Abänderungen der Axiome des rationalen Verhaltens folgten im Verlauf der Zeit, aufgrund der kritischen Auseinandersetzung mit den einzelnen Axiomen sowie den Annahmen und Implikationen, die von von Neumann/Morgenstern (2004) unterstellt wurden. (Vgl. u. a. Allais (1953), Kahnemann/Tversky (1979), Marshak (1950), Savage (1972): S. 91 ff.)

²⁸Die Darstellung der Axiome des rationalen Verhaltens basiert auf der Wiedergabe der Axiome von Luce und Raiffa. (Vgl. Luce/Raiffa (1957): S. 23 ff.)

keitsverteilung über Ergebnisse vorliegt, sondern eine Verteilung über weitere Lotterien. Erst auf der zweiten Stufe liegt eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über Ergebnisse vor. Bei der Ermittlung der Präferenzordnung über zweistufige Lotterien ist ausschließlich die durch die Verteilung implizierte Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ergebnisses relevant. Impliziert eine zweistufige Lotterie die gleichen Eintrittswahrscheinlichkeiten für die gleichen Ergebnisse wie eine einstufige Lotterie, so ist der Entscheider indifferent in Bezug auf die beiden Lotterien.

3. Stetigkeitsaxiom

Für einen Entscheider bestehe die Möglichkeit, eine Lotterie mit einem sicheren Ergebnis in Höhe von \bar{e} zu wählen oder eine Lotterie zu wählen, die bei Eintritt von Zustand 1 zum Ergebnis e_1 und bei Eintritt von Zustand 2 zum Ergebnis e_2 führt. Gilt für die Ergebnisse die Relation $e_1 \prec \bar{e} \prec e_2$, so existiert genau eine Indifferenzwahrscheinlichkeit, für die der Entscheider die beiden betrachteten Lotterien als gleichwertig betrachtet.

4. Substitutionsaxiom

Wird bei einer Lotterie ein Ergebnis durch eine neue Lotterie ersetzt, die der Entscheider als gleichwertig zum ersetzten Ergebnis betrachtet, so entsteht insgesamt eine neue Lotterie, die der Entscheider als gleichwertig zur ursprünglichen Lotterie bewertet.

5. Transitivitätsaxiom

Für jeden Entscheider existiert eine vollständige und transitive Präferenzordnung über die zu den Handlungsalternativen gehörenden Lotterien.

6. Monotonieaxiom

Werden zwei Lotterien betrachtet, die beide jeweils entweder das Ergebnis e_1 oder das Ergebnis e_2 liefern, so wird die Lotterie vorgezogen, welche die höhere Eintrittswahrscheinlichkeit für das bessere Ergebnis hat.

In der von von Neumann/Morgenstern (2004) aufgestellten Theorie zur Maximierung des Erwartungsnutzens wurde angenommen, dass eine objektive Wahrscheinlichkeits-

verteilung über die möglichen Umweltzustände s_i , mit $i = 1, \dots, N$, existiert. Eine Erweiterung dieses Ansatzes durch eine Ersetzung der objektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung durch eine subjektive erfolgte durch Savage im Jahr 1954.²⁹ Dieser erweiterte Ansatz berücksichtigt die subjektiven Präferenzen eines Entscheiders durch eine von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion sowie die individuellen Erwartungen über die zukünftige Entwicklung der Umwelt durch die subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Umweltzustände. Bei Anwendung der erweiterten Form des Bernoulli-Prinzips maximiert der Entscheider unter Unsicherheit den Erwartungswert der Nutzenfunktion bei Verwendung seiner subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung.^{30 31}

Bei der weiteren Erläuterung des Bernoulli-Prinzips wird unterstellt, dass der Entscheider eine Auswahl über mehrere mögliche Handlungsalternativen hat. Eine Handlungsalternative mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung kann als Lotterie interpretiert werden. Entscheidungen über Handlungsalternativen unter Risiko entsprechen der Auswahl über Wahrscheinlichkeitsverteilungen bzw. Lotterien, die den Handlungsalternativen zugeordnet werden. Die Auswahl über die Handlungsalternativen erfolgt gemäß den subjektiven Präferenzen des Entscheiders.³² $p(s_i)$, mit $i = 1, \dots, N$ entspricht der Eintrittswahrscheinlichkeit eines einzelnen Ergebnisses, dessen Höhe von der gewählten Handlungsalternative und dem eintretenden Zustand abhängt. Die Ergebnisfunktion $e(s_i, a_j)$, mit $e: \Omega \times A \rightarrow \mathbb{R}$, ist eine vom Eintreten eines bestimmten Zustandes abhängige Funktion. Zudem wird die Höhe des Ergebnisses, aufgrund der Berücksichtigung der Auswahl von verschiedenen Handlungen, nun auch von der gewählten Alternative beeinflusst. Das Ergebnis, $e_{ij} = e(s_i, a_j)$, mit $i = 1, \dots, N$ und $j = 1, \dots, J$, wird erzielt durch die Realisation des Umweltzustandes, s_i , und einer zuvor gewählten Handlungsalternative, a_j .³³ Eine Lotterie kann in allgemeiner Form mit Hilfe einer Wahrscheinlichkeitsverteilung wie folgt definiert werden.³⁴

²⁹Vgl. Savage (1972): Insbesondere Kapitel 3, 4 und 5.

³⁰Vgl. z. B. Savage (1972): insbesondere Kapitel 3 und 5, Laffont (1989): S. 14 ff. oder Schoemaker (1982): S. 535 ff.

³¹Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird immer von subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilungen über die möglichen Umweltzustände ausgegangen.

³²Vgl. Franke/Hax (2009): S. 299.

³³Vgl. Hirshleifer/Riley (1992): S. 13-23.

³⁴Vgl. Laffont (1989): S. 8.

Definition 2.1.2. Die Menge von Lotterien, L , über die möglichen Ergebnisse, $e(s_i, a_j)$, mit $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, J$, $s_i \in \Omega$ und $a_j \in A$, ist formal gegeben durch:

$$L := \left\{ p : A \times \Omega \rightarrow [0, 1] \mid \sum_{i=1}^N p(s_i) = 1 \right\}. \quad (2.1)$$

Mit Hilfe der Nutzenfunktion wird den zustandsabhängigen Ergebnissen einer Lotterie ein Nutzwert zugeordnet. Sind die subjektiven Eintrittswahrscheinlichkeiten für die möglichen Umweltzustände gegeben, so kann der erwartete Nutzen, $V(a_j)$, für eine Lotterie bzw. gewählte Handlungsalternative, a_j , bestimmt werden.

Die Höhe des Erwartungsnutzens für eine gewählte Handlungsalternative, a_j , ist gegeben durch:³⁵

$$V(a_j) := \sum_{i=1}^N U(e_{ij}) p(s_i). \quad (2.2)$$

Sind die genannten Axiome mit den Anforderungen an das rationale Verhalten des Entscheiders erfüllt, so existiert eine Nutzenfunktion, mit der eine Präferenzordnung über Handlungsalternativen ermittelt werden kann. Jeder Entscheider, der die Axiome 1 bis 6 akzeptiert, trifft damit Entscheidungen im Einklang mit dem Bernoulli-Prinzip. Die Ermittlung der Präferenzen bzgl. der Handlungsalternativen erfolgt auf Basis des erwarteten Nutzens.³⁶

Satz 2.1.1. Sind die Axiome 1 bis 6 des rationalen Verhaltens erfüllt, so existiert eine reellwertige Funktion $U: \Omega \times A \rightarrow \mathbb{R}$ über der Menge der Ergebnisse, $e(s_i, a_j)$, mit $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, J$, $s_i \in \Omega$ und $a_j \in A$, so dass für zwei Lotterien L_1 und L_2 gilt:
37

$$L_1 \succeq (\preceq) L_2 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^N U(e_{i1}) p(s_i) \geq (\leq) \sum_{i=1}^N U(e_{i2}) p(s_i). \quad (2.3)$$

³⁵Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 13 ff.

³⁶Ein Beweis des folgenden Satzes kann im Buch von Gollier (2001) auf S. 7 f. nachvollzogen werden.

³⁷Vgl. u. a. von Neumann/Morgenstern (2004): S. 24 ff., Ingersoll (1987): S. 21, Kreps (1990): S. 76 oder Luce/Raiffa (1957): S. 29.

Werden Handlungsalternativen als Lotterien oder Wahrscheinlichkeitsverteilungen über Ergebnisse aufgefasst, so lautet die Entscheidungsregel bei der Anwendung des Bernoulli-Prinzips, die Lotterie zu wählen, die den erwarteten Nutzen maximiert. Weisen zwei Lotterien einen Erwartungsnutzen in gleicher Höhe auf, so ist der Entscheider indifferent bzgl. der Wahl zwischen diesen beiden Lotterien. Der erwartete Nutzen des Entscheiders für eine Handlungsalternative ist dann eine in den subjektiven Wahrscheinlichkeiten lineare Funktion.³⁸

Die Einstellung eines Entscheiders gegenüber dem Risiko, das durch die Streuung der Ergebnisgröße um den Erwartungswert entsteht, wird implizit durch die zugehörige Nutzenfunktion berücksichtigt.

Definition 2.1.3. *Ein Entscheider ist risikoavers, wenn er unabhängig von der Höhe des Anfangsvermögens jede risikobehaftete Lotterie mit einem erwarteten Ergebnis in Höhe von null ablehnt.*³⁹

Anhand der Krümmung der Nutzenfunktion in Abhängigkeit eines Ergebnisses kann die Risikoeinstellung des Entscheiders abgelesen werden.

Satz 2.1.2. *Weist eine Nutzenfunktion einen im Anfangsvermögen des Entscheiders konkaven (linearen) [konvexen] Verlauf auf, so impliziert die Nutzenfunktion risikoaverses (risikoneutrales) [risikofreudiges] Verhalten.*⁴⁰

Betrachtet wird eine Lotterie mit zustandsabhängigen Ergebnissen, e_i , und Eintrittswahrscheinlichkeiten der Zustände, $p(s_i)$, mit $i = 1, \dots, N$. Durch Anwendung der Jensenschen-Ungleichung⁴¹ ergibt sich für eine Entscheidung über eine Lotterie für einen risikoaversen (risikoneutralen) [risikofreudigen] Entscheider folgender Zusammenhang zwischen erwartetem Nutzen und Nutzen des erwarteten Ergebnisses:⁴²

$$U \left(\sum_{i=1}^N e_i p(s_i) \right) \geq (=) [\leq] \sum_{i=1}^N U(e_i) p(s_i), \quad (2.4)$$

$$\Leftrightarrow U(E[\tilde{e}]) \geq (=) [\leq] E[U(\tilde{e})]. \quad (2.5)$$

³⁸Vgl. z. B. Laffont (1989): S. 9.

³⁹Vgl. u. a. Franke/Hax (2009): S. 303 ff., Gollier (2001): S. 18 f. oder Ingersoll (1987): S. 37 f.

⁴⁰Vgl. u. a. Franke/Hax (2009): S. 307, Gollier (2001): S. 17 f. oder Schneeweiss (1967): S. 64 f.

⁴¹Vgl. u. a. Sydsæter et al. (2005): S. 48 und 195.

⁴² $E[\cdot]$ bezeichnet den Operator für den Erwartungswert einer Zufallsvariablen. (Vgl. Sydsæter et al. (2005): S. 194.)

Gemäß Gleichung (2.5) ist der Nutzen eines Ergebnisses in Höhe des erwarteten Ergebnisses der betrachteten Lotterie für einen risikoaversen Entscheider größer als der erwartete Nutzen der Lotterie. Dieses Ergebnis resultiert aus dem konkaven Verlauf der Nutzenfunktion. Ein risikoaverser Entscheider ist dazu bereit, auf einen Teil seines erwarteten Ergebnisses zu verzichten, um dem in der Lotterie enthaltenen Risiko zu entgehen, ohne dass dies zu einer Änderung der Höhe seines Nutzens führt. Der Nutzen aus einem sicheren Ergebnis, welches geringer ist als der Erwartungswert des Ergebnisses der Lotterie, ist für den risikoaversen Entscheider gleich hoch. Für den risikofreudigen Entscheider müsste ein sicherer Betrag, der zu einem Nutzen in Höhe des Erwartungsnutzens der Lotterie führt, größer sein als der Erwartungswert des Ergebnisses der Lotterie. Der risikoneutrale Entscheider orientiert sich bei seinen Entscheidungen ausschließlich am erwarteten Ergebnis, unabhängig vom Risiko.⁴³

Der sichere Betrag, der bei gegebenem Anfangsvermögen, W_0 , zu einem Nutzen in Höhe des erwarteten Nutzens einer risikobehafteten Lotterie führt, wird als Sicherheitsäquivalent bezeichnet und ist gegeben durch:⁴⁴

Definition 2.1.4. *Einer Lotterie mit einem unsicheren Ergebnis, \tilde{e} , kann für ein gegebenes Anfangsvermögen, W_0 , eindeutig ein Sicherheitsäquivalent, $CE(W_0, U, \tilde{e})$, zugeordnet werden, wenn die Nutzenfunktion, U , eine streng monoton wachsende Funktion ist. Für das Sicherheitsäquivalent gilt:⁴⁵*

$$U(CE(W_0, U, \tilde{e})) \stackrel{!}{=} E[U(\tilde{e})]. \quad (2.6)$$

In Verbindung mit Gleichung (2.5) folgt daraus, dass für einen risikoaversen (risikoneutralen) [risikofreudigen] Entscheider das Sicherheitsäquivalent zu einer Lotterie mit unsicherem Ergebnis \tilde{e} kleiner (gleich hoch) [größer] ist als der Erwartungswert des Ergebnisses, $E[\tilde{e}]$. Die Höhe des Betrages des Sicherheitsäquivalents ist abhängig von dem durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung implizierten Risiko der Ergebnisgröße sowie den Eigenschaften der Nutzenfunktion. Durch die Höhe des Anfangsvermögens wird der Grad der Risikoaversion beeinflusst, so dass das Vermögensniveau W_0 einen Einfluss auf die Höhe des Sicherheitsäquivalents hat.^{46 47} Die Höhe des Sicherheitsä-

⁴³Vgl. Franke/Hax (2009): S. 303 ff.

⁴⁴Vgl. z. B. Franke/Hax (2009): S. 305 oder Schneeweiss (1967): S. 62.

⁴⁵Vgl. Ingersoll (1987): S. 38 oder Schneeweiss (1967): S. 62.

⁴⁶Vgl. z. B. Franke/Hax (2009): S. 305.

⁴⁷Ergänzend sei angemerkt, dass die Berechnung von Sicherheitsäquivalenten zum Teil als eine Ver-

quivalentes ist abhängig von den durch die Nutzenfunktion implizierten Präferenzen des Entscheiders sowie von dem durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung der unsicheren Größe, \tilde{e} , implizierten Risiko.

Die Anwendung des Bernoulli-Prinzips ist in der Entscheidungstheorie verbreitet, aber nicht unumstritten. Insbesondere die einzelnen Axiome, die das Fundament des Prinzips darstellen sowie deren Implikationen werden diskutiert.⁴⁸ Eine häufig genannte Kritik bezieht sich auf das Unabhängigkeitsaxiom und basiert auf empirischen Befragungen von Entscheidern zur Auswahl zwischen Lotterien. Befragungen von Personen zur Entscheidung über die aufeinanderfolgende Auswahl zwischen jeweils zwei Lotterien, L_A und L_B sowie L_C und L_D , haben gezeigt, dass Entscheider beispielsweise in der ersten Entscheidungssituation L_A und in der zweiten Entscheidungssituation L_D wählen. Hieraus resultierte ein Widerspruch, da die Lotterien so konstruiert waren, dass für einen Entscheider, der nach den Axiomen des rationalen Handels entscheidet, unabhängig von der subjektiven Nutzenfunktion aus der Wahl der Lotterie L_A in der ersten Wahlsituation für die zweite Wahlsituation die Relation $L_C \succ L_D$ folgen musste. Dieser Widerspruch zu den Axiomen des Bernoulli-Prinzips wird als Allais-Paradoxon bezeichnet und ist durch einen Sicherheitseffekt erklärbar. Die Lotterien L_A und L_C bzw. L_B und L_D unterscheiden sich lediglich durch Hinzufügen eines gleich hohen Ergebnisses, das jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit eintritt, so dass die Präferenzrelation sich nach den Axiomen des Bernoulli-Prinzips nicht ändert. Durch das hinzugefügte Ergebnis entsteht bei Lotterie L_D ein sicheres Ergebnis, so dass bei Befragungen Entscheider entgegen der Axiome des Bernoulli-Prinzips das sichere Ergebnis wählen. Beim Vergleich von Lotterien weisen Lotterien mit einem sicheren Ergebnis eine besondere Attraktivität auf.⁴⁹ ⁵⁰ Es existieren weitere Ansatzpunkte, die die Anwendung des Bernoulli-Prinzips kritisieren, z. B. Kritik zum Stetigkeitsaxiom oder Kritik zu dem konstanten Krümmungsverhalten der von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion, d. h. unabhängig vom Anfangsvermögen ist für einen Entscheider die

gleichbarkeit von Lotterien im Sinne der Kardinalität der Nutzenfunktion nach Hicks/Allen(1934a) u. Hicks/Allen(1934a) interpretiert werden kann. Durch die Ermittlung von Sicherheitsäquivalenten werden Nutzendifferenzen zwischen zwei Lotterien in Differenzen von z. B. Geldeinheiten transformiert. (Vgl. Schoemaker (1982): S. 533.)

⁴⁸Ein ausführlicher Überblick über die verschiedenen Ansatzpunkte der Kritik an dem von von Neumann/Morgenstern aufgestellten axiomatischen System kann z. B. bei Laux et al. (2012): S. 134 ff. und 150 ff., Luce/Raiffa (1957): S. 31 ff., Schoemaker (1982) sowie bei Savage (1972): S. 91 ff. nachgelesen werden.

⁴⁹Vgl. u. a. Allais (1953).

⁵⁰Vgl. u. a. Allais (1953): S. 527, Gollier (2001): S. 10 ff. oder Savage (1972): S. 101 ff.

Nutzenfunktionen entweder konkav, konvex oder linear, was eine gleichbleibende Einstellung gegenüber dem Risiko impliziert. Ein Entscheider ist folglich für jedes Niveau des Anfangsvermögens entweder risikoavers, -neutral oder -freudig. Eine sich ändernde Risikoeinstellung für verschiedene Höhen des Anfangsvermögens wird durch die von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion nicht berücksichtigt.⁵¹

2.1.3 Maße für das Verhalten unter Unsicherheit

Die Einstellung gegenüber dem Risiko, die eine Nutzenfunktion impliziert, ist an der Krümmung der Nutzenfunktion erkennbar.⁵² Bei ökonomischen Entscheidungen wird häufig für das Verhalten des Entscheiders Risikoaversion unterstellt, so dass die Nutzenfunktion einen konkaven Verlauf aufweist.^{53 54} Auch wenn eine Nutzenfunktion eines Entscheiders risikoaverses Verhalten impliziert, so ist die Intensität der Risikoaversion nicht unbedingt konstant. Die Stärke der Risikoaversion ist abhängig von der Höhe des Anfangsvermögens und kann durch das Arrow-Pratt-Maß der Risikoaversion für ein Anfangsvermögen, W_0 , ermittelt werden.⁵⁵

Definition 2.1.5. *Das Arrow-Pratt-Maß ist ein Maß für die lokale Risikoaversion für ein gegebenes Anfangsvermögensniveau, W_0 , die durch die Nutzenfunktion impliziert wird und wie folgt definiert ist.*^{56 57}

$$ARA(W_0) = -\frac{U''(W_0)}{U'(W_0)}. \quad (2.7)$$

Ist der in Gleichung (2.7) gegebene Koeffizient der Risikoaversion zunehmend bzw. abnehmend mit steigendem Anfangsvermögen, weist die Nutzenfunktion die Eigenschaft der zunehmenden bzw. abnehmenden absoluten Risikoaversion auf. Die Nutzenfunktion weist konstante absolute Risikoaversion auf, wenn der Koeffizient unabhängig vom

⁵¹Durch die von von Neumann-Morgenstern definierte Nutzenfunktion kann Risikoaversion für niedrige Anfangsvermögen Risikoaversion sowie gleichzeitige Risikofreude für höhere Anfangsvermögen nicht umgesetzt werden. (Vgl. z. B. Laux et al. (2012): S. 134 ff. oder Friedman/Savage (1948).)

⁵²Vgl. Satz 2.1.2.

⁵³Vgl. z. B. Arrow (1971): S. 93, Gollier (2001): S. 18, Ingersoll (1987): S. 37 oder Schneeweiss (1967): S. 66.

⁵⁴Die konkave Nutzenfunktion impliziert positiven, aber abnehmenden Grenznutzen, was mit der Aussage des Gossenschen Gesetzes vereinbar ist. (Vgl. Gossen (1854).)

⁵⁵Vgl. u. a. Ingersoll (1987): S. 37 ff., Laffont (1989): S. 19 ff. oder Laux et al. (2012): S. 130 ff.

⁵⁶Vgl. Arrow (1971): S. 94 f. und Pratt (1964): S. 124 f.

⁵⁷ $U'(W_0)$ bzw. $U''(W_0)$ stellen die erste bzw. zweite Ableitung der Nutzenfunktion nach dem Vermögen W_0 dar.

Vermögen ist.⁵⁸ Teilt ein Anleger sein Anfangsvermögen, W_0 , auf eine einperiodige risikolose Anlagemöglichkeit mit Rendite r und eine einperiodige risikobehaftete Anlage mit Rendite \tilde{r}_A auf und ist der Betrag, den der Investor in die risikobehaftete Anlage investiert, durch W_A gegeben, so beträgt der Erwartungsnutzen am Ende der Periode $E[U((W_0 - W_A)(1 + r) + W_A(1 + \tilde{r}_A))]$.⁵⁹ Der Investor wählt den Betrag W_A so, dass der Erwartungsnutzen am Ende der Periode maximiert wird. Mit Hilfe der absoluten Risikoaversion kann eine Aussage über die Auswirkung einer Erhöhung des zur Verfügung stehenden Anfangsvermögens auf den Betrag W_A , der risikobehaftet investiert wird, getätigt werden. Bei abnehmender bzw. zunehmender absoluter Risikoaversion wird der Betrag, der risikobehaftet angelegt wird, bei einer Erhöhung des Anfangsvermögens erhöht bzw. verringert. Weist die Nutzenfunktion konstante absolute Risikoaversion auf, so ist der Grad der Risikoaversion unabhängig vom Anfangsvermögen und der risikobehaftet investierte Betrag ist ebenfalls unabhängig vom Anfangsvermögen.⁶⁰ Mit Hilfe des in Gleichung (2.7) gegebenen Koeffizienten, können Vergleiche der Risikoaversion zwischen zwei Nutzenfunktionen für ein gegebenes Vermögensniveau vorgenommen werden. Dies ermöglicht ebenfalls die für spätere Untersuchungen benötigte Betrachtung der Auswirkung einer Änderung der Risikoaversion auf das Entscheidungsverhalten.⁶¹

Definition 2.1.6. *Die relative Risikoaversion für ein gegebenes Anfangsvermögen, W_0 , die durch die Nutzenfunktion impliziert wird, ist wie folgt definiert:*⁶²

$$RRA(W_0) = -W_0 \frac{U''(W_0)}{U'(W_0)}. \quad (2.8)$$

Die relative Risikoaversion ist ein Maß für die Risikoeinstellung eines Entscheiders und entspricht der Elastizität des Grenznutzens in Bezug auf das Vermögensniveau, W_0 . Analog zur absoluten Risikoaversion wird zwischen zunehmender, konstanter und abnehmender relativer Risikoaversion unterschieden, in Abhängigkeit der Änderung der

⁵⁸Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 21.

⁵⁹Es wird unterstellt, dass für die Übernahme des Risikos durch die Investition in das risikobehaftete Wertpapier eine positive Risikoprämie gezahlt wird. Dies impliziert, dass jeder risikoaverse Entscheider einen Teil seines Vermögens in das risikobehaftete Wertpapier investiert, d. h. es gilt $W_A > 0$. (Vgl. z. B. Arrow (1971): S. 100 oder Gollier (2001): S. 54.)

⁶⁰Vgl. Arrow (1971): S. 101 f. und Gollier (2001): S. 58 f.

⁶¹Vgl. Kapitel 2.2.3.

⁶²Vgl. Arrow (1971): S. 94 f.

relativen Risikoaversion bei einer Erhöhung des Anfangsvermögens W_0 .⁶³ Analog zu den Aussagen über die Auswirkungen einer Erhöhung des Anfangsvermögens auf die Höhe der absoluten Risikoaversion und der Entscheidung über den risikobehaftet zu investierenden Betrag, können mit Hilfe der relativen Risikoaversion Aussagen über das Verhältnis der wertmäßigen Anteile des Anfangsvermögens von risikobehaftet und risikolos investiertem Vermögen gemacht werden. Bei abnehmender bzw. zunehmender relativer Risikoaversion wird im Optimum der wertmäßige Anteil am Anfangsvermögen, der risikobehaftet angelegt wird, erhöht bzw. verringert. Weist die Nutzenfunktion konstante relative Risikoaversion auf, so wird der wertmäßige Anteil, der risikobehaftet investiert wird, bei einer Änderung des Anfangsvermögens im Optimum nicht verändert.⁶⁴

Aussagen über die Risikoeinstellung sowie das Verhalten bei Unsicherheit können auch mit Hilfe der Risikoprämie gemacht werden. Die Risikoprämie entspricht einer Entlohnung des Anlegers für das durch die Investition in das risikobehaftete Wertpapier übernommene Risiko. Die Höhe der Risikoprämie ist abhängig von der Höhe der Risikoaversion des Entscheiders, welche wiederum von der Höhe des Anfangsvermögens, W_0 , sowie der Nutzenfunktion, U , abhängt. Zusätzlich wird die Höhe der Risikoprämie durch das durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Einzahlungsüberschüsse des Wertpapiers implizierte Risiko beeinflusst.⁶⁵

Definition 2.1.7. *Die Risikoprämie, $RP(W_0, U, \tilde{e})$, zu einer Lotterie mit einem unsicheren Ergebnis, \tilde{e} , und einem Erwartungswert in Höhe von null, ist der Betrag, der einem Entscheider mit der Nutzenfunktion U und Anfangsvermögen W_0 , geboten werden muss, damit er indifferent bzgl. der Wahl der Lotterie ist. Für die Risikoprämie gilt:*⁶⁶

$$E[U(W_0 + \tilde{e})] \stackrel{!}{=} U(W_0 - RP(W_0, U, \tilde{e})). \quad (2.9)$$

Ein risikoaverser Entscheider ist bereit eine Lotterie zu wählen, wenn für das getragene Risiko eine für ihn risikogerechte Kompensation erfolgt. Die Wahl der Lotterie ist dann abhängig von der Höhe der Risikoaversion. Eine Lotterie mit Erwartungswert und gebotener Risikoprämie in Höhe von jeweils null bedeutet, dass keine Kompensation für

⁶³Vgl. Arrow (1971): S. 92 ff.

⁶⁴Vgl. Arrow (1971): S. 101 ff. und Gollier (2001): S. 58 f.

⁶⁵Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 20 f.

⁶⁶Vgl. z. B. Arrow (1971): S. 95, Laffont (1989): S. 19 ff. oder Pratt (1964): S. 124 f.

das übernommene Risiko erfolgt. Die beschriebene Lotterie wird von jedem risikoaversen Entscheider abgelehnt. Um einen risikoaversen Entscheider zur Wahl dieser Lotterie zu bewegen, muss ihm als Entlohnung eine zusätzliche Prämie geboten werden. Dieser Betrag entspricht der Risikoprämie und ist abhängig von der Höhe der Risikoaversion und damit auch von der Höhe des Vermögens sowie von dem in der Lotterie enthaltenen Risiko.⁶⁷ Für einen risikoaversen Entscheider ist die Risikoprämie positiv, für einen risikoneutralen Entscheider null und für einen risikofreudigen Entscheider negativ. Die Risikoprämie kann für Lotterien mit einem erwarteten Ergebnis, $E[\tilde{e}]$, mit Hilfe des Sicherheitsäquivalents wie folgt berechnet werden.⁶⁸

$$RP(W_0, U, \tilde{e}) = E[\tilde{e}] - CE(W_0, U, \tilde{e}). \quad (2.10)$$

Gemäß Gleichung (2.10) ist die Risikoprämie die Differenz zwischen dem erwarteten Ergebnis der Lotterie mit unsicherem Ergebnis, \tilde{e} , und dem der Lotterie entsprechenden Sicherheitsäquivalent. Für einen risikoaversen Entscheider ist die geforderte Risikoprämie, $RP(W_0, U, \tilde{e})$, positiv, da er bereit ist, auf einen Teil des erwarteten Ergebnisses der Lotterie zu verzichten und stattdessen einen sicheren Betrag in Höhe von $CE(W_0, U, \tilde{e})$ zu wählen, ohne seinen Nutzen zu verringern. Aus einer anderen Perspektive betrachtet bedeutet dies, dass dem Entscheider ausgehend von einem sicheren Ergebnis in Höhe des Sicherheitsäquivalents ein zusätzlicher Betrag in Höhe der Risikoprämie gezahlt werden muss, damit der Erwartungsnutzen des Sicherheitsäquivalents und der Erwartungsnutzen der Lotterie gleich hoch sind bzw. der Entscheider indifferent zwischen sicherem Ergebnis und der Lotterie ist. Für einen risikofreudigen bzw. risikoneutralen Entscheider ist die geforderte Risikoprämie negativ bzw. null.⁶⁹

Die Höhe der Risikoprämie $RP(W_0, U, \tilde{e})$ kann für kleine Werte für das Risiko der unsicheren Ergebnisgröße in Abhängigkeit des Grades der absoluten Risikoaversion sowie in Abhängigkeit der Varianz der Ergebnisgröße bestimmt werden, so dass gilt:⁷⁰

71

⁶⁷Vgl. Eeckhoudt et al. (2005): S. 9 ff.

⁶⁸Vgl. z. B. Arrow (1971): S. 95 f., Ingersoll (1987): S. 38 oder Gollier (2001): S. 20 f.

⁶⁹Vgl. z. B. Ingersoll (1987): S. 38 oder Gollier (2001): S. 20 f.

⁷⁰Vgl. z. B. Arrow (1971): S. 95 f., Pratt et al. (1995): S. 805 oder Pratt (1964): S. 125 f.

⁷¹Var[.] bezeichnet den Operator für die Varianz einer Zufallsvariablen. (Vgl. Sydsæter et al. (2005): S. 194.)

$$RP(W_0, U, \tilde{e}) \approx \frac{1}{2} \text{Var}[\tilde{e}] \text{ARA}(W_0 + E[\tilde{e}]). \quad (2.11)$$

Sind der Erwartungswert der Ergebnisgröße durch $E[\tilde{e}]$ sowie das Anfangsvermögen durch W_0 gegeben, kann der Wert der Risikoprämie bei gegebener Nutzenfunktion U durch Gleichung (2.11) für kleine Werte der Varianz der Ergebnisgröße, $\text{Var}[\tilde{e}]$, geschätzt werden. Es folgt aus Gleichung (2.11), dass eine Erhöhung des Risikos der Ergebnisgröße den Wert der Risikoprämie erhöht. Zudem folgt für den Fall von abnehmender (zunehmender) [konstanter] absoluter Risikoaversion, dass die Erhöhung des Anfangsvermögens den Wert der Risikoprämie verringert (erhöht) [nicht verändert].⁷² Für eine Erhöhung des Risikos bei konstantem Erwartungswert des Ergebnisses und konstanten höheren Momenten der Ergebnisgröße kann ebenfalls gezeigt werden, dass der Wert der Risikoprämie, $RP(W_0, U, \tilde{e})$, für einen risikoaversen Entscheider zunimmt.⁷³ Auch für andere spezielle Modellierungen der Erhöhung des Risikos einer unsicheren Größe durch Veränderungen der entsprechenden Verteilung, wie z. B. stochastische Dominanz erster Ordnung und stochastische Dominanz zweiter Ordnung, können Aussagen über die Auswirkungen auf die Höhe der Risikoprämie gemacht werden.⁷⁴

Anhand der Höhe des Wertes der Risikoprämie kann ebenfalls ein Vergleich der Intensität der Risikoaversion zwischen zwei risikoaversen Entscheidern durchgeführt werden.

Satz 2.1.3. *Der Entscheider mit Nutzenfunktion U_1 und Risikoprämie $RP(W_0, U_1, \tilde{e})$ ist risikoaverser als ein Entscheider mit Nutzenfunktion U_2 und Risikoprämie $RP(W_0, U_2, \tilde{e})$, wenn er für jede Lotterie mit unsicherem Ergebnis, \tilde{e} , und einer beliebigen Höhe des Anfangsvermögens, W_0 , bereit ist, einen höheren Betrag zu zahlen, um dem Risiko zu entgehen, so dass für jede Lotterie gilt:⁷⁵*

$$RP(W_0, U_1, \tilde{e}) > RP(W_0, U_2, \tilde{e}). \quad (2.12)$$

Für ein gegebenes Anfangsvermögen, W_0 , weist Entscheider 1 eine größere Aversion gegenüber dem Ergebnisrisiko aus der Lotterie auf als der Entscheider 2, so dass die

⁷²Vgl. u. a. Gollier (2001): S. 25, Pratt (1964): S. 125 oder Willinger (1989): S. 324.

⁷³Vgl. Gollier (2001): S.23 ff., Ingersoll (1987): S. 116 ff. oder Rothschild/Stiglitz (1970): S. 225 f.

⁷⁴Vgl. z. B. Eeckhoudt/Gollier (1995): S. 84 ff., Levy (1992): S. 556 ff. oder Ingersoll (1987): S. 122 ff.

⁷⁵Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 21.

Risikoprämie, d. h. der Betrag, der einem Entscheider zur Übernahme des Risikos als Entschädigung gezahlt werden muss, für Entscheider 1 größer ist als für Entscheider 2. Gemäß Gleichung (2.10) ist der Betrag vom erwarteten Ergebnis, auf den Entscheider 1 bereit ist zu verzichten, um stattdessen ein sicheres Ergebnis in Höhe seines Sicherheitsäquivalents zu erhalten größer als der Betrag, auf den Entscheider 2 bereit wäre zu verzichten.^{76 77}

Auf Basis von unterschiedlichen Ausprägungen des Grades der Risikoaversion zwischen Entscheidern mit den Nutzenfunktionen U_1 und U_2 für jedes Einkommensniveau, W_0 , können die folgenden äquivalenten Aussagen über das Entscheidungsverhalten getätigt werden:⁷⁸

Satz 2.1.4. *Die folgenden Aussagen sind äquivalent:*

(i) *Es gilt:*

$$-\frac{U_1''(W_0)}{U_1'(W_0)} \leq -\frac{U_2''(W_0)}{U_2'(W_0)}, \text{ für alle Vermögensniveaus von } W_0.$$

(ii) $RP(W_0, U_1, \tilde{e}) \leq RP(W_0, U_2, \tilde{e})$.

(iii) *Die Nutzenfunktion $U_2(W_0)$ stellt eine konkave Transformation der Nutzenfunktion $U_1(W_0)$ dar, so dass gilt:*

$$U_2(W_0) = G(U_1(W_0)), \text{ mit } G' > 0 \text{ und } G'' < 0.$$

Es kann gezeigt werden, dass aufgrund des höheren Grades der Risikoaversion für die Nutzenfunktion U_1 im Vergleich zu Nutzenfunktion U_2 , die Nutzenfunktion mit der höheren absoluten Risikoaversion eine konkave Transformation der Nutzenfunktion mit dem geringeren absoluten Risikoaversion darstellt. Dieser Zusammenhang zwischen den Nutzenfunktionen der beiden betrachteten Entscheider wird verwendet, um zu zeigen, dass für jedes Einkommensniveau die Risikoprämie für den Entscheider mit dem höheren Grad der Risikoaversion größer ist als die entsprechende Risikoprämie des weniger risikoaversen Entscheiders. Der Nachweis der Äquivalenz der Aussagen

⁷⁶Vgl. Gleichung (2.6).

⁷⁷Vgl. z. B. Laffont (1989): S. 21 f. und Pratt et al. (1995): S. 805 f.

⁷⁸Vgl. z. B. Arrow (1971): S. 94 ff., Gollier (2001): S. 18 ff., Pratt (1964): S. 122-136, Pratt et al. (1995): S. 808 f. oder Ross (1981): S. 623.

basiert auf dem konkaven Zusammenhang zwischen den Nutzenfunktionen und der Anwendung der Jensenschen-Ungleichung.⁷⁹

Ein anderes Maß für die Beschreibung des Verhaltens von Entscheidern unter Unsicherheit der Grad der Besonnenheit.⁸⁰

Definition 2.1.8. *Das Maß der Besonnenheit für ein gegebenes Anfangsvermögensniveau, W_0 , welche durch die Nutzenfunktion impliziert wird und ist wie folgt definiert.*⁸¹

82

$$AP(W_0) = -\frac{U'''(W_0)}{U''(W_0)}. \quad (2.13)$$

Mit Hilfe der Besonnenheit, wird eine Aussage über das Verhalten eines Entscheiders bei Einführung eines nicht absicherbaren Risikos gemacht. Zur Vereinfachung wird ein Entscheider betrachtet, der die Entscheidung über den Konsum c_0, c_1 in den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 1$ trifft. Das Einkommen in den entsprechenden Zeitpunkten ist durch W_0, W_1 gegeben. Der Betrag s , der im Zeitpunkt $t = 0$ gespart wird und dann im nächsten Zeitpunkt zusätzlich zur Verfügung steht ist durch $s = W_0 - c_0$ gegeben. Es wird ein Zinssatz in Höhe von 0% unterstellt. Wird ein Risiko eingeführt, das zu einem additiven unsicheren Einkommen mit $E(\tilde{z}) = 0$ in $t = 1$ führt, ist das Einkommen in $t = 1$ durch $W_0 + \tilde{z}$ gegeben. Impliziert die Nutzenfunktion des betrachteten Entscheiders Besonnenheit, kann gezeigt werden, dass der Entscheider als Reaktion auf die Einführung der additiven und risikobehafteten Einkommenskomponente den Sparbetrag im Zeitpunkt $t = 0$ erhöht. Durch die Erhöhung des Sparbetrages wird ein Betrag vorsorglich in die Zukunft transferiert, um auf das unsichere Einkommen zu reagieren und Einkommensschwankungen zu kompensieren. Hinter dem Verhalten eines besonnen Entscheiders steht somit eine Vorsorgemotiv.⁸³ Gemäß des folgenden Satzes kann ein Zusammenhang zwischen der Krümmung des Grenznutzens und der Besonnenheit des Entscheiders getätigt werden.

⁷⁹Vgl. z. B. Ingersoll (1987): S. 40 f. oder Eeckhoudt et al. (2005): S. 13 ff.

⁸⁰Vgl. Die Charakterisierung des Entscheidungsverhaltens durch den Grad der Besonnenheit (aus dem englischen: Prudence) geht auf Kimball zurück, der dieses Maß im Jahr 1990 vorstellt. (Vgl. Kimball (1990): S. 54 ff.)

⁸¹Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 236 ff., Kimball (1990): S. 60 ff. oder Kimball (1993): S. 591 ff.

⁸² $U'(W_0)$, $U''(W_0)$ bzw. $U'''(W_0)$ stellen die Ableitungen der Nutzenfunktion nach dem Vermögen W_0 dar.

⁸³Vgl. Gollier (2001): S. 235 ff.

Satz 2.1.5. *Das Verhalten eines Entscheiders impliziert Besonnenheit dann und nur dann, wenn der Grenznutzen konvex im Einkommen W_0 ist, so dass gilt:*⁸⁴

$$U'''(W_0) > 0. \quad (2.14)$$

Ebenfalls kann ein Zusammenhang zwischen der Risikoaversion und der Besonnenheit eines Entscheiders abgeleitet werden. Es kann gezeigt werden, dass aus einem abnehmenden Grad der Besonnenheit ein abnehmender Grad der Risikoaversion folgt.

Satz 2.1.6. *Aus einem im Einkommen W_0 abnehmenden Grad der Besonnenheit folgt ein im Einkommen W_0 abnehmender Grad der absoluten Risikoaversion.*⁸⁵

2.2 Information und ökonomische Entscheidungen unter Unsicherheit

2.2.1 Zusätzliche Information in Entscheidungssituationen unter Unsicherheit

Entscheidungen unter Unsicherheit sind durch fehlende Kenntnis über das Eintreten eines Resultats einer zuvor gewählten Handlungsalternative gekennzeichnet, da das Resultat vom im nächsten Zeitpunkt eintretenden Zustand abhängt. Die Unsicherheit ist die direkte Konsequenz eines unvollkommenen Informationsstandes bzgl. der zukünftig eintretenden Umweltzustände des Entscheiders und beeinflusst damit die ökonomische Entscheidung signifikant.⁸⁶ Ein Entscheidungsproblem unter Unsicherheit ist daher immer auch ein Problem der unvollkommenen Information. Unter Unsicherheit besteht für den Entscheider nur in unvollständigem Umfang die Möglichkeit, alle objektiven

⁸⁴Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 237 oder Kimball (1990): S. 60.

⁸⁵Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 106 oder Kimball (1993): S. 596 ff.

⁸⁶Der Zusammenhang kann verdeutlicht werden, wenn ein Privat-Investor betrachtet wird, der eine Aktie kaufen möchte und sich hierzu Gedanken zur Entwicklung des Aktienkurses am Ende der Investitionsperiode macht. Die Kursentwicklung ist abhängig von der ökonomischen Entwicklung des Unternehmens selbst und von externen Faktoren, die durch unternehmerische Entscheidungen nicht beeinflusst werden, wie z. B. makroökonomischen Faktoren oder politischen Faktoren. Der Anleger kennt einige, jedoch nicht alle relevanten Daten und Fakten, die die Kursentwicklung beeinflussen, und bildet auf dieser Basis eine subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Aktienkurse nach einer Periode. (Vgl. z. B. Franke/Krahen (2009): S. 341.)

und existierenden Daten und Fakten, die für die Beurteilung der Umwelt bzw. das zukünftige Eintreten eines Umweltzustandes relevant sind, zu erfassen bzw. zu erkennen und diese zu verarbeiten.⁸⁷ Der Informationsstand eines Entscheiders wird bestimmt durch die Menge der Daten und Fakten über die Umwelt, die dem Entscheider im Zeitpunkt der Festlegung einer Entscheidung, ohne zusätzliche Kosten der Informationsbeschaffung, unmittelbar zur Verfügung stehen.⁸⁸ Problematisch ist die definitorische Festlegung des Begriffs des Informationsstandes als Menge der Daten und Fakten, die zur Verfügung stehen, da nicht sämtliche zur Verfügung stehende Information für das Entscheidungsproblem zwingend relevant ist. Zudem sind Szenarien denkbar, in denen Daten und Fakten vorhanden sind, der Entscheider das Vorhandensein dieser Information aber nicht erkennt.⁸⁹ Ebenfalls möglich ist das Vorhandensein von Daten und Fakten, die nicht für jeden Entscheider zugänglich sind. Es liegt die Situation der vollkommenen Information vor, wenn der Entscheider sämtliche existierenden Daten und Fakten, die für die Beurteilung des zukünftig eintretenden Umweltzustandes relevant sind, kennt und auf diese zugreifen kann. Die Situation der unvollkommenen Information liegt vor, wenn die für den Entscheider verfügbaren entscheidungsrelevanten Daten und Fakten nur eine Teilmenge aller für das Entscheidungsproblem relevanten objektiven Daten und Fakten darstellen.⁹⁰ Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird der Informationsstand im Zeitpunkt der Entscheidung als Menge der für den Entscheider frei verfügbaren Daten und Fakten, die für das betrachtete Entscheidungsproblem relevant sind, angenommen. Zudem wird unterstellt, dass der Entscheider die für ihn verfügbaren Informationen kennt und auf diese zunächst ohne zusätzliche Kosten oder zusätzlichen Aufwand im Rahmen des Entscheidungsprozesses zurückgreift. Des Weiteren werden Situationen ausgeschlossen, in denen ein Entscheider Daten und Fakten, die für das Entscheidungsproblem relevant sind, ignoriert sowie Situationen, in denen ein Entscheider neue zusätzlich verfügbare Informationen ignoriert.

Der Informationsstand eines Entscheiders ist keine statische Größe. Durch zusätzliche Informationssignale⁹¹ kann der Informationsstand erhöht werden. Dies kann durch den

⁸⁷Vgl. Lawrence (1999): S. 1 oder Mag (1977): S. 121 ff.

⁸⁸Vgl. Hirshleifer/Riley (1992): S. 167, Hirshleifer (1971): S. 561 f. oder Hirshleifer (1989): S. 126 f.

⁸⁹Die Verarbeitung und Nutzung von zur Verfügung stehender Information steht in einem engen Zusammenhang zur Literatur über das rationale Verhalten von Entscheidern, d. h. in welchem Maß Informationen vollständig und logisch sinnvoll verarbeitet werden im Entscheidungsprozess. (Vgl. z. B. Hirshleifer (1989): S. 196 ff., Simon (1959): S. 253-283 oder Simon (1972): S. 161-176.)

⁹⁰Vgl. Hirshleifer/Riley (1992): S. 167 ff.

⁹¹Informationssignale werden auch als Nachrichten bezeichnet. (Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 168 oder Lawrence (1999): S. 5 f.)

Zugang von Daten und Fakten, die ohne weiteren Einsatz und ohne weitere Kosten durch Dritte zusätzlich zur Verfügung gestellt werden passieren oder durch das aktive Beschaffen von neuer Information durch den Entscheider. Die Beschaffung von Information kann z. B. durch die Analyse von makroökonomischen Größen oder den Bilanzen eines Unternehmens umgesetzt werden. Eine andere Möglichkeit ist z. B. das Einholen einer Expertenmeinung zur Beschaffung von zusätzlicher Information.⁹² Durch die Auswertung und Verarbeitung der genannten Informationsquellen⁹³ können neue Informationssignale gewonnen werden, die den Informationsstand erhöhen. Der Ursprung dieser neuen Information, z. B. die Bilanzen eines Unternehmens ist zwar auch vor der Informationsbeschaffung vorhanden, aber der Informationsgehalt ist nicht unmittelbar extrahierbar gewesen. Erst die Analyse und Bearbeitung setzt die zusätzlichen Informationssignale frei.⁹⁴ Eine andere Möglichkeit der Informationsgenerierung und Erzeugung von Signalen ist das Durchführen eines Experiments und die Beobachtung des Ergebnisses. Gegenstand des Experiments ist die unsichere Größe, die für den Entscheider relevant ist. Durch das durchgeführte Experiment erhält der Entscheider zusätzliche Information und sein Informationsstand wird erhöht.⁹⁵ Die definitorische Abgrenzung des Begriffs der zusätzlichen Information, die durch die Informationssignale entsteht, ist nicht unkritisch, da aus der Verwendung von Informationsquellen auch Informationssignale resultieren können, die keinen relevanten Informationsgehalt haben. Solche Informationssignale enthalten keine für das Entscheidungsproblem relevanten Daten und Fakten und ändern den Informationsstand daher nicht. Im Rahmen der Arbeit wird dieser Fall ausgeschlossen.⁹⁶

Die Situation der vollkommenen oder perfekten Information ist gleichbedeutend mit der Situation, in der die Verwendung aller objektiv entscheidungsrelevanten Daten und Fakten möglich ist und zur sicheren Kenntnis über den eintretenden Umweltzustand führt. Das übermittelte Signal enthält die exakte Information über den eintretenden Zustand. Nach Erhalt des Signals kennt der Entscheider den eintretenden Zustand mit Sicherheit.⁹⁷ Die Situation, in der ein Informationssignal keine entscheidungsrelevanten Daten und Fakten übermittelt bzw. durch das Information keine weiteren

⁹²Vgl. Hirshleifer/Riley (1979): S. 1398 f.

⁹³Eine Informationsquelle wird allgemein als Quelle von zusätzlichen Daten und Fakten verstanden. (Vgl. Lawrence (1999): S. 2.)

⁹⁴Vgl. Hirshleifer (1971): S. 561 f.

⁹⁵Vgl. z. B. Blackwell (1951): S. 93 f., Blackwell (1953): S. 265 ff. oder Savage (1972): S. 106 ff.

⁹⁶Vgl. z. B. Marshall (1974): S. 373 f.

⁹⁷Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 69, Marschak/Miyasawa (1968): S. 143 oder Hirshleifer/Riley (1979): S. 1394.

Informationen zugänglich sind, wird als wertlose Information bezeichnet.⁹⁸ Sind entscheidungsrelevante Daten und Fakten vorhanden und verfügbar, werden diese dennoch vom Entscheider vollständig ignoriert, wird diese Situation als vollkommene Ignoranz bezeichnet.⁹⁹ ¹⁰⁰ Führt der Erhalt eines Informationssignals zu keiner Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung, so sind Priori- und Posteriori-Verteilung nach Erhalt des Signals gleich. Das Signal enthält keine relevante Information und ist damit wertlos. Trifft dies auf alle Signale des Informationssystems zu, so ist das Informationssystem wertlos.¹⁰¹ Liegt weder vollkommene Information noch wertlose Information vor, so ist die Entscheidung durch unvollkommene Information gekennzeichnet.¹⁰²

Formal kann der Erhalt von zusätzlicher Information durch eine Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung über die möglichen Umweltzustände dargestellt werden. Auf Basis seines Informationsstandes bildet der Entscheider eine subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Menge der möglichen eintretenden Umweltzustände.¹⁰³ Diese Verteilung wird als Priori-Verteilung bezeichnet und basiert auf dem Informationsstand vor dem Erhalt von zusätzlicher Information. Erhält ein Entscheider zusätzliche Information durch den Zugang von Informationssignalen, führt dies zu einer Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung.¹⁰⁴ Die subjektive Wahrscheinlichkeitsverteilung nach Erhalt der zusätzlichen Information wird als Posteriori-Verteilung bezeichnet und berücksichtigt die zusätzlichen Informationen.¹⁰⁵ Die Relevanz des Erhalts von zusätzlicher Information kann anhand eines einfachen Beispiels eines Privat-Investors, der einen Teil seines Vermögens in Aktien investieren möchte, verdeutlicht werden. Der Investor kann die Entscheidung auf Basis seines bisherigen Informationsstandes und damit bei unvollkommener Information treffen oder versuchen zusätzliche Information zu erhalten. Um den Informationsstand zu verbessern, werden Maßnahmen der

⁹⁸Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 70 ff.

⁹⁹Bei vollkommener Ignoranz kann eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über die zukünftigen Umweltzustände nicht oder nur willkürlich aufgestellt werden, da der Entscheider keine Daten und Fakten zur Bildung einer subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung heranzieht. Es liegt dann eine Entscheidungssituation unter Ungewissheit vor. Entscheidungsregeln für eine solche Situation finden sich im Buch von Schneeweiß (1967). (Vgl. Schneeweiß (1967): S. 12 und S. 21 ff.) Werden neue zusätzliche und gleichzeitig entscheidungsrelevante Informationen ignoriert, kommt es zu keiner Revision der Wahrscheinlichkeitsverteilung über die möglichen Umweltzustände.

¹⁰⁰Vgl. Mag (1977): S. 125 ff.

¹⁰¹Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 70 ff.

¹⁰²Vgl. Laux et al. (2012): S. 313 f.

¹⁰³Vgl. z. B. Savage (1972): Insbesondere Kapitel 2 und 3 oder Lawrence (1999): S. 55.

¹⁰⁴Da für die Arbeit angenommen wurde, dass sämtliche Informationssignale für das Entscheidungsproblem relevante Daten und Fakten enthalten, erfolgt nach Erhalt der Information immer eine Revision der Wahrscheinlichkeitsverteilung.

¹⁰⁵Vgl. z. B. Hirshleifer (1989): S. 138 ff. oder Savage (1972): S. 43 ff.

Informationsakquisition durch Beschaffung von Daten und Fakten, z. B. über Ausfallwahrscheinlichkeiten sowie über Ratings der Wertpapiere und Gewinnabschätzungen für die Gewinne der betrachteten Unternehmen, durchgeführt. Die zusätzliche Information führt zu verbesserten Einschätzungen über die zukünftigen Kursentwicklungen der Wertpapiere, die für die Entscheidung der Wertpapierauswahl fundamental sind.¹⁰⁶ Für jedes mögliche Signal, das der Entscheider erhalten kann, ist eine bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Umweltzustände ableitbar.¹⁰⁷ Auf Basis der bedingten Verteilung kann für jedes Informationssignal ein bedingter Erwartungswert des relevanten Ergebnisses gebildet und für jedes Signal die optimale Handlungsalternative ermittelt werden. Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Informationssignale kann dann ein unbedingter Erwartungswert des Ergebnisses gebildet werden unter der Annahme, dass bei Erhalt eines Signals die optimale Handlungsalternative gewählt wird.¹⁰⁸

Ein Informationssystem stellt eine Quelle von zusätzlichen Daten und Fakten über den zukünftig eintretenden Umweltzustand bzw. die Realisierung der entscheidungsrelevanten unsicheren Ergebnisgröße dar. Die Informationssignale, die der Entscheider potentiell erhalten kann, sind ihm bekannt. Der Entscheider beobachtet zeitlich vorgelagert zur Realisierung des Umweltzustandes und der Wahl der Handlungsalternative ein Signal, das in einem stochastischen Zusammenhang zu den Umweltzuständen steht. Durch den genannten stochastischen Zusammenhang übermittelt das erhaltene Signal Informationen über die zukünftigen Umweltzustände. Wird angenommen, dass der Raum der möglichen Zustände sowie der Raum der möglichen Signale diskret ist, kann der stochastische Zusammenhang zwischen den Signalen und den Umweltzuständen durch eine gemeinsame diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Signale und Zustände, $p(s_i, y_m)$, mit $i = 1, \dots, N$, und y_m , mit $m = 1, \dots, M$, dargestellt werden.¹⁰⁹ Ist die zusätzliche Information für jeden Marktteilnehmer zugänglich, kann sich durch die zusätzliche, für jeden verfügbare, Information die Menge der wählbaren Handlungsalternativen verändern, so dass eine vor Erhalt eines Signals wählbare Alternative nach

¹⁰⁶Vgl. Franke/Krahn (2009): S. 341.

¹⁰⁷Vgl. u. a. Hirshleifer (1971): S. 563, Hirshleifer (1989): S. 126 ff., Hirshleifer/Riley (1979): S. 1393 f., Laffont (1989): S. 55 ff. und Marshall (1974): S. 373 f.

¹⁰⁸Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 170 f. oder Marschak/Radner (1972): S. 51 ff.

¹⁰⁹Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1979): S. 1393 f., Marschak/Miyasawa (1968): S. 140 ff. oder Marschak/Radner (1972): S. 48 f.

dem Erhalt nicht mehr zur Verfügung steht.^{110 111}

Definition 2.2.1. *Ein Informationssystem, I , ist die Menge aller potentiellen Informationssignale (Nachrichten). Es stellt einen stochastischen Zusammenhang zwischen dem Erhalt einer Nachricht, $y_m \in Y$, mit $m = 1, \dots, M$ und den für den Entscheider relevanten möglichen Zuständen, $s_i \in \Omega$, mit $i = 1, \dots, N$ her. Wird angenommen, dass der Raum der möglichen Zustände sowie der Raum der möglichen Signale diskret ist, dann gilt.^{112 113}*

$$I := \left\{ p : \Omega \times Y \rightarrow [0, 1] \mid \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M p(s_i, y_m) = 1 \right\}. \quad (2.15)$$

Der Erhalt eines Informationssignals ändert das ursprüngliche Entscheidungsproblem aufgrund der Revision der subjektiven Wahrscheinlichkeitsverteilung und der möglichen Änderung der Menge der Handlungsalternativen. Die Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung erfolgt gemäß des Bayes-Theorems, indem der Entscheider für jedes mögliche Signal des Informationssystems eine bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung über die möglichen Umweltzustände bildet.¹¹⁴ Die bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung über alle Zustände, s_i , mit $i = 1, \dots, N$, für ein bestimmtes Informationssignal, y_m , mit $m = 1, \dots, M$, wird gemäß des Bayes-Theorems wie folgt bestimmt:^{115 116}

¹¹⁰Die Änderung der Menge der Handlungsalternativen tritt z. B. bei Existenz von Märkten zum Handel von Risiken nach dem Erhalt von zusätzlicher und öffentlicher Information auf. Der Erhalt von Information kann dann zu einer Verringerung der Bereitschaft zur Risikoteilung und -übernahme am Markt für Risiken führen und so die Menge der Handlungsalternativen verändern. Für einen risikoaversen Entscheider kann in der beschriebenen Situation der Erhalt von zusätzlicher Information nachteilig sein, da sich die Möglichkeiten zum Handel von Risiken verringern. (Vgl. Kapitel 2.2.4 oder z. B. Hirshleifer (1971): S. 567 ff., Sulganik/Zilcha (1994) oder Sulganik/Zilcha (1997).)

¹¹¹Es wird im Rahmen der Arbeit, sofern es nicht explizit anders unterstellt wird, angenommen, dass der Erhalt von zusätzlicher Information zu keiner Änderung der Menge der wählbaren Handlungsalternativen führt.

¹¹²Vgl. u. a. Hirshleifer/Riley (1979): S. 1394 f., Marschak/Miyasawa (1968): S. 137 oder Savage (1972): S. 106 ff.

¹¹³Analog zur diskreten Darstellung des Informationssystems kann die Darstellung ebenfalls durch stetige gemeinsame Verteilungen der Zustände und Signale erfolgen. (Vgl. z. B. Laffont (1989): S. 58 ff.)

¹¹⁴Vgl. u. a. DeGroot (1970): S. 11 f., Pratt et al. (1995): S. 277 f. oder Schneeweiss (1990): S. 236 ff.

¹¹⁵Vgl. u. a. Hirshleifer (1989): S. 142 f. oder Sydsæter et al. (2005): S. 180.

¹¹⁶Analog zur diskreten Darstellung der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihrer Berechnung durch das Bayes-Theorem kann die Darstellung und Berechnung ebenfalls durch stetige bedingte Verteilungen der Zustände und Signale erfolgen. (Vgl. z. B. Laffont (1989): S. 58 ff.)

$$p(s_i|y_m) = \frac{p(s_i, y_m)}{p(y_m)}, \quad (2.16)$$

$$\text{mit } p(y_m) = \sum_{i=1}^N p(s_i, y_m). \quad (2.17)$$

Im weiteren Verlauf der Erläuterungen zum Erhalt von zusätzlicher Information wird unterstellt, dass es sich bei der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zustände und Signale um eine diskrete Verteilung handelt, so dass das Informationssystem als stochastische Matrix dargestellt werden kann. Die einzelnen Elemente entsprechen den Eintrittswahrscheinlichkeiten des gemeinsamen Auftretens eines bestimmten Signals und eines bestimmten Zustandes. Das Informationssystem kann ebenfalls durch die Posteriori-Wahrscheinlichkeiten, $p(s|y)$, sowie die Likelihood-Wahrscheinlichkeiten¹¹⁷, $p(y|s)$, dargestellt werden.¹¹⁸ Die Berechnung der Posteriori Wahrscheinlichkeiten erfolgt gemäß Gleichung 2.17 und das Informationssystem kann durch die folgende Matrix dargestellt werden:¹¹⁹

$$I = \begin{pmatrix} p(s_1|y_1) & \cdots & p(s_1|y_M) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p(s_N|y_1) & \cdots & p(s_N|y_M) \end{pmatrix}, \text{ mit } m = 1, \dots, M \text{ und } i = 1, \dots, N.$$

Wird das Informationssystem durch die Posteriori-Verteilung, $p(s|y)$, dargestellt, so muss erolgt nach Erhalt des Signals die Realisierung eines Zustands, so dass unter Verwendung des Zusammenhangs gemäß des Bayes-Theorems für jedes auftretende Signal, y_m , mit $m = 1, \dots, M$, gelten muss:¹²⁰

¹¹⁷Bei den Likelihood-Wahrscheinlichkeiten handelt es sich um bedingte Wahrscheinlichkeiten, welche die Wahrscheinlichkeit des Erhaltens eines Signals angeben, wenn ein bestimmter Umweltzustand realisiert wird. Die grundsätzliche Berechnung erfolgt ebenfalls gemäß des Bayes-Theorems. Es gilt: $p(y_m|s_i) = p(s_i, y_m)/p(s_i)$, mit $m = 1, \dots, M$ und $i = 1, \dots, N$ sowie $p(s_i) =$ Eintrittswahrscheinlichkeit des Zustands i . (Vgl. Hirshleifer/Riley (1992): S. 170.)

¹¹⁸Im weiteren Verlauf der Arbeit werden Informationssysteme direkt durch ihre zugehörigen, auf den Erhalt eines Signals bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen dargestellt.

¹¹⁹Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 170 ff. oder Marschak/Miyasawa (1968): S. 140 ff.

¹²⁰Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 60.

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^N p(s_i|y_m) &= \sum_{i=1}^N \frac{p(s_i, y_m)}{p(y_m)}, \\
&= \frac{1}{p(y_m)} \sum_{i=1}^N p(s_i, y_m), \\
&= \frac{1}{p(y_m)} p(y_m) = 1.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Aufgrund von analogen Überlegungen muss für die Likelihoods gelten:¹²¹

$$\sum_{m=1}^M p(y_m|s_i) = 1. \tag{2.19}$$

Unter Verwendung der bedingten Wahrscheinlichkeiten können die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Zustände sowie die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Signale wie folgt bestimmt werden:¹²²

$$p(s_i) = \sum_{m=1}^M p(s_i|y_m) p(y_m), \tag{2.20}$$

$$= \sum_{m=1}^M \frac{p(s_i, y_m)}{p(y_m)} p(y_m), \tag{2.21}$$

$$= \sum_{m=1}^M p(s_i, y_m) \tag{2.22}$$

bzw.

$$p(y_m) = \sum_{i=1}^N p(s_i, y_m). \tag{2.23}$$

¹²¹Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 172 ff.

¹²²Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 58 f.

Wird unterstellt, dass das Informationssystem zusätzliche Information über die unsichere Größe enthält, so verbessert sich der Informationsstand des Entscheiders. Aufgrund des stochastischen Zusammenhangs zwischen den Zuständen und Informationssignalen enthalten die Signale zusätzliche Information über die eintretenden Umweltzustände. Der Erhalt eines Signals führt durch Revision der Wahrscheinlichkeitsverteilung zu einer Berücksichtigung der zusätzlichen Daten und Fakten. Basierend auf der ursprünglichen Priori-Verteilung werden für jedes potentiell auftretende Signal bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilungen abgeleitet.¹²³ Die folgende Abbildung stellt den Zusammenhang zwischen Priori- und Posteriori-Verteilung bzw. die Auswirkung des Erhalts von Information grafisch dar.

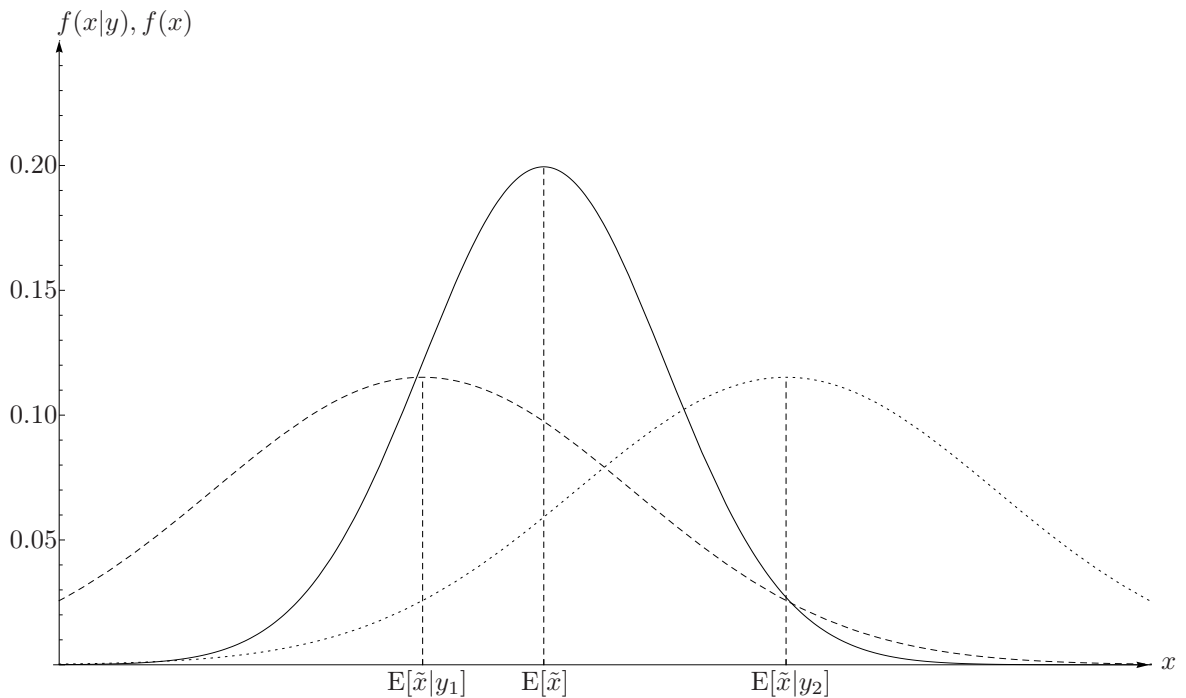


Abbildung 2.1: Vergleich von Priori- und Posteriori-Verteilung.¹²⁵

In der Abbildung wird der Erhalt von zwei möglichen Signalen, y_1 und y_2 , dargestellt. Die Signale enthalten Informationen über die für ein Entscheidungsproblem relevante Zufallsvariable \tilde{x} .¹²⁶ Aus Abbildung 2.1 wird deutlich, dass der Erhalt von zusätzlicher

¹²³Vgl. Hirshleifer/Riley (1979): S. 1394 ff. und Hirshleifer/Riley (1992): S. 175 ff.

¹²⁵In Anlehnung an: Hirshleifer/Riley (1979): S. 1394.

¹²⁶Es wird unterstellt, dass die Realisationen der Zufallsvariable durch Grenzwerte nach oben und unten beschränkt sind, so dass gilt: $x \in [\underline{X}, \bar{X}]$.

Information in Form von Signalen eine Änderung der Verteilung verursacht. In der Abbildung führt der Erhalt des Signals y_1 führt zu einer Verschiebung der Verteilung nach links sowie zu einer Spreizung der Verteilung¹²⁷, wogegen der Erhalt des zweiten Signals ebenfalls zu einer Spreizung der Verteilung führt, aber zu einer Rechtsverschiebung der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Der Erhalt eines Signals mit höherem Wert geht tendenziell einher mit höheren Realisationen der Zufallsvariable \tilde{x} , der Erhalt eines Signals mit niedrigerem Wert geht tendenziell einher mit niedrigeren Realisationen der Zufallsvariable. Die Spreizung der Wahrscheinlichkeitsverteilung in der Grafik deutet auf einen höheren Wert der Varianz der beiden bedingten Verteilungen im Vergleich zur Priori-Verteilung hin.¹²⁸ ¹²⁹ Wird angenommen, dass es nur zwei mögliche auftretende Signale gibt, so ist der Erwartungswert auf Basis der Priori-Verteilung, aufgrund des Bayes-Zusammenhangs von Priori und Posteriori-Verteilung, ein Durchschnitt der Erwartungswerte der beiden bedingten Verteilungen. Für eine beliebige Anzahl an Signalen folgt:¹³⁰ ¹³¹ ¹³²

$$E[\tilde{x}] = E_y E_{x|y}[\tilde{x}|\tilde{y}]. \quad (2.24)$$

Die Spreizung bzw. der Grad der Stauchung¹³³ der Priori-Verteilung kann als Indikator für das Vertrauen in die eigene Einschätzung des Investors aufgefasst werden. Eine stärker gestauchte Dichtefunktion impliziert, dass der Entscheider Realisationen der Zufallsvariable innerhalb eines bestimmten Intervalls um den Erwartungswert eine höhere Wahrscheinlichkeit zuordnet im Vergleich zu einer weniger gestauchte Dichtefunktion. Den Grenzfall stellt eine Priori-Verteilung dar, in der einer Realisation der

¹²⁷Der Prozess der Spreizung der Verteilung wird an dieser Stelle der Arbeit zunächst als allgemeine Verschiebung von Wahrscheinlichkeitsmaße von der Mitte der Verteilung hin zu den äußeren Bereichen verstanden. Eine mathematische Formulierung dieses Vorgangs erfolgt in Satz 3.3.4 Kapitel 3.3.

¹²⁸In Satz 3.3.5 in Kapitel 3.3 wird verdeutlicht, dass ein Zusammenhang zwischen der bzw. den Spreizungen der bedingten Verteilungen eines Informationssystems und dem Informationsgehalt des Informationssystems hergestellt werden kann.

¹²⁹Vgl. u. a. Hirshleifer (1989): S. 175 ff. und Hirshleifer/Riley (1992): S. 175 ff.

¹³⁰Vgl. u. a. Hirshleifer (1989): S. 176, Hirshleifer/Riley (1979): S. 1394 f., Pratt et al. (1995): S. 295 f. und Savage (1972): S. 121 ff.

¹³¹Im Index des Erwartungswertoperators wird kenntlich gemacht, auf Basis welcher Verteilung der Erwartungswert bestimmt wird. $E_{x|y}$ bedeutet beispielsweise, dass der Erwartungswert auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Signale gebildet wird.

¹³²Der Zusammenhang gilt ebenfalls für stetige Verteilungen.

¹³³Als Stauchung einer Wahrscheinlichkeitsfunktion wird der zu einer Spreizung gegensätzliche Vorgang verstanden. (Vgl. Definition B.6 in Anhang B.)

Zufallsvariable die Wahrscheinlichkeit 100% zugeordnet wird. In einem solchen Szenario führt auch der Erhalt von zusätzlichen Informationssignalen zu keiner Änderung des Informationsstandes. Sowohl vor als auch nach Erhalt der zusätzlichen Information liegt die Situation der vollständigen Information vor. Die Eintrittswahrscheinlichkeit eines bestimmten Zustandes vor Erhalt der zusätzlichen Information und die bedingte Posteriori-Wahrscheinlichkeit des eintretenden Zustandes ist für jedes mögliche Signal gleich und hat den Wert eins.¹³⁴

2.2.2 Der Wert von zusätzlicher Information in ökonomischen Entscheidungssituationen unter Unsicherheit

Ziel der weiteren Untersuchungen ist es, die Änderung des Erwartungsnutzens bzw. die Änderung der erwarteten Zielgröße durch den Erhalt von zusätzlicher Information zu bestimmen. Der Zugang zu zusätzlicher Information z. B. durch den Erhalt eines Signals führt zu einer Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Nach Erhalt eines Signals erfolgt eine Revision der Eintrittswahrscheinlichkeiten der unsicheren Ergebnisgröße, so dass für jedes mögliche Signal eine bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung ermittelt wird.¹³⁵

2.2.2.1 Die Änderung des erwarteten Nutzens durch den Erhalt von zusätzlicher Information

Der Erhalt der Information und der Veränderung der Verteilung über die unsicheren Größen kann zu einer Änderung der optimalen Handlungsalternative führen und sich so auf die Werte der erwarteten Ergebnisgröße auswirken. Wird unterstellt, dass die Zielgröße der Erwartungsnutzen ist, wird ohne zusätzliche Information der erwartete Nutzen durch geeignete Wahl der Handlungsalternative auf Basis der Priori-Verteilung maximiert.^{136 137}

¹³⁴Vgl. u. a. Hirshleifer (1989): S. 176 oder Hirshleifer/Riley (1979): S. 1394 f.

¹³⁵Vgl. Kapitel 2.2.1.

¹³⁶Werden die Entscheidungen im Einklang mit den Axiomen des rationalen Verhaltens getroffen, so maximiert die gewählte Alternative den erwarteten Nutzen. (Vgl. Satz 2.1.1 und Satz 2.3 bzw. Kapitel 2.1.2.)

¹³⁷ $p(s_i)$ bezeichnet die Priori-Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Zustand i , mit $i = 1, \dots, N$.

Definition 2.2.2. *Der maximale Erwartungsnutzen auf Basis der Priori-Verteilung, mit der optimalen Handlungen, a_0^* , ist gegeben durch:*

$$V_0^* := V(a_0^*) = \max_{a_j} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_j)) p(s_i). \quad (2.25)$$

a_0^* bezeichnet die optimale Handlungsalternative und V_0^* bzw. $V(a_0^*)$ den entsprechenden maximalen erwarteten Nutzen. Die den Erwartungsnutzen maximierende Entscheidung ist abhängig von der unterstellten Verteilung und kann sich folglich mit einer Änderung der Verteilung ebenfalls ändern.^{138 139}

Wird nun angenommen, dass der Entscheider zeitlich vorgelagert zur Wahl der Handlungsalternative ein Informationssignal erhält, passt der Entscheider seine Wahrscheinlichkeitsverteilung durch Berücksichtigung der neuen Information an. Der Entscheider trifft dann auf Basis der Posteriori-Verteilung die Entscheidung. Dies bedeutet, dass in Abhängigkeit des Erhalts eines bestimmten Signals ein bedingter Erwartungsnutzen¹⁴⁰ ermittelt wird, der für jedes Signal durch Wahl der nutzenmaximierenden Handlungsalternative maximiert wird. Die nutzenmaximale Handlungsalternative hängt daher über die bedingten Verteilungen vom zuvor erhaltenen Signal ab. Für jedes Signal, y_m , mit $m = 1, \dots, M$, das potenziell erhalten werden kann, gilt:¹⁴¹

$$V_I^*(a^*(y_m)) := \max_{a_j} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_j)) p(s_i|y_m). \quad (2.26)$$

$V_I^*(a^*(y_m))$ bezeichnet den maximalen erwarteten Nutzen, der bei Wahl der optimalen Handlungsalternative, $a^*(y_m)$, und Erhalt des Informationssignals y_m erreicht werden kann. Bei dem in Gleichung (2.26) dargestellten Nutzen handelt es sich um einen bedingten Erwartungsnutzen, da dieser für jedes potentielle Signal ermittelt wird. Die nutzenmaximierende Entscheidung kann folglich mit dem Informationssignal variieren.

¹³⁸Vgl. u. a. Franke/Hax (2009): S. 302, Ingersoll (1987): S. 32 oder Hirshleifer (1989): S. 176 f.

¹³⁹Um die Auswirkung von zusätzlicher Information zu verdeutlichen, wird die nicht abgekürzte Darstellung für den Ergebniswert, $e(s_i, a_j)$, aus Kapitel 2.1.2 verwendet.

¹⁴⁰Der Nutzen ist abhängig von dem realisierten Ergebnis, $e(s_i, a_j)$, welches vom realisierten Zustand und der gewählten Handlungsalternative abhängig ist. (Vgl. Kapitel 2.1.2 bzw. Gleichung (2.2)).

¹⁴¹Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1979): S. 1395 f., Lawrence (1999): S. 65 ff.

Für jedes erhaltene Signal und der entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilung existiert eine erwartungsnutzenmaximierende Handlung, $a^*(y_m)$.¹⁴²

In Entscheidungssituationen können Entscheider nicht zwischen dem Erhalt einzelner Signale wählen, sondern wählen Informationssysteme, die mehrere mögliche Signale erzeugen. Das Informationssignal stellt deshalb selbst eine Zufallsvariable dar, dessen Wahrscheinlichkeitsverteilung durch das Informationssystem gegeben ist. Ein Informationssystem, I , kann als gemeinsame Verteilung von Informationssignalen und Zuständen aufgefasst werden und durch Anwendung der Bayes-Regel in eine bedingte Verteilung überführt werden.¹⁴³ Für jedes mögliche Informationssignal kann vor Erhalt des Signals die zugehörige bedingte Verteilung bestimmt werden. Auf Basis der bedingten Verteilungen und der gemäß Gleichung (2.26) bedingten optimalen Handlungsalternative, $a^*(y_m)$, kann der bedingte Erwartungsnutzen bestimmt werden. Die Bildung des Erwartungswertes über alle Informationssignale liefert den unbedingten Erwartungsnutzen des Informationssystems, V_I^* .^{144 145}

Definition 2.2.3. *Der maximale unbedingte Erwartungsnutzen für ein Informationssystem, I , mit den für jedes Signal, y_m , optimalen Handlungen, $a^*(y_m)$, mit $m = 1, \dots, M$, ist gegeben durch:*¹⁴⁶

$$\begin{aligned} V_I^* &:= \sum_{m=1}^M p(y_m) \max_{a_j} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_j)) p(s_i|y_m), \\ &= \sum_{m=1}^M p(y_m) V_I^*(a^*(y_m)). \end{aligned} \quad (2.27)$$

Während der Wert in Gleichung (2.26) als maximaler Erwartungsnutzen für den Erhalt eines bestimmten Signals des Informationssystems, I , interpretiert werden kann, ist der Wert in Gleichung (2.27) als ex ante Wert für den Erwartungsnutzen des Informationssystems I zu betrachten.¹⁴⁷

Werden anfallende Kosten für die Nutzung des Informationssystems I berücksichtigt,

¹⁴²Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 65 f., Marschak/Miyasawa (1968): S. 144 oder Pratt et al. (1995): S. 308 f.

¹⁴³Vgl. Gleichung (2.16) in Kapitel 2.2.1.

¹⁴⁴Vgl. z. B. Savage (1972): S. 125 ff.

¹⁴⁵ $p(y_m)$ bezeichnet die Eintrittswahrscheinlichkeit des m -ten Informationssignals.

¹⁴⁶Vgl. u. a. Marschak/Miyasawa (1968): S. 144 f., Marschak/Radner (1972): S. 51 ff.

¹⁴⁷Aus diesem Grund wird diese Art der Analyse in der Literatur auch als Prä-Posteriori-Analyse bezeichnet. (Vgl. z. B. Raiffa/Schlaifer (1961): S. 103, Mag (1977): S. 181 ff. oder Pratt et al. (1995): S. 309 ff.)

ist der unbedingte Erwartungsnutzen des Informationssystems I in Verbindung mit Definition 2.2.3 gegeben durch:

$$V_{I,C}^* := \sum_{m=1}^M p(y_m) \max_{a_j} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_j) - C_I) p(s_i|y_m), \quad (2.28)$$

wobei die Kosten der Information durch den Betrag C_I berücksichtigt werden. Die Kosten für die Nutzung des Informationssystems treten in jedem Zustand und unabhängig vom erhaltenen Informationssignal auf.¹⁴⁸ Der Kostenbetrag des Informationssystems C_I ist eine Größe, welche sämtliche Kosten, die im Zusammenhang mit der Bereitstellung, der Ermittlung oder der Extrahierung der zusätzlichen Information stehen, zusammenfasst.^{149 150}

Ziel der weiteren Analysen ist der Vergleich der Werte für den Erwartungsnutzen von verschiedenen Informationssystemen mit und ohne Erhalt von zusätzlicher Information. Der Wert von zusätzlicher Information kann auf verschiedene Weisen bestimmt werden, z. B. als Erhöhung des erwarteten maximalen Nutzens. Eine andere Möglichkeit stellt die Ermittlung einer sicheren Größe dar, gemessen in der Einheit der betrachteten Ergebnisgröße, um die die unsichere Ergebnisgröße in der Situation ohne zusätzliche Information in jedem Zustand erhöht werden muss, bis der entsprechende Erwartungsnutzen dem Erwartungsnutzen mit zusätzlicher Information entspricht. Die Summe beider Größen führt dann zu einem erwarteten Nutzen in Höhe des Erwartungsnutzens des Informationssystems.^{151 152}

Der zusätzliche Wert von Information bzw. eines Informationssystems, EVI_I ¹⁵³, durch den Erhalt eines unsicheren Informationssignals im Vergleich zur Situation ohne den Erhalt der zusätzlichen Information, ist durch die Differenz der maximalen Erwartungsnutzen für beide Situationen gegeben.¹⁵⁴ Bei der Ermittlung des EVI_I wird unterstellt,

¹⁴⁸Vgl. z. B. LaValle (1968): S. 254.

¹⁴⁹Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1979): S. 1398 f. oder Mag (1977): S. 154 ff.

¹⁵⁰Für die weiteren Untersuchungen der Auswirkungen des Erhalts von zusätzlicher Information wird unterstellt, sofern nicht explizit anders angenommen, dass die zusätzliche Information keine Kosten verursacht.

¹⁵¹Dieser Ansatz wird ebenfalls in diesem Kapitel vorgestellt.

¹⁵²Die Ermittlung ähnelt dem methodischem Vorgehen zur Ermittlung des Wertes des Sicherheitsäquivalents. (Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 200 ff. bzw. Definition 2.1.4.)

¹⁵³Dies ist die Abkürzung von Economic Value of Information und wird im weiteren Verlauf der Arbeit verwendet.

¹⁵⁴Dabei ist der maximale Erwartungsnutzen auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Informationssystems I durch V_I^* und der maximalen Erwartungsnutzen auf Basis der Priori-Verteilung durch V_0^* gegeben.

dass die Nutzung des Informationssystems keine zusätzlichen Kosten verursacht.^{155 156}

Definition 2.2.4. Für den Anstieg des erwarteten Nutzens, EVI_I , durch Nutzung des Informationssystem, I , im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung gilt:¹⁵⁷

$$EVI_I := V_I^* - V_0^*. \quad (2.29)$$

Der Erwartungsnutzen für das Informationssystem, V_I^* , wird als unbedingter Erwartungsnutzen über alle Signale ermittelt. Es kann gezeigt werden, dass der gemäß Definition 2.2.4 gegebene Wert nicht-negativ ist, wenn angenommen wird, dass sich die Menge der möglichen Handlungsalternativen mit Erhalt der Informationssignale nicht ändert.

Satz 2.2.1. Der erwartete Anstieg des Nutzens, EVI_I , durch Nutzung des Informationssystems, I , im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung ist nicht-negativ, so dass gilt:¹⁵⁸

$$EVI_I \geq 0. \quad (2.30)$$

Beweis Einsetzen von Gleichung (2.25) und (2.27) in Gleichung (2.29) liefert:

$$\begin{aligned} EVI_I &= \sum_{m=1}^M p(y_m) (V_I^*(a^*(y_m)) - V_0^*) \\ &= \sum_{m=1}^M p(y_m) \max_{a_j} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_j)) p(s_i|y_m) \\ &\quad - \sum_{m=1}^M p(y_m) \max_{a_j} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_j)) p(s_i). \end{aligned} \quad (2.31)$$

¹⁵⁵Vgl. u. a. Grossman et al. (1977): S. 537, Laux et al. (2012): S. 309 f. oder Pratt et al. (1995): S. 310 f.

¹⁵⁶Im Rahmen eines Artikels zur Untersuchung der Auswirkung von zusätzlicher Information durch die Verwendung von Unsicherheitsfunktionen weist DeGroot nach, dass der zusätzliche Wert von Information nicht-negativ ist. Unsicherheitsfunktionen werden von DeGroot als Funktionen mit bestimmten Voraussetzungen definiert, die zur Messung des Informationsgehalts von Verteilungen und damit auch zum Vergleich von Verteilungen bzgl. ihres Informationsgehalts geeignet sind. Das wesentliche Merkmal ist dabei die Konkavität der Funktion. (Vgl. Kapitel 3.3 sowie DeGroot (1962): S. 405 und Kihlstrom (1984): S. 21 f.)

¹⁵⁷Vgl. z. B. Campbell (2004a): S. 184, Hirshleifer/Riley (1992): S. 179 ff., Laffont (1989): S. 56 ff. oder Raiffa/Schlaifer (1961): S. 87 ff.

¹⁵⁸Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 179 ff. oder Laffont (1989): S. 62 ff.

Für die weitere Vereinfachung von Gleichung (2.31) wird der folgende Zusammenhang, $\sum_{m=1}^M p(s_i|y_m) p(y_m) = p(s_i)$, der aufgrund des Bayes-Theorems gilt, verwendet. Zudem werden die zugehörigen erwartungsnutzenmaximalen Handlungen auf Basis der Priori- und der Posteriori-Verteilung, a_0^* und $a^*(y_m)$, eingesetzt. Es folgt:¹⁵⁹

$$\begin{aligned}
 EV I_I &= \sum_{m=1}^M p(y_m) \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a^*(y_m))) p(s_i|y_m), \\
 &\quad - \sum_{m=1}^M p(y_m) \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_0^*)) p(s_i|y_m), \\
 &= \sum_{m=1}^M p(y_m) \sum_{i=1}^N \left(U(e(s_i, a^*(y_m))) \right. \\
 &\quad \left. - U(e(s_i, a_0^*)) \right) p(s_i|y_m). \tag{2.32}
 \end{aligned}$$

Die zweite Summenformel in Gleichung (2.32) besteht aus einer Summe von Nutzendifferenzen in den möglichen Umweltzuständen, multipliziert mit der jeweiligen bedingten Eintrittswahrscheinlichkeit des Zustandes. Damit entspricht der Wert der Summe dem bedingten Erwartungswert der Nutzendifferenzen auf Basis der bedingten Verteilung für jedes Signal, y_m . Die einzelnen Nutzendifferenzen spiegeln den Unterschied des Nutzens in jedem Zustand wider, der entsteht, wenn die für das erhaltene Signal, y_m , optimale Handlung, $a^*(y_m)$, gewählt wird bzw. die Handlung, a_0^* , gewählt wird, die auf Basis der Priori-Verteilung optimal ist. Für den Erhalt eines bestimmten Signals kann es optimal sein, die Handlungsalternative im Vergleich zur Situation ohne zusätzliche Information zu ändern, so dass der bedingte erwartete Nutzen für das betrachtete Signal durch Übergang von a_0^* zu $a^*(y_m)$ erhöht werden kann und in diesem Fall $V_I^*(a^*(y_m)) > V_0^*$ gilt. Andernfalls wird die bisherige Handlungsalternative beibehalten und die zusätzliche Information führt zu keiner Änderung des erwarteten Nutzens, so dass $V_I^*(a^*(y_m)) = V_0^*$ gilt. Gemäß den getätigten Überlegungen kann die zweite Summe in Gleichung (2.32) nur positive Werte oder den Wert null annehmen, da die einzelnen Nutzendifferenzen stets nicht-negativ sind und die Summe einen Erwartungswert über die Nutzendifferenz darstellt. Die Bildung der Summe über die Signale entspricht der Bildung des unbedingten Erwartungsnutzens über die Nutzendifferenzen. Da die Differenz der Erwartungsnutzen nur nicht-negative Werte annehmen kann,

¹⁵⁹Vgl. Gleichung (2.20).

ist der Wert der Information in Definition 2.2.4 stets nicht-negativ, wenn zusätzlich unterstellt wird, dass sich die Menge und Zusammensetzung der möglichen Handlungsalternativen durch den Erhalt der Information nicht verändert sowie die Beschaffung bzw. Nutzung des Informationssystems keine Kosten verursacht. Dabei ist hervorzuheben, dass ein Informationssystem den Informationsstand des Entscheiders verbessern und zu einer Revision der Wahrscheinlichkeitsverteilung führen kann, die zusätzliche Information jedoch nicht zu einer Änderung der optimalen Entscheidung führt. In diesem Fall erhöht der Erhalt der zusätzlichen Information nicht den unbedingten Erwartungsnutzen im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung. Die Zunahme des Erwartungsnutzens durch den Erhalt von zusätzlicher Information bzw. der Nutzung des Informationssystems ist für eine gegebene Priori-Verteilung maximal, wenn das Informationssystem vollkommene Information übermittelt. Dies bedeutet, dass der Entscheider nach Erhalt des Informationssignals den im nächsten Zeitpunkt eintretenden Zustand kennt.^{160 161 162} □

Das Ergebnis zeigt, dass im Rahmen der getätigten Annahmen der Erhalt von zusätzlicher Information für einen nutzenmaximierenden Entscheider nicht nachteilig sein kann. Eine Anpassung der optimalen Handlungsalternative erfolgt nur dann, wenn dadurch ein höherer erwarteter Nutzen erreicht werden kann. Dieses Ergebnis wird jedoch nur erzielt, da angenommen wird, dass die Menge von Handlungsalternativen durch den Erhalt von zusätzlicher Information nicht verändert wird. Wird diese Annahme aufgelöst, kann der Erhalt von Information auch nachteilig sein. Auch die Unterscheidung zwischen öffentlicher und privater Information beeinflusst die Vorteilhaftigkeit von zusätzlicher Information.¹⁶³

Durch das folgende Beispiel und die zugehörige Abbildung 2.2 wird die Auswirkung von zusätzlicher Information anhand eines Beispiels für den Fall von zwei möglichen Umweltzuständen verdeutlicht.

¹⁶⁰Vgl. z.B. Laux et al. (2012): S. 311 f. oder Lawrence (1999): S. 69 f.

¹⁶¹Vgl. u. a. Chambers/Quiggin (2007): S. 201 ff., Hirshleifer (1989): S. 176 ff., Laffont (1989): S. 63 f., Lawrence (1999): S. 65 f., Savage (1972): S. 125 ff.

¹⁶²Auf Basis der erläuterten Begründung für die Relation der Erwartungsnutzen für die Situation mit und ohne zusätzlicher Information können ebenfalls Vergleiche der erwarteten Nutzen für die Situationen mit vollkommener Information und unvollkommener Information hergeleitet werden. Vollkommene Information bedeutet, dass der Entscheider nach Erhalt des Signals den eintretenden Umweltzustand kennt und somit dieses Informationssystem den maximalen Erwartungsnutzen im Vergleich zu allen anderen Informationssystemen erzeugt. (Vgl. Lawrence (1999): S. 69 f. und S. 70 f.)

¹⁶³Vgl. Kapitel 2.2.4 und Morris/Shin (2002): S. 1528 ff.

Beispiel 2.2.1. Die Wahrscheinlichkeiten der beiden möglichen Umweltzustände s_1 und s_2 , $p(s_1)$ und $p(s_2) = 1 - p(s_1)$, sind durch die Priori-Verteilung gegeben. Der Entscheider hat die Möglichkeit, das Informationssystem I zu nutzen, welches eines der beiden Signale y_1 oder y_2 übermittelt. Es wird der Nutzen aus dem von dem eintretenden Zustand und der gewählten Handlung abhängigen Ergebnis, $e_{ij} = e(s_i, a_j)$, mit $i = 1, 2$ und $j = 1, 2, 3, 4$, maximiert. Dem Entscheider stehen vier mögliche Handlungen zur Verfügung. Der Entscheider maximiert den bedingten Erwartungsnutzen, auf Basis der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten, $p(s_i|y_m)$, mit $i = 1, 2$ und $m = 1, 2$, durch geeignete Wahl der Handlungsalternative.^{164 165}

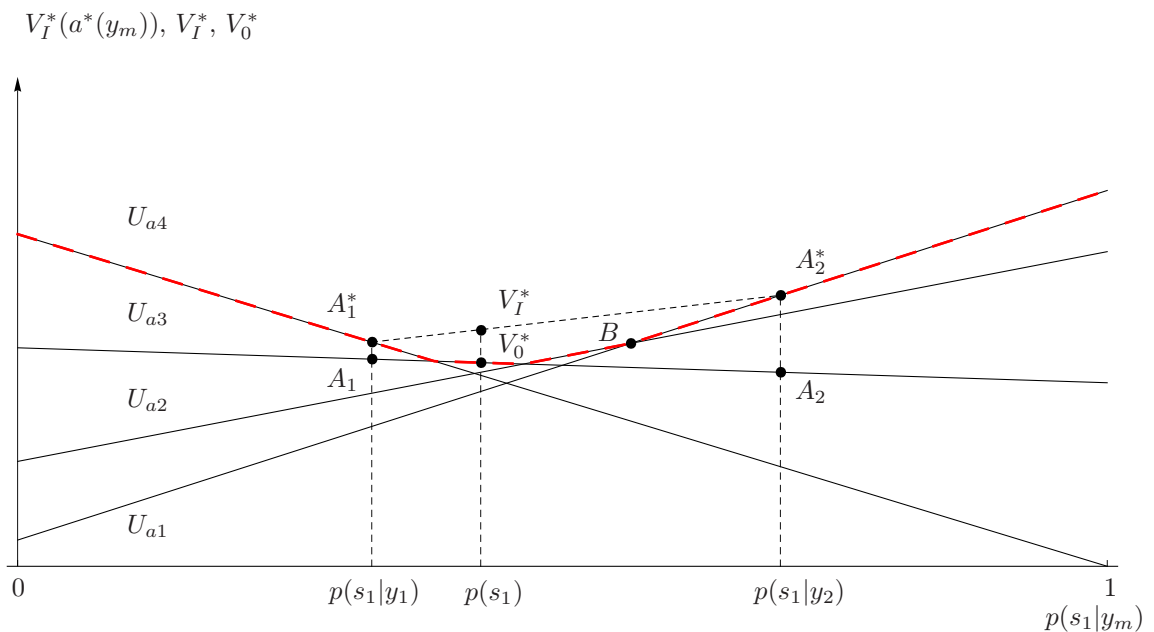


Abbildung 2.2: Auswirkungen von zusätzlicher Information im Vergleich zur optimalen Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung.¹⁶⁷

In Abbildung 2.2 wird die Situation dargestellt, in der der Entscheider den Erwartungsnutzen maximiert auf Basis der Priori-Verteilung sowie auf Basis der Verteilung,

¹⁶⁴Gemäß Gleichung (2.20) und der Definition des Informationssystems ist der Erwartungswert der bedingten Wahrscheinlichkeiten des Informationssystems, berechnet mit Hilfe der Eintrittswahrscheinlichkeiten der Signale, gleich der Priori-Wahrscheinlichkeit des betrachteten Zustandes.

¹⁶⁵Vgl. Hirshleifer/Riley (1992): S. 180 ff.

¹⁶⁷In Anlehnung an: Lawrence (1999): S. 195.

die durch das Informationssystem I gegeben ist. Auf der ersten Achse sind die Eintrittswahrscheinlichkeiten für Zustand 1 abgetragen, auf der zweiten Achse die Erwartungsnutzen für die unterschiedlichen Situationen. In der Abbildung sind ebenfalls die mit U_{a_1} , U_{a_2} , U_{a_3} , U_{a_4} bezeichneten Geraden eingetragen, die den Erwartungsnutzen bei Wahl der entsprechenden Handlung, a_1 , a_2 , a_3 oder a_4 , in Abhängigkeit der für die Zustände, s_1 und s_2 , unterstellten Eintrittswahrscheinlichkeiten wiedergeben. Auf Basis der Priori-Verteilung ergibt sich ein Erwartungsnutzen in Höhe von V_0^* bei Wahl der optimalen Handlung $a_0^* = a_3$. Jede andere Handlungsmöglichkeit führt zu einem geringeren Erwartungsnutzen als V_0^* . In der Abbildung ist der erwartete Nutzen für diese Situation durch den Punkt V_0^* gekennzeichnet. Kann der Entscheider das Informationssystem I nutzen, wird die optimale Entscheidung in Abhängigkeit des erhaltenen Informationssignals getroffen. Auf Basis der bedingten Verteilungen wird für jedes Informationssignal der bedingte, maximale Erwartungsnutzen, $V_I^*(a^*(y_m))$, ermittelt. Die bedingten Erwartungsnutzen sind für die beiden Signale y_1 und y_2 durch die Punkte A_1^* und A_2^* gekennzeichnet. Wird das Signal y_1 erhalten, gilt für die optimale Handlung $a^*(y_1) = a_4$. Wird Signal y_2 erhalten, gilt die optimale Handlung $a^*(y_2) = a_1$. Anhand der Abbildung wird deutlich, dass nicht jede Änderung der Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der beiden Zustände zu einer Änderung der optimalen Handlung führt. Wird z. B. eine Eintrittswahrscheinlichkeit für den ersten Zustand von $p(s_1|y_1)$ angenommen, führt eine Verringerung der Wahrscheinlichkeit um einen geringen Wert zu keiner Änderung der optimalen Handlung. Dies verdeutlicht, dass nicht zwingend aus dem Erhalt von zusätzlicher Information und der entsprechenden Änderung der Eintrittswahrscheinlichkeiten eine Änderung der optimalen Handlung resultiert. Beispielsweise kann ein Informationssystem mit entsprechenden bedingten Verteilungen konstruiert werden, so dass die bedingten Wahrscheinlichkeiten nur wenig von der Wahrscheinlichkeit $p(s_1)$ abweichen. In diesem Fall erfolgt dann keine Änderung der optimalen Handlung nach Erhalt von einem der Signale und der unbedingte Erwartungsnutzen ermittelt auf Basis des Informationssystems ist gleich dem Erwartungsnutzen ohne den Erhalt von zusätzlicher Information.¹⁶⁸

Die in Abbildung 2.2 dargestellten Auswirkungen der Nutzung des Informationssystems I zeigen, dass nach dem Erhalt von jedem der beiden Signale eine Änderung der optimalen Handlung, im Vergleich zur optimalen Entscheidung, $a_0^* = a_3$, die auf Basis der Priori-Verteilung optimal war, hervorgerufen wird. Die bedingte Wahrscheinlichkeit für

¹⁶⁸Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 195 ff. oder Savage (1972): S. 123 ff.

den ersten Zustand ist nach Erhalt des Signals y_1 geringer bzw. nach Erhalt des Signals y_2 größer als die Wahrscheinlichkeit auf Basis der Priori-Wahrscheinlichkeit. Aus der Abbildung geht hervor, dass im Vergleich der auf Basis der Priori-Verteilung ermittelten optimalen Handlung, $a_0^* = a_3$, der bedingte erwartete Nutzen für jedes der beiden Signale gesteigert werden kann. Die beschriebene Erhöhung ist das Resultat einer Anpassung der optimalen Handlung nach Erhalt von einem der Signale.¹⁶⁹ Nach Erhalt von Signal y_1 ist die Handlung a_4 und nach Erhalt des Signals y_2 ist die Handlung a_1 optimal. Die beschriebene Änderung der Erwartungsnutzen für die beiden möglichen Signale entspricht dem Wert des jeweiligen Informationssignals. Der Wert von Informationssignal y_1 entspricht der Strecke zwischen den Punkten A_1 und A_1^* , $\overline{A_1 A_1^*}$ und der Wert von Signal y_2 der Strecke $\overline{A_2 A_2^*}$. Der unbedingte erwartete Nutzen, V_I^* , der sich ex ante für das Informationssystem ergibt, wird gemäß Definition 2.2.3 berechnet und ist in der Abbildung durch den Punkt V_I^* dargestellt. Die Differenz zwischen dem Wert V_I^* und dem maximalen erwarteten Nutzen auf Basis der Priori-Verteilung, V_0^* , ist der gemäß Definition 2.2.4 bestimmte zusätzliche Wert des Informationssystems, EVI_I . Der EVI_I entspricht in der Abbildung der Strecke zwischen den beiden Punkten V_0^* und V_I^* und gibt in Nutzeinheiten den zusätzlichen Wert an, Zugang zur durch das Informationssystem übermittelten Information zu haben.¹⁷⁰

Für jede der vier möglichen Handlungsalternativen existiert eine von der Eintrittswahrscheinlichkeit für Zustand s_1 abhängige lineare Erwartungsnutzenfunktion. In Abhängigkeit der unterstellten Eintrittswahrscheinlichkeit wird stets die Handlung mit dem größten Erwartungsnutzen gewählt, so dass der maximale Erwartungsnutzen in Abhängigkeit der Eintrittswahrscheinlichkeit auf dem oberen Kurvenbereich der linearen Erwartungsnutzenfunktionen liegt. In der Abbildung ist die Kurve der maximalen Erwartungsnutzen in Abhängigkeit der bedingten Eintrittswahrscheinlichkeit des Zustands s_1 rot gestrichelt dargestellt. Die Kurve besteht aus mehreren linearen Teilabschnitten, da die Erwartungsnutzenfunktionen in Abhängigkeit der Wahrscheinlichkeiten für eine gegebene Handlung sind. In den gemeinsamen Punkten der einzelnen linearen Abschnitte der Kurve der maximalen Erwartungsnutzen sind die Erwartungsnutzen für die beiden zugehörigen Handlungsalternativen gleich. Ein solcher Schnittpunkt ist

¹⁶⁹Dabei ist zu beachten, dass der Erwartungsnutzen zunächst durch eine Änderung der unterstellten Wahrscheinlichkeit für Zustand s_1 verändert wird. Diese Änderung des Erwartungsnutzens entspricht in der Abbildung dem Übergang von Punkt V_0^* zu Punkt A_1 bzw. A_2 . Ohne Anpassung der optimalen Handlung steigt (sinkt) der bedingte Erwartungsnutzen nach Erhalt von Signal y_1 (y_2) im Vergleich zum maximalen Erwartungsnutzen ohne Erhalt der Informationssignale, V_0^* .

¹⁷⁰Vgl. z. B. Hirshleifer (1989): S. 175 ff.

in der Abbildung z. B. der Punkt B . Wird beispielsweise angenommen, die Priori-Eintrittswahrscheinlichkeit von Zustand s_1 sei geringer als die zu Punkt B gehörige Wahrscheinlichkeit und der Erhalt eines Informationssignals erhöht die bedingte Wahrscheinlichkeit für Zustand s_1 über die zu B gehörige Wahrscheinlichkeit, wird dadurch eine Änderung der optimalen Handlungsalternative hervorgerufen.¹⁷¹

Die Anzahl der Schnittpunkte zwischen den linearen Funktionen der maximalen Erwartungsnutzen hat einen tendenziellen Einfluss auf die Auswirkung von zusätzlicher Information und die damit einhergehende Änderung der Wahrscheinlichkeiten. Besteht die Kurve der maximalen Erwartungsnutzen aus sehr vielen kleinen bzw. sehr kurzen linearen Teilabschnitten, führt die Änderung der Wahrscheinlichkeiten durch den Erhalt von zusätzlicher Information tendenziell eher zu einer Änderung der optimalen Handlung im Vergleich zur Situation ohne den Erhalt von zusätzlicher Information. Liegt hingegen nur eine Handlungsmöglichkeit vor, führt der Erhalt von zusätzlicher Information nie zu einer Änderung der optimalen Handlung, da die Kurve der maximalen Erwartungsnutzen nur aus einem einzigen linearen Abschnitt besteht. In diesem Fall wäre der Wert EVI_I null.¹⁷²

In Definition 2.2.4 wurde der Nutzenzuwachs bestimmt, der durch den Erhalt von zusätzlicher Information im Vergleich zur Priori-Verteilung entsteht. Dies bedeutet, dass der Entscheider durch Nutzung eines Informationssystems ein unsicheres Signal erhält, das mit der unsicheren Größe, welche die Höhe des Ergebniswertes beeinflusst, korreliert und so Information an den Entscheider übermittelt.¹⁷³ Analog kann die gleiche Methodik angewendet werden, um zwei Informationssysteme, I_1 und I_2 , miteinander zu vergleichen.

Definition 2.2.5. *Für den Anstieg des erwarteten Nutzens, $\Delta EVI[I_2, I_1]$, durch Treffen der Entscheidung auf Basis der Verteilung des Informationssystems I_2 , im Vergleich zur Entscheidung auf Basis des Informationssystems, I_1 , gilt:*¹⁷⁴

$$\Delta EVI[I_2, I_1] := V_{I_2}^* - V_{I_1}^*, \quad (2.33)$$

¹⁷¹Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 194 ff.

¹⁷²Chambers und Quiggin untersuchen in ihrem Artikel die Grenzen der Veränderung des maximalen Erwartungsnutzens durch den Erhalt von zusätzlicher Information. Zusätzlich zur unteren Beschränkung des Wertes von zusätzlicher Information werden auch die notwendigen Voraussetzungen für die Existenz einer oberen Grenze untersucht. (Vgl. z. B. Chambers/Quiggin (2007): S. 202 ff.)

¹⁷³Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 179 ff.

¹⁷⁴Vgl. u. a. Laffont (1989): S. 58 f., Lawrence (1999): S. 89 oder Marschak/Miyasawa (1968): S. 147.

wobei durch $V_{I_2}^*$ und $V_{I_1}^*$ die unbedingten Erwartungsnutzen der Informationssysteme I_1 und I_2 gegeben sind.¹⁷⁵

Die in Definition 2.2.5 bestimmte Größe erfasst die Erhöhung des Nutzens durch den Übergang von der Nutzung des Informationssystems I_1 zur Nutzung des Informationssystems I_2 und die damit einhergehende Veränderung der Posteriori-Verteilungen für die Signale. Es wird lediglich die Auswirkung der Änderung des Informationssystems betrachtet, bei gegebenen Eigenschaften des Entscheidungsproblems wie z. B. den Eigenschaften der Nutzenfunktion und der Struktur der Ergebniswerte für die Zustände in Abhängigkeit der gewählten Handlungsalternative. Dies bedeutet, dass sich die Relation bzw. die Rangfolge der Höhe zwischen den unbedingten Erwartungswerten der Informationssysteme, $V_{I_2}^*$ und $V_{I_1}^*$, bei Änderung des Entscheidungsproblems oder Änderung der Eigenschaften der Nutzenfunktion ändern oder auch umkehren kann. Auf Basis der in Definition 2.2.5 festgelegten Größe kann der folgende Satz zum Vergleich des Wertes zweier Informationssysteme im Rahmen eines Entscheidungsproblems aufgestellt werden.¹⁷⁶

Satz 2.2.2. *Der Wert eines Informationssystems I_1 ist nicht größer als der Wert eines Informationssystems I_2 , wenn gilt:*^{177 178}

$$V_{I_2}^* \geq V_{I_1}^*, \quad (2.34)$$

wobei durch $V_{I_2}^*$ und $V_{I_1}^*$ die unbedingten Erwartungsnutzen der Informationssysteme I_1 und I_2 gegeben sind.¹⁷⁹

Im Gegensatz zum Nachweis, dass die Erhöhung des Erwartungsnutzens durch den Erhalt von Information im Vergleich zur Priori-Verteilung stets nicht-negative Werte annimmt, kann dies für die Änderung des Nutzens durch Verwendung von Informationssystem I_2 anstatt von Informationssystem I_1 nicht nachgewiesen werden.¹⁸⁰ Um nachzuweisen, dass auch die Änderung des Erwartungsnutzens durch Übergang von I_1

¹⁷⁵Vgl. Gleichung 2.2.3 in Kapitel 2.2.2.1

¹⁷⁶Vgl. z. B. Laffont (1989): S. 58 f.

¹⁷⁷Vgl. z. B. Kihlstrom (1984): S. 17, Marschak/Miyasawa (1968): S. 147 ff. oder Marschak (1971): S. 54 f.

¹⁷⁸Der Vergleich der Informationssysteme ist, wie auch der Anstieg des erwarteten Nutzens, $\Delta EVI[I_2, I_1]$, neben den Informationssystemen abhängig von der Struktur der Ergebniswerte in den einzelnen Zuständen sowie der unterstellten Nutzenfunktion.

¹⁷⁹Vgl. Gleichung (2.2.3) in Kapitel 2.2.2.1.

¹⁸⁰Vgl. Beweise zur Nicht-Negativität von EVI_I in diesem Kapitel.

zu I_2 stets nicht-negativ ist, sind weitere Annahmen über den Zusammenhang zwischen den Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Informationssysteme nötig.¹⁸¹

2.2.2.2 Der zusätzliche monetäre Wert von Information

Im vorherigen Kapitel wurde der Wert von zusätzlicher Information durch die Änderung des erwarteten Nutzens im Vergleich zur Situation ohne zusätzliche Information bzw. die Änderung des erwarteten Nutzens bei Ersetzung eines Informationssystems durch ein anderes ermittelt. Eine andere Möglichkeit zur Bewertung von zusätzlicher Information ist die Bestimmung eines monetären Wertes von zusätzlicher Information. Dabei wird unterstellt, dass die Ergebnisgröße, zu welcher der zugehörige Nutzen für jeden Zustand ermittelt wird, in Geldeinheiten gemessen wird. Der Wert der zusätzlichen Information ist dann der sichere Geldbetrag, um den die in Geldeinheiten gemessene Ergebnisgröße in der Situation mit Zugang zu zusätzlicher Information in jedem Zustand verringert werden kann bzw. muss, so dass der entsprechende Erwartungsnutzen die gleiche Höhe aufweist wie der Erwartungsnutzen, der sich auf Basis der Priori-Verteilung ergibt.^{182 183}

Definition 2.2.6. *Der monetäre Wert von zusätzlicher Information, CI_I , des Informationssystems I auf Basis der Priori-Verteilung ist definiert als:*

$$\sum_{j=1}^M p(y_m) \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a^*(y_m)) - CI_I) p(s_i|y_m) \stackrel{!}{=} V_0^*, \quad (2.35)$$

wobei V_0^* den Erwartungsnutzen auf Basis der Priori-Verteilung und $a^*(y_m)$ die erwartungsnutzenmaximale, auf das Signal, y_m , bedingte Handlung bezeichnen.¹⁸⁴

Der ermittelte Betrag CI_I ist der Betrag, um den das Ergebnis in jedem Zustand bei Nutzung des Informationssystems verringert werden muss, so dass sich die Erwartungsnutzen auf Basis der Priori- und der Posteriori-Verteilung entsprechen. CI_I kann daher

¹⁸¹In Kapitel 3 werden Annahmen über den nötigen stochastischen Zusammenhang zwischen den Wahrscheinlichkeitsverteilungen von zwei Informationssystemen vorgestellt, die sicherstellen, dass die Änderung des Informationssystems zu einer Erhöhung des unbedingten Erwartungswertes unabhängig vom betrachteten Entscheidungsproblem führt. (Vgl. z. B. Kihlstrom (1984): S. 25 ff.)

¹⁸²Die Definitionen der Ergebnisgröße, $e(s_i, a_j)$, mit $i = 1, \dots, N$ und $j = 1, \dots, J$, sowie der Nutzenfunktion werden analog zur Definition in Kapitel 2.1.2 verwendet.

¹⁸³Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 184 f., LaValle (1968): S. 266 f., Lawrence (1999): S. 90 ff. oder Marschak/Radner (1972): S. 85 ff.

¹⁸⁴Vgl. z. B. Arrow (1971): S. 275 ff., Gollier (2001): S. 373 f., Laux et al. (2012): S. 301 f., Marschak/Radner (1972): S. 85 ff. oder Savage (1972): S. 116 ff.

auch als der Betrag aufgefasst werden, den der Entscheider maximal bereit ist zu zahlen, um das Informationssystem zu nutzen und die Informationssignale zu erhalten. CI_I stellt damit auch ein Maß für den Preis der Nutzung des Informationssystems dar. Es kann gezeigt werden, dass der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis der Posteriori-Verteilung von Informationssystem I auf der linken Seite von Gleichung (2.35) eine im monetären Wert der Information, CI_I , fallende Funktion ist. Zudem kann nachgewiesen werden, dass es für Gleichung (2.35) eine eindeutige Lösung für CI_I gibt. Der Betrag CI_I sorgt dafür, dass der durch den Wert CI_I angepasste unbedingte Erwartungsnutzen des Informationssystems dem Erwartungsnutzen auf Basis der Priori-Verteilung entspricht.¹⁸⁵ Die Höhe des monetären Wertes der Information ist abhängig von den Eigenschaften der Ergebnisgröße \tilde{e} sowie vom Grad der Risikoaversion des Entscheiders, der u. a. abhängig vom Anfangsvermögensniveau W_0 ist. Folglich ist der monetäre Wert der Information eine Funktion dieser Größen und kann als $CI_I = CI_I(W_0, U, \tilde{e})$ dargestellt werden.¹⁸⁶ Analog zu den Überlegungen zum Wert der Information gemäß Gleichung (2.32) muss für den Fall, dass der Erhalt der Informationssignale des Informationssystems, I , für keines der Informationssignale zu einer Änderung der optimalen Handlung im Vergleich zur Priori-Verteilung führt, der monetäre Wert der Information des Informationssystems null sein. Der Wert in Gleichung (2.35) kann nur nicht-negative Werte annehmen, da für den Fall, dass die Information des Informationssystems zu keinen Änderungen der optimalen Handlungsalternative im Vergleich zur Situation ohne Information führt, beide Seiten von Gleichung (2.36) den gleichen Wert aufweisen.¹⁸⁷ Der monetäre Wert der Information ist dagegen maximal, wenn das verwendete Informationssystem perfekte Information über den eintretenden Umweltzustand aufweist. Der Erhalt jedes Informationssignals ermöglicht direkten Rückschluss auf den eintretenden Umweltzustand. Es existiert dann kein anderes Informationssystem, welches einen höheren Informationsgehalt aufweist, so dass der Preis und damit der monetäre Wert des Informationssystems maximal ist.¹⁸⁸

Eine ähnlicher Ansatz zur Bestimmung des Wertes der Information ist die Berechnung des Geldbetrages, um den der Wert des Ergebnisses in jedem Zustand bei Ermittlung des Erwartungsnutzens auf Basis der Priori-Verteilung erhöht werden muss, so dass die Werte der Erwartungsnutzen vor Erhalt der Information und der unbedingte Er-

¹⁸⁵Vgl. LaValle (1978): S. 382 f., Marschak/Radner (1972): S. 86 oder Willinger (1989): S. 321 ff.

¹⁸⁶Für eine bessere Übersichtlichkeit wird die Kurzform CI_I für den monetären Wert der Information verwendet.

¹⁸⁷Vgl. Laux et al. (2012): S. 305 f, Lawrence (1999): S. 92 oder Willinger (1989): S. 322 f.

¹⁸⁸Vgl. z. B. Ingersoll (1987): S. 38, Laux et al. (2012): S. 304 f. oder Lawrence (1999): S. 90 ff.

wartungsnutzen des Informationssystems gleich sind. Der Ermittlung des Wertes der Information, \overline{CI}_I , nach diesem Ansatz erfolgt gemäß der folgenden Definition.¹⁸⁹

Definition 2.2.7. *Der monetäre Wert von zusätzlicher Information, \overline{CI}_I , des Informationssystems I auf Basis der Posteriori-Verteilung ist definiert als:*

$$\sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_0^*) + \overline{CI}_I) p(s_i) \stackrel{!}{=} V_I^*, \quad (2.36)$$

wobei der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis des Informationssystems I durch V_I^* ermittelt wird und die vor Erhalt der Information optimale Handlung durch a_0^* gegeben ist.¹⁹⁰

Das durch Definition 2.2.7 festgelegte Maß für den Wert der Information kann als Wert aufgefasst werden, den man einem Entscheider, der bereits die Möglichkeit hat, das Informationssystem I zu nutzen, bieten müsste, um ihn zur Entscheidung ohne Nutzung der zusätzlichen Information, d. h. auf Basis der Priori-Verteilung, zu bewegen. Wie der Wert CI_I stellt auch \overline{CI}_I ein monetäres Maß für den Wert eines Informationssystems dar und ist abhängig vom Grad der Risikoaversion des Entscheiders, der wiederum u. a. vom Anfangsvermögensniveau W_0 abhängig ist sowie vom Risiko der Ergebnisgröße, so dass $\overline{CI}_I = \overline{CI}_I(W_0, U, \tilde{e})$ gilt.¹⁹¹ ¹⁹² Es kann gezeigt werden, dass der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis der Priori-Verteilung auf der linken Seite von Gleichung (2.36) eine im monetären Wert der Information, \overline{CI}_I , steigende Funktion ist. Zusätzlich kann gezeigt werden, dass es für Gleichung (2.36) eine eindeutige Lösung für CI_I gibt.¹⁹³ Der Wert \overline{CI}_I kann nur nicht-negative Werte annehmen. Es wurde bereits nachgewiesen, dass der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis des Informationssystems I , V_I^* , nicht geringer sein kann als der Erwartungsnutzen auf Basis der Priori-Verteilung vor Erhalt der zusätzlichen Information, so dass $V_I^* \geq V_0^*$ gilt. Führt der Erhalt der zusätzlichen Information zu einer Erhöhung des Erwartungsnutzens, muss der monetäre Wert der zusätzlichen Information, \overline{CI}_I , einen positiven Wert annehmen, da der Erwartungsnutzen auf der linken Seite von Gleichung (2.36) eine in \overline{CI}_I monoton fallende Funktion darstellt. Nur für positive Werte \overline{CI}_I kann Gleichung) erfüllt sein, wenn

¹⁸⁹Vgl. z. B. Ingersoll (1987): S. 38, Lawrence (1999): S. 91 oder Treich (1997): S. 362.

¹⁹⁰Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 91 oder LaValle (1968): S. 255 ff.

¹⁹¹Für eine bessere Übersichtlichkeit wird die Kurzform \overline{CI}_I für den monetären Wert der Information verwendet.

¹⁹²Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 373, Lawrence (1999): S. 91 oder Treich (1997): S. 362.

¹⁹³Vgl. LaValle (1978): S. 376 f., Marschak/Radner (1972): S. 86 oder Willinger (1989): S. 321 ff.

die zusätzliche Information den Erwartungsnutzen im Vergleich zur Priori-Verteilung erhöht. Ändert der Erhalt der zusätzlichen Information den Erwartungsnutzen nicht, so kann Gleichung (2.36) nur für $\overline{CI}_I = 0$ erfüllt sein.¹⁹⁴

Wird die Möglichkeit der Nutzung eines Informationssystems mit der Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung anhand der Werte gemäß Definition 2.2.4 und 2.2.6 verglichen, so führen beide Kriterien zum gleichen Ergebnis bzgl. der Vorteilhaftigkeit der zusätzlichen Information. Ist der Anstieg des Erwartungsnutzens, EVI_I , positiv, dann ist auch der monetäre Wert des Informationssystems, CI_I , positiv. Andernfalls müssen beide Größen den Wert null haben.¹⁹⁵

Satz 2.2.3. *Wird die Vorteilhaftigkeit von zusätzlicher Information durch Nutzung eines Informationssystems I im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung anhand des monetären Wertes von zusätzlicher Information, CI_I , sowie anhand des Anstieges des Erwartungsnutzens, EVI_I ermittelt, führen beide Kriterien zur gleichen Aussage über die Vorteilhaftigkeit.*¹⁹⁶

Beweis Zunächst wird gezeigt, dass beide Maße für den Wert der Information den Wert null annehmen, wenn das Informationssystem keine zusätzliche Information übermittelt. Enthält das Informationssystem keine zusätzliche Information, so weisen die Erwartungsnutzen für die Entscheidung mit und ohne Information die gleiche Höhe auf.¹⁹⁷ Der monetäre Wert der Information im Sinne der Definition 2.2.6 ist nur für den Fall, dass für jedes mögliche Signal des Informationssystems die bedingte optimale Handlung, $a^*(y_m)$, der optimalen Handlung ohne zusätzliche Information, a_0^* , entspricht, null. Dann ist die erwartungsnutzenmaximale Handlung unabhängig vom übermittelten Signal und es kommt zu keiner Änderung des Erwartungsnutzens. Für diesen Fall vereinfacht sich die Gleichung (2.35) zu:¹⁹⁸

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_0^*) - CI_I) \sum_{j=1}^M (p(y_m) p(s_i|y_m)) &\stackrel{!}{=} V_0^*, \\ \Leftrightarrow \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_0^*) - CI_I) p(s_i) &\stackrel{!}{=} V_0^*. \end{aligned} \quad (2.37)$$

¹⁹⁴Vgl. LaValle (1968): S. 262.

¹⁹⁵Vgl. LaValle (1968): S. 25 und Lawrence (1999): S. 90 ff.

¹⁹⁶Vgl. Lawrence (1999): S. 90.

¹⁹⁷Vgl. Kapitel 2.2.2.1.

¹⁹⁸Vgl. z. B. Laux et al. (2012): S. 305 f.

Gleichung 2.37 kann nur erfüllt sein, wenn CI_I den Wert null hat.¹⁹⁹

Enthält das Informationssystem relevante Daten und führt der Erhalt für ein oder mehrere Signale zu einer Änderung der optimalen Handlungsalternative verglichen mit der Situation ohne zusätzliche Information, so ist der Wert von V_I^* größer als der von V_0^* . Daraus folgt unmittelbar, dass EVI_I positiv ist.²⁰⁰ Der Erwartungsnutzen auf der rechten Seite der Gleichung (2.37) ist eine mit Erhöhung von CI_I fallende Funktion.²⁰¹ Führt der Erhalt des unsicheren Informationssignals zu einer Änderung der bedingten optimalen Handlung, $a^*(y_m)$, für mindestens ein Signal, so steigt der unbedingte Erwartungsnutzen des Informationssystems I , V_I^* , über den Wert des Erwartungsnutzens ohne zusätzliche Information. Da der Erwartungsnutzen des Informationssystems mit steigendem CI_I fällt, muss der monetäre Wert der zusätzlichen Information, CI_I , für diesen Fall positiv sein. Es wurde gezeigt, dass für Informationssysteme, die zu einer Änderung der optimalen bedingten Handlungen, $a^*(y_m)$, führen und damit den unbedingten Erwartungsnutzen durch den Erhalt von Information erhöhen, der monetäre Wert des Informationssystems, CI_I sowie der Wert der Information, EVI_I , positiv sind.²⁰² □

Die bisher vorgestellten monetären Maße für den Wert der Information können auch für den Vergleich von zwei Informationssystemen, I_1 und I_2 , herangezogen werden.²⁰³ Für den Vergleich anhand des monetären Wertes werden für beide Informationssysteme die entsprechenden monetären Werte der Informationssysteme, CI_{I_1} und CI_{I_2} , auf Basis des unbedingten Erwartungsnutzens des jeweils anderen Informationssystems bestimmt. Die Berechnung des monetären Wertes des Austauschs der Informationssysteme, I_1 und I_2 , erfolgt durch Kombination der Definitionen 2.2.6 und 2.2.7.²⁰⁴

¹⁹⁹Vgl. Laux et al. (2012): S. 305 f.

²⁰⁰Vgl. z. B. Hirshleifer (1989): S. 176 ff. oder Laffont (1989): S. 63 f.

²⁰¹Vgl. Lawrence (1999): S. 75, LaValle (1968): S. 254, Marschak/Radner (1972): S. 86 f. und Willinger (1989): S. 322.

²⁰²Vgl. LaValle (1978): S. 383 und Lawrence (1999): S. 90 ff.

²⁰³Vgl. Definition 2.2.5.

²⁰⁴Die Unterscheidung der monetären Werte des jeweiligen Informationssystems erfolgt durch entsprechende Kennzeichnung im Index.

Definition 2.2.8. *Der monetäre Wert des geänderten Informationsstands, $CI[I_2, I_1]$, durch Nutzung von Informationssystem I_2 anstatt von Informationssystem I_1 ist definiert als:*²⁰⁵

$$\sum_{j=1}^M p(y_m) \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a^*(y_m)) + CI[I_2, I_1]) p(s_i|y_m) \stackrel{!}{=} V_{I_1}^*,$$

$$\Leftrightarrow V_{I_2}^*(CI[I_2, I_1]) \stackrel{!}{=} V_{I_1}^*, \quad (2.38)$$

wobei durch $V_{I_2}^*$ der unbedingte Erwartungsnutzen des Informationssystems I_2 und durch $a^*(y_m)$ die optimalen signalabhängigen Handlungen für das jeweilige Signal von Informationssystem I_2 gegeben sind.²⁰⁶

Auf der linken Seite von Gleichung (2.38) wird der unbedingte Erwartungsnutzen von Informationssystem I_1 berechnet, wobei die Ergebniswerte in jedem Zustand um den monetären Wert des geänderten Informationsstands, $CI[I_2, I_1]$, verändert werden. Die Korrektur der Ergebniswerte um den Wert $CI[I_2, I_1]$ sorgt dafür, dass Gleichung (2.38) erfüllt ist und der unbedingte und angepasste Erwartungsnutzen von Informationssystem I_2 , $V_{I_2}^*(CI[I_2, I_1])$, dem Erwartungsnutzen von Informationssystem I_1 entspricht. Es kann gezeigt werden, dass der unbedingte Erwartungsnutzen auf der linken Seite von Gleichung (2.38) eine Funktion ist, die mit Erhöhung des Wertes $CI[I_2, I_1]$ fällt. Zudem kann gezeigt werden, dass es für Gleichung (2.38) eine eindeutige Lösung für $CI[I_2, I_1]$ gibt, so dass die Gleichung erfüllt ist.²⁰⁷

Führt die Nutzung von Informationssystem I_2 zu einer Erhöhung des unbedingten erwarteten Nutzens im Vergleich zur Verwendung von Informationssystem I_1 , so dass $V_{I_2}^* > V_{I_1}^*$ gilt, muss der monetäre Wert des geänderten Informationsstands $CI[I_2, I_1]$ einen positiven Wert aufweisen. Dies folgt aus der Relation der Erwartungsnutzen beider Informationssysteme und dem in $CI[I_2, I_1]$ monoton fallenden Verlauf der Funktion $V_{I_2}^*(CI[I_2, I_1])$. Führt der Übergang bei der Nutzung von Informationssystem I_1 zu System I_2 zu einem Rückgang des Erwartungsnutzens, muss der monetäre Wert des geänderten Informationsstandes entsprechend einen negativen Wert aufweisen. Führt der Tausch der Informationssysteme zu keiner Änderung des erwarteten Nutzens, muss

²⁰⁵Vgl. u. a. Hirshleifer/Riley (1992): S. 184, LaValle (1968): S. 254 ff., LaValle (1978): S. 381 ff. oder Willinger (1989): S. 322 f.

²⁰⁶Vgl. Gleichung (2.2.3) in Kapitel 2.2.2.1.

²⁰⁷Vgl. LaValle (1978): S. 376 f., Marschak/Radner (1972): S. 86 oder Willinger (1989): S. 321 ff.

$CI[I_2, I_1] = 0$ gelten, da $V_{I_2}^* = V_{I_1}^*$.²⁰⁸ Der Entscheider ist bereit, unabhängig vom eintretenden Zustand den Betrag $CI[I_2, I_1]$ zu zahlen, um die Entscheidung über die zu wählende Handlung auf Basis von Informationssystem I_2 , anstatt auf Basis von System I_1 , zu treffen. Wie bereits erläutert kann der monetäre Wert des geänderten Informationsstands auch negative Werte annehmen, so dass $CI[I_2, I_1]$ der Betrag ist, um den die Ergebniswerte in jedem Zustand erhöht werden müssten, damit der Entscheider bzgl. des erwarteten Nutzens nicht schlechter gestellt ist durch Nutzung von Informationssystem I_2 im Vergleich zur Nutzung von I_1 .²⁰⁹ Analog zu Gleichung (2.38) kann der Wert des geänderten Informationsstands für die Nutzung von Informationssystem I_1 anstatt von Informationssystem I_2 bestimmt werden. Auf der linken Seite wird der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis der Eintrittswahrscheinlichkeiten für die Zustände von Informationssystem I_2 unter Berücksichtigung des monetären Wertes der Information, $CI[I_1, I_2]$, bestimmt.²¹⁰

Die in den Definitionen 2.2.6 und 2.2.7 erläuterten monetären Werte der Information sowie die Änderung des Erwartungsnutzens gemäß Definition 2.2.4 können ebenfalls für einen Vergleich von zwei Informationssystemen, I_1 und I_2 verwendet werden. Der Vergleich der Systeme erfolgt dann auf Basis der Vorteilhaftigkeit im Vergleich zur gleichen Priori-Verteilung. Der beschriebene Anwendungsfall bezieht sich auf eine Situation, in der ein Entscheider zunächst die Entscheidung auf Basis einer gegebenen Priori-Verteilung trifft, sich aber dann die Möglichkeit ergibt, entweder das Informationssystem I_1 oder das Informationssystem I_2 zu nutzen. Der Vergleich der Systeme erfolgt durch Berechnung der jeweiligen Maße für den Wert der zusätzlichen Information aus den Kapiteln 2.2.2.1 und 2.2.2.2. Die entsprechenden Ergebnisse für die Werte der Information können miteinander verglichen werden und das Informationssystem entsprechend der ermittelten Rangfolge gewählt werden. Eine allgemeine Vereinbarkeit der Rangordnungen über zwei Informationssysteme, I_1 und I_2 , auf Basis der durch die Definitionen 2.2.6 bzw. 2.2.7 und 2.2.5 gegebenen Maße für den Wert von Informationssystemen kann nicht gezeigt werden. Es sind Beispiele konstruierbar, in denen die Änderung des Informationsstands den unbedingten Erwartungsnutzen erhöht, so dass $V_{I_2}^* > V_{I_1}^*$ bzw. $EVI_{I_2} > EVI_{I_1}$ gilt. Die Änderung des Informationsstands führt gleichzeitig aber zu einer anderen Reihenfolge über die Informationssysteme auf Basis

²⁰⁸Vgl. u. a. Marschak/Radner (1972): S. 86.

²⁰⁹Vgl. Hirshleifer/Riley (1992): S. 184 ff. und Lawrence (1999): S. 90 f.

²¹⁰Vgl. z. B. oder Lawrence (1999): S. 90 ff., Laux et al. (2012): S. 301 ff. oder Willinger (1989): S. 321 ff.

des monetären Wertes der Information, so dass $CI_{I_2} < CI_{I_1}$ gilt.²¹¹ Für eine spezielle Form der Nutzenfunktion, die sich aus mehreren stückweise linearen Elementen für verschiedene Ergebnisbereiche zusammensetzt, kann ein Beispiel konstruiert werden, so dass die für zwei Informationssysteme, I_1 und I_2 , ermittelte Rangfolge der monetären Werte der Informationssysteme, CI_{I_1} und CI_{I_2} , nicht mit der Rangfolge auf Basis der Änderungen des Erwartungsnutzens im Vergleich zur Priori-Verteilung, EVI_{I_1} und EVI_{I_2} ²¹², übereinstimmen muss.²¹³

2.2.2.3 Der Vergleich des Wertes von zusätzlicher Information mit Hilfe von Sicherheitsäquivalenten

Eine weitere Möglichkeit zum Vergleich der Werte von zwei Informationssystemen bzw. dem Vergleich der Vorteilhaftigkeit von zusätzlicher Information ist die Ermittlung der den Verteilungen entsprechenden Sicherheitsäquivalente.²¹⁴ ²¹⁵ Für ein Informationssystem I ist das zugehörige Sicherheitsäquivalent der sichere Geldbetrag, CE_I , für den der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis des Informationssystems dem Nutzen aus dem Sicherheitsäquivalent entspricht.²¹⁶

Definition 2.2.9. *Für ein Informationssystem, I , kann eindeutig ein Sicherheitsäquivalent, CE_I , ermittelt werden, wenn die Nutzenfunktion, U , eine streng monoton wachsende Funktion ist. Für das Sicherheitsäquivalent gilt:*²¹⁷ ²¹⁸

$$U(CE_I) \stackrel{!}{=} V_I^*, \quad (2.39)$$

wobei V_I^* den unbedingten Erwartungsnutzen des Informationssystems I bezeichnet.

Der Wert des Sicherheitsäquivalents ist der sichere Geldbetrag, für den der Entscheider indifferent ist zwischen dem Erwartungsnutzen, der erreicht wird bei Entscheidung auf

²¹¹Vgl. Marschak/Radner (1972): S. 85 ff.

²¹²Vgl. Definition 2.2.5 in Kapitel 2.2.2.1.

²¹³In einem Beispiel mit einer stückweisen linearen Nutzenfunktion zeigen Marshak und Radner, dass die genannten Maße für den Wert der Informationssysteme nicht zwingend die gleichen Rangordnungen liefern. (Vgl. Marschak/Radner (1972): S. 85 ff.)

²¹⁴Vgl. Definition 2.1.4 in Kapitel 2.1.2.

²¹⁵In diesem Zusammenhang werden Informationssysteme als Verteilungen über die unsichere Ergebnisgröße betrachtet, so dass für ein gegebenes Entscheidungsproblem und die zugehörigen Verteilungen die Sicherheitsäquivalente der Informationssysteme bestimmt werden.

²¹⁶Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 373 f., Lawrence (1999): S. 89 f. oder Willinger (1989): S. 323 f.

²¹⁷Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 374.

²¹⁸Die Berechnung des Sicherheitsäquivalents ist identisch zur Berechnung des Sicherheitsäquivalents gemäß Definition 2.1.4 in Kapitel 2.1.2. (Vgl. Ingersoll (1987): S. 38 oder Schneeweiss (1967): S. 62.)

Basis des Informationssystems, und dem Nutzen aus dem sicheren Geldbetrag, CE_I . Der Wert des Sicherheitsäquivalents ist abhängig vom Grad der Risikoaversion des Entscheiders, der wiederum u. a. vom Anfangsvermögensniveau W_0 sowie vom Risiko der Ergebnisgröße abhängig ist, so dass $CE_I = CE_I(W_0, U, \tilde{e})$ gilt.^{219 220}

Das Sicherheitsäquivalent ist für einen risikoaversen Entscheider stets geringer als der Erwartungswert der unsicheren Ergebnisgröße. Die Differenz zwischen Erwartungswert der Ergebnisgröße und dem zugehörigen Sicherheitsäquivalent wird als Risikoprämie bezeichnet. Ein risikoaverser Entscheider ist bereit, auf einen Teil des Erwartungswertes der Ergebnisgröße ohne Nutzeneinbußen zu verzichten, um anstatt der unsicheren Ergebnisgröße einen sicheren Betrag zu erhalten. Der Erwartungswert der unsicheren Ergebnisgröße wird um den Betrag der Risikoprämie verringert.²²¹ Wird ein konkretes Entscheidungsproblem²²² für einen Entscheider mit gegebener Nutzenfunktion betrachtet, so kann das Sicherheitsäquivalent für eine Aussage über den Informationsgehalt herangezogen werden. Bei Verwendung dieses Maßes weist das Informationssystem den höheren Informationsgehalt auf, für welches das größere Sicherheitsäquivalent ermittelt wurde.^{223 224}

Auf Basis der Ermittlung des Sicherheitsäquivalents zum Erwartungsnutzen auf Basis der Priori-Verteilung ohne zusätzliche Information, CE_0 , bzw. zum Erwartungsnutzen auf Basis der Posteriori-Verteilung des Informationssystems I , CE_I , ist es möglich, den monetären Zugewinn durch Nutzung der zusätzlichen Information zu bestimmen. Der monetäre Zugewinn durch den Erhalt von zusätzlicher Information durch Nutzung von Informationssystem I entspricht der Differenz der Sicherheitsäquivalente:²²⁵

$$\Delta CE[I, 0] = CE_I - CE_0. \quad (2.40)$$

²¹⁹Für eine bessere Übersichtlichkeit wird die Kurzform CE_I für den Wert des Sicherheitsäquivalents des Informationssystems verwendet.

²²⁰Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 373 f., Lawrence (1999): S. 89 f. oder Willinger (1989): S. 323 f.

²²¹Vgl. Kapitel 2.1.3.

²²²Es wird angenommen, dass bei Änderung der Verteilung durch die zusätzliche Information die Struktur der Einzahlungsüberschüsse, die Anzahl der Handlungsalternativen sowie die Anzahl der möglichen Zustände unverändert bleiben.

²²³Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 79 f. oder LaValle (1978): S. 390.

²²⁴Analog zu Definition 2.2.9 kann auch das Sicherheitsäquivalent für den bedingten Erwartungsnutzen, $V_I^*(a^*(y_m))$, nach Erhalt eines bestimmten Signals, y_m , ermittelt werden. Hierzu wird auf der rechten Seite von Gleichung 2.39 der signalabhängige bedingte Erwartungsnutzen, $V_I^*(a^*(y_m))$, eingesetzt und dann das zugehörige Sicherheitsäquivalent, $CE_I(y_m)$ bestimmt. (Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 89 f.)

²²⁵Vgl. LaValle (1978): S. 392.

$\Delta CE[I, 0]$ ist eine in Geldeinheiten gemessene Größe, die den monetären Vorteil bemisst, die Entscheidung auf Basis des Informationssystems I_2 statt auf Basis der Priori-Verteilung zu treffen. Für beide Situationen werden die sicheren Geldbeträge ermittelt, die der Entscheider bzgl. ihres Nutzens als gleichwertig zum erwarteten Nutzen aus der unsicheren Ergebnisgröße bewertet. Damit kann $\Delta CE[I, 0]$ als Geldbetrag aufgefasst werden, den der Entscheider bereit ist zu zahlen, um die zusätzliche Information zu erhalten und die Entscheidung auf Basis von Informationssystem I_2 zu treffen.²²⁶

Ist die Änderung des Erwartungsnutzens durch Erhalt der zusätzlichen Information im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung, $EV I_I$, positiv, so ist auch $\Delta CE[I, 0]$ positiv und damit $CE_I > CE_0$. Diese Aussage folgt unmittelbar aus dem streng monoton steigenden Verlauf der Nutzenfunktion U . Erhöht der Erhalt von zusätzlicher Information den unbedingten erwarteten Nutzen, so ist dies äquivalent zu einem positiven Wert von $\Delta CE[I, 0]$.²²⁷

Mit Hilfe der Bestimmung von Sicherheitsäquivalenten kann ebenfalls ein Vergleich der Vorteilhaftigkeit zwischen zwei Informationssystemen durchgeführt werden. Der monetäre Zugewinn durch Übergang der Nutzung von Informationssystem I_1 zur Nutzung von Informationssystem I_2 ist durch die Differenz der zu den Informationssystemen gehörenden Sicherheitsäquivalente, CE_{I_2} und CE_{I_1} gegeben.²²⁸

$$\Delta CE[I_2, I_1] = CE_{I_2} - CE_{I_1}, \quad (2.41)$$

Aufgrund des streng monoton steigenden Verlaufs der Nutzenfunktion, muss die Änderung des Sicherheitsäquivalents für die Nutzung von Informationssystem I_2 , anstatt von Informationssystem I_1 , die gleichen Vorzeichen haben. Ist die Änderung des unbedingten Erwartungsnutzens durch Nutzung von I_2 , anstatt von I_1 , $\Delta EV I[I_2, I_1]$, gemäß Definition 2.2.5²²⁹ positiv, so ist auch die Differenz zwischen beiden entsprechenden Sicherheitsäquivalenten in Gleichung 2.41 positiv. Andernfalls sind beide Größen für den Wert der zusätzlichen Information negativ.²³⁰

Die in diesem Kapitel und in den Kapiteln 2.2.2.1 und 2.2.2.2 vorgestellten Ansätze zur Bestimmung der Vorteilhaftigkeit von zusätzlicher Information sowie der Ansatz

²²⁶Vgl. Lawrence (1999): S. 89 f.

²²⁷Vgl. Lawrence (1999): S. 89.

²²⁸Vgl. LaValle (1978): S. 392.

²²⁹Vgl. Kapitel 2.2.2.2.

²³⁰Vgl. Lawrence (1999): S. 89 ff.

für die Ermittlung des Wertes von zusätzlicher Information mit Hilfe der Sicherheitsäquivalente aus diesem Kapitel sind Maße für den Wert von Information, die eine Aussage für ein konkretes Entscheidungsproblem sowie für einen Entscheider mit gegebener Risikoeinstellung machen. Eine allgemeine Aussage, dass beispielsweise eine Entscheidung, die auf Basis der Posteriori-Verteilung für jeden risikoaversen Entscheider zu einer Erhöhung des Erwartungsnutzens im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung führt, ist nicht möglich. Die Bewertung von zusätzlicher Information mit den genannten Ansätzen wird durch die Eigenschaften der Nutzenfunktion, wie. z.B dem Grad der Risikoaversion, der Veränderung des Grades der Risikoaversion und der Struktur der Ergebnisgrößen, maßgeblich beeinflusst. Dadurch können Situationen auftreten, in denen der Erhalt von zusätzlicher Information den Informationsstand erhöht, aber zugleich nachteilig bezogen auf den zusätzlichen Nutzen durch die Information oder nachteilig bezogen auf die Erhöhung des monetären Wertes des Informationssystems ist.^{231 232}

2.2.3 Risikoaversion und der Wert von Information

In den vorherigen Kapiteln wurden Konzepte zur Ermittlung des Wertes von Information vorgestellt. Dabei wurde differenziert zwischen dem Vergleich von Entscheidung mit und ohne zusätzliche Information sowie dem Vergleich von zwei Informationssystemen. Die verschiedenen Ansätze für beide Vergleiche basieren direkt oder indirekt auf der Bestimmung der Änderung des Erwartungsnutzens durch den Erhalt der zusätzlichen Information.²³³ Die Auswirkungen des Informationserhalts bzw. des Übergangs von Informationssystem I_1 zu Informationssystem I_2 werden u. a. durch die Risikoeinstellung bzw. durch die Änderung des Grades der Risikoeinstellung beeinflusst.

Werden zwei Informationssysteme, I_1 und I_2 , miteinander verglichen, wird der Grad der Risikoaversion des Entscheiders durch die Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung im Zusammenhang mit dem Austausch von Informationssystem I_1 gegen System I_2 sowie der Erwartungswert und das Risiko der Ergebniswerte beeinflusst. Dies kann

²³¹Marshak und Radner liefern ein Beispiel für sich widersprechende Ergebnisse bei der Bewertung von zusätzlicher Information auf Basis des zusätzlichen Erwartungsnutzens EVI_I und des monetären Wertes der Information CI_I . (Vgl. Marschak/Radner (1972): S. 87 ff.)

²³²Vgl. z. B. Definition 2.2.4 in Kapitel 2.2.2.1 oder Definition 2.2.6 in Kapitel 2.2.2.2.

²³³Beispiele sind die Ermittlung der Änderungen der Nutzen durch zusätzliche Information, EVI_I sowie $\Delta EVI[I_2, I_1]$, der Vergleich der monetären Werte von zwei Informationssystemen, CI_{I_1} und CI_{I_2} , sowie die Änderung der Werte der Sicherheitsäquivalente, $\Delta CE[I, 0]$ und $\Delta CE[I_2, I_1]$. (Vgl. Kapitel 2.2.2.1, 2.2.2.2 und 2.2.2.3.)

zu Situationen führen, in denen die Nutzung von Informationssystem I_2 , anstatt der Nutzung von Informationssystem I_1 , zu einer Verringerung des erwarteten Nutzens führen und damit nachteilig sein kann. Dies kann auch dann der Fall sein, wenn Informationssystem I_2 mehr entscheidungsrelevante Informationen übermittelt als Informationssystem I_1 .²³⁴ In diesem Kapitel wird der Zusammenhang zwischen dem Grad der Risikoaversion und der Einschätzung von zusätzlicher Information durch den Entscheider analysiert. Die folgenden Abschnitte geben einen Überblick über die Relevanz der Risikoaversion eines Entscheiders für die Bewertung des Erhalts von zusätzlicher Information im Vergleich zur Priori-Verteilung und für den Vergleich der Vorteilhaftigkeit der Entscheidung auf Basis von zwei unterschiedlichen Informationssystemen. Dabei wird zunächst der allgemeine Zusammenhang zwischen dem Ausmaß der Risikoaversion und der Änderung des Informationsstandes erläutert. In den folgenden Abschnitten werden jeweils der Zusammenhang zwischen der Wirkung eines geänderten Informationsstandes und dem Grad der Risikoaversion des Entscheiders anhand der Änderung des Erwartungsnutzens in Kapitel 2.2.3.2, anhand der Änderung des Wertes des Sicherheitsäquivalents in Kapitel 2.2.3.3 sowie anhand der Änderung der monetären Wertes der zusätzlichen Information in Kapitel 2.2.3.4 untersucht.²³⁵ Da allgemeine Kriterien zum Vergleich des Informationsgehalts auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Informationssystemen erst in Kapitel 3 vorgestellt werden, beschränken sich die folgenden Erläuterungen auf Aussagen über die tendenziellen Wirkungen eines geänderten Informationsstandes auf den Erwartungsnutzen, das Sicherheitsäquivalent sowie den monetären Wert der zusätzlichen Information in Abhängigkeit der Risikopräferenzen des Entscheiders.²³⁶ Vielmehr sollen Wirkungsmechanismen und deren Beeinflussung durch den Grad der Risikoaversion auf die Maße für den ökonomischen Wert der Information verdeutlicht werden.

2.2.3.1 Beeinflussung der Bewertung von zusätzlicher Information durch den Grad der Risikoaversion

Für einen Entscheider kann die Nutzung eines Informationssystems mit einem unsicheren Informationssignal, im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung

²³⁴In der Literatur gibt es mehrere Arbeiten, die sich mit dieser Determinante des Wertes von Information beschäftigen. (Vgl. z. B. Freixas/Kihlstrom (1984): S. 93-104, Kihlstrom (1974): S. 99-118, Treich (1997): S. 361-363, Willinger (1989): S. 320-328.

²³⁵Vgl. Kapitel 2.2.2.1, Kapitel 2.2.2.2 sowie Kapitel 2.2.2.3.

²³⁶Die Vorstellung von Kriterien für den Vergleich des Informationsgehalts von zwei Informationssystemen erfolgt in Kapitel 3.

oder im Vergleich zur Nutzung eines anderen Informationssystems, zu einer Veränderung des Erwartungswertes und des Risikos der Ergebnisgröße führen. Bezogen auf die Änderung des Risikos kann der Erhalt von zusätzlicher Information zwei gegenläufige Effekte auf das Risiko der Ergebnisgröße haben, das durch die bedingten Verteilungen des Informationssystems impliziert wird. Nach Erhalt eines Informationssignals kann die Verteilung der Ergebnisgröße ein höheres Risiko oder ein geringeres Risiko im Vergleich zur Priori-Verteilung bzw. im Vergleich zu den bedingten Verteilungen des anderen Informationssystems aufweisen. Zum Zeitpunkt der Bewertung der Nutzung des Informationssystems ist jedoch noch unsicher, welches der Informationssignale erhalten wird. In Abhängigkeit des Risikos, das durch die bedingten Verteilungen nach Erhalt des jeweiligen Signals impliziert wird, kann das gesamte Risiko der Ergebnisgröße aus der ex ante-Perspektive zunehmen oder abnehmen. Die Änderung des Risikos der Ergebnisgröße wirkt auf die Höhe des Erwartungsnutzens. Die Analyse der Auswirkung einer Änderung des Informationsstandes auf die verschiedenen Werte der Information aus den Kapiteln 2.2.2.1, 2.2.2.2 und 2.2.2.3 steht damit in einem engen Zusammenhang zur Untersuchung der Auswirkungen eines geänderten Risikos der Ergebnisgröße.^{237 238 239}

Zudem kann sich durch die Änderung des Informationsstandes und den daher möglichen Änderungen der optimalen Handlungen der Erwartungswert und die Struktur der Ergebniswerte verändern. Eine geänderte optimale Handlung nach Erhalt eines Signals kann, im Vergleich zur Priori-Verteilung bzw. im Vergleich zu den bedingten Verteilungen des anderen Informationssystems, die Höhe des Ergebniswertes in einigen Zuständen verändern. Damit wird das Vermögensniveau, auf dessen Basis die Werte des Nutzens in den einzelnen Zuständen ermittelt werden, beeinflusst und die Höhe der Risikoaversion verändert.²⁴⁰ Die Änderung des Informationsstandes führt zu einer Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Ergebniswerte und ändert

²³⁷Vgl. Lawrence (1999): S. 247.

²³⁸Rothschild und Stiglitz analysieren in einem allgemeinen Kontext in ihren Arbeiten aus den Jahren 1970 und 1971 die Auswirkung einer Erhöhung des Risikos einer Zufallsvariablen. Hierfür werden zunächst die Erhöhung des Risikos einer Zufallsvariablen definiert und anschließend äquivalente Aussagen zu dieser Definition hergeleitet. Es werden die Auswirkungen einer Risikoerhöhung auf den Erwartungsnutzen bzw. die Effekte einer Risikoerhöhung im Rahmen eines Portefeuille-Problems untersucht. (Vgl. Rothschild/Stiglitz (1970): S. 225-243 und Rothschild/Stiglitz (1971): S. 66-84.).

²³⁹Neben den genannten Artikeln existieren viele weitere Arbeiten, die sich mit der Auswirkung einer Änderung des Risikos einer Zufallsvariablen, jeweils mit unterschiedlichen Untersuchungsschwerpunkten, auseinandersetzen. (Vgl. u. a. Chateaufeuf et al. (2004): S. 547-571, Diamond/Stiglitz (1974): S. 337-360, Grant/Quiggin (2005): S. 117-141 oder Meyer/Ormiston (1989): S. 179-188.)

²⁴⁰Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 246 ff. oder Laux et al. (2012): S. 319 f.

somit die Nutzenwerte in den einzelnen Zuständen. Dies beeinflusst das Risiko der Wahrscheinlichkeitsverteilung und wirkt sich ebenfalls, sofern keine Nutzenfunktion mit konstanter absoluter Risikoaversion unterstellt wird, auf den Grad der Risikoaversion aus.²⁴¹ Die Betrachtung dieses Aspektes der Auswirkung von einer Änderung des Informationsstandes auf die Risikoaversion des Entscheiders steht im Zusammenhang zur Untersuchung der Auswirkung von hinzugefügten Hintergrundrisiken auf die Risikoaversion. Ein wichtiges Element der Untersuchung der Auswirkung von Hintergrundrisiken stellen die Risiko-Vulnerabilität nach Gollier und Pratt²⁴² sowie der Grad der Risikoaversion von Nutzenfunktionen im Sinne von Ross als spezielles Maß für Risikoaversion dar.^{243 244}

Wie in den vorherigen Absätzen erläutert, führt die Änderung des Informationsstandes zu einer Veränderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung und kann zu einer Änderung der optimalen Handlungen im Vergleich zur Priori-Verteilung oder im Vergleich zu einem anderen Informationssystem führen. Hieraus resultiert auch eine Veränderung des erwarteten Ergebniswertes. Indirekt wirkt dieser Effekt auch auf die Änderung des Erwartungsnutzens, der durch die Änderung des Informationsstandes erzielt wird. Die Änderung des Erwartungswertes stellt eine weitere Größe dar, die den Wert der zusätzlichen Information beeinflusst. Die Veränderungen der in den Kapiteln 2.2.2.1, 2.2.2.2 und 2.2.2.3 vorgestellten Maße für den Wert der zusätzlichen Information werden somit durch den geänderten Erwartungswert der Ergebnisgröße, der Änderung der absoluten Risikoaversion sowie der Veränderung des Risikos der Ergebnisgröße beeinflusst.²⁴⁵

²⁴¹Aussagen über den Zusammenhang zwischen der Änderung des Risikos der Ergebnisgröße und der Änderung des Grades der Risikoaversion sind eingeschränkt möglich. (Vgl. z. B. Diamond/Stiglitz (1974): S. 344 f., Kimball (1993): S. 595 ff. oder Nachman (1982): S. 361-368.)

²⁴²Aus dem Englischen: Risk Vulnerability.

²⁴³Vgl. z. B. Gollier/Pratt (1996): S. 1111 ff., Gollier (2001): S. 126 ff. oder Ross (1981): S. 621-638.

²⁴⁴Auch eine Vielzahl anderer Artikel befasst sich mit der Auswirkung einer zusätzlichen Risikokomponente auf den Grad der Risikoaversion und der Frage, wie sich die Ergänzung einer zusätzlichen Risikokomponente auf die Bereitschaft, Risiken zu tragen, auswirkt. Im Rahmen dieser Analyse werden verschiedene alternative Definitionen von Risikoaversion als Erweiterungen des Grades der absoluten Risikoaversion nach Arrow und Pratt, z. B. "Proper Risk Aversion" oder "Standard Risk Aversion" aufgestellt. Die Untersuchungen unterscheiden sich bzgl. der Annahme über die Eigenschaften der Erwartungswerte der zusätzlichen Risikokomponente, der Art der Modellierung einer Erhöhung des Risikos, dem stochastischen Zusammenhang zwischen den beiden unsicheren Variablen sowie bzgl. der Definition des Grades der Risikoaversion gegenüber von zusätzlichen Risikokomponenten. (Vgl. z. B. Arrow (1971): S. 93 ff., Pratt (1964): S. 128 ff., Eeckhoudt et al. (1996): S. 683-689, Keenan/Snow (2012): S. 197-206, Kihlstrom et al. (1981): S. 911-920, Kimball (1993): S. 589-611, Pratt (1990): S. 105-113 oder Pratt/Zeckhauser (1987): S. 143-154.)

²⁴⁵Vgl. z. B. Laux et al. (2012): S. 307 ff. oder Willinger (1989): S. 323 ff.

2.2.3.2 Risikoaversion und die Änderung des Erwartungsnutzens durch zusätzliche Information

Die genannten Wirkungen eines geänderten Informationsstandes beeinflussen die Höhe der Risikoaversion des Entscheiders, z. B. durch die Veränderung der Struktur der Ergebniswerte in den Zuständen oder durch die Änderung des Risikos der Ergebnisgröße. Das Ausmaß der Änderung des jeweiligen Wertes der Information sowie dessen Vorzeichen hängt vom Zusammenspiel der beschriebenen Faktoren und deren Wirkung auf den entsprechenden Wert der zusätzlichen Information ab. Dies ist insbesondere relevant für die Ermittlung des jeweiligen zusätzlichen Wertes der Information für den Vergleich zweier Informationssysteme, da hier nicht ohne weitere Annahmen²⁴⁶ gezeigt werden kann, dass eine Erhöhung des Informationsstandes zwingend den Wert des jeweiligen Maßes für den Wert der Information erhöht. Für den Vergleich der Nutzung eines Informationssystems mit der Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung ohne zusätzliche Information kann dies z. B. für den zusätzlichen Wert der Information, EVI_I , gemäß Satz 2.2.1 gezeigt werden.²⁴⁷ Insgesamt stellen somit der Grad der absoluten Risikoaversion und dessen Änderung mit einer Veränderung des Informationsstandes eine zentrale Determinante des Wertes der Information für die Ermittlung der Auswirkung des Erhalts von zusätzlicher Information dar.²⁴⁸

Zunächst erscheint die Aussage intuitiv, dass für einen Entscheider mit dem höheren Grad der Risikoaversion ein Anreiz bestehen müsste, mehr zusätzliche Information zu beschaffen im Vergleich zu einem weniger risikoaversen Entscheider. Daraus könnte beispielsweise eine höhere Zahlungsbereitschaft des risikoaverseren Entscheiders für die Informationsbeschaffung entstehen.²⁴⁹ Die folgende Abbildung 2.3 verdeutlicht die Auswirkungen einer Änderung der Risikoaversion auf den zusätzlichen unbedingten Erwartungsnutzen eines gegebenen Informationssystems I für zwei Entscheidungsprobleme, die bis auf die unterschiedlichen Grade der Risikoaversion der Entscheider identisch sind. Die Grafik gibt ein Beispiel, welches die aufgestellte These widerlegt, nach der ein risikoaverserer Entscheider zusätzliche Information immer höher bewertet als der weniger risikoaverse Entscheider.

²⁴⁶In Kapitel 3 wird der Blackwell-Ansatz vorgestellt, der einen bestimmten Zusammenhang zwischen zwei Informationssystemen voraussetzt und dann die Aussage ermöglicht, dass der Erhalt der Information den Erwartungsnutzen des Entscheiders durch Erhalt der zusätzlichen Information erhöht.

²⁴⁷Vgl. Kapitel 2.2.2.2.

²⁴⁸Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 376, Hirshleifer/Riley (1992): S. 200 ff., Laux et al. (2012): S. 319 ff., Lawrence (1999): S. 247 ff., Marschak/Radner (1972): S. 87 ff. oder Willinger (1989): S. 321 ff.

²⁴⁹Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 374 oder Willinger (1989): S. 320.

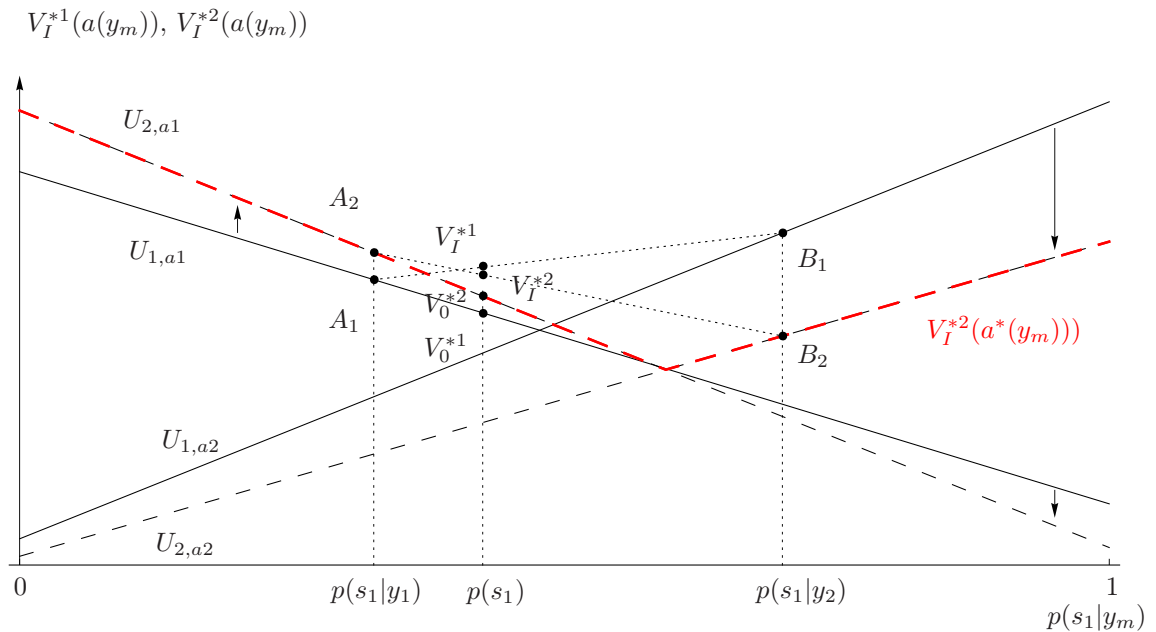


Abbildung 2.3: Auswirkungen einer Änderung der Risikoaversion auf den Wert von zusätzlicher Information.²⁵¹

Abbildung 2.3 verdeutlicht den Zusammenhang zwischen Änderungen des Grades der unterstellten Risikoaversion und den Auswirkungen des Erhalts von zusätzlicher Information durch Nutzung des Informationssystems I . Zur Darstellung der Relevanz der Risikoaversion für den Wert von Information, EVI_I , wird auf das für Abbildung 2.2 verwendete Beispiel 2.2.1 zurückgegriffen. Es wird unterstellt, dass zwei mögliche Zustände, s_1 und s_2 , auftreten können. Zudem werden die Ergebnisse des Entscheidungsverhaltens von zwei Entscheidern mit den Nutzenfunktionen U_1 und U_2 betrachtet. Die Nutzenfunktion U_2 des zweiten Entscheiders stellt eine konkave Transformation der Nutzenfunktion U_1 des ersten Entscheiders dar und weist damit für jedes Anfangsvermögen einen höheren Grad der absoluten Risikoaversion auf.²⁵² Die Prioriverteilung vor Erhalt von zusätzlicher Information ist durch die Wahrscheinlichkeiten für beide Zustände, $p(s_1)$ und $1-p(s_1)$, gegeben. Beide Entscheider können das Informationssystem I nutzen, welches zwei mögliche Signale, y_1 und y_2 , übermittelt. Die unbedingten Erwartungsnutzen auf Basis der Nutzenfunktionen U_1 und U_2 des Informationssystems

²⁵¹In Anlehnung an: Lawrence (1999): S. 195.

²⁵²Vgl. Satz 2.1.4 in Kapitel 2.1.3.

I für beide Entscheider werden mit V_I^{*1} und V_I^{*2} bezeichnet.²⁵³ Der Nutzen hängt für beide Entscheider von der gleichen Ergebnisfunktion, $e(s_i, a_j)$, mit $i = 1, 2$ und $j = 1, 2$, ab, so dass bei Auswahl der gleichen Handlung und Realisation eines Zustandes jeweils für beide Entscheider ein gleich hohes Ergebnis erzielt wird. Beide Entscheider können jeweils zwischen zwei Handlungsalternativen wählen. Die den Handlungen entsprechenden Erwartungsnutzen in Abhängigkeit der Eintrittswahrscheinlichkeiten sind für Nutzenfunktion U_1 durch $U_{1,a1}$ und $U_{1,a2}$ bzw. für Nutzenfunktion U_2 durch $U_{2,a1}$ und $U_{2,a2}$ gegeben und so in der Abbildung gekennzeichnet. Auf Basis der bedingten Verteilungen maximieren beide Entscheider den bedingten Erwartungsnutzen und wählen die zugehörigen optimalen Handlungen. Die bedingten maximalen Erwartungsnutzen nach Erhalt von einem der beiden Signale sind für Entscheider 1 durch die Punkte A_1 und B_1 bzw. für Entscheider 2 durch die Punkte A_2 und B_2 in der Darstellung gekennzeichnet.²⁵⁴

Die Entscheidungsprobleme sind für beide Entscheider identisch, mit Ausnahme der unterschiedlichen Grade der Risikoaversion, die durch die beiden Nutzenfunktionen U_1 und U_2 impliziert werden. Im vorliegenden Beispiel sind die optimalen Handlungen für den risikoaverseren und weniger risikoaversen Entscheider für die gegebenen bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Zustände nach Erhalt der zusätzlichen Information sowie den Priori-Wahrscheinlichkeiten der Zustände gleich. Beide Entscheider erhalten somit in jedem Zustand einen gleich hohen Wert der Ergebnisgröße. Da die Nutzenfunktionen aber nicht identisch sind, haben die Funktionen der Erwartungsnutzen für jede Handlung von beiden Entscheidern unterschiedliche Steigungen und führen auch zu unterschiedlichen Nutzenwerten für den gleichen Ergebniswert. Aufgrund des stärkeren Grades der Konkavität der Nutzenfunktion²⁵⁵ von Entscheider 2 ist für diesen der Nutzen in Zustand s_1 und bei der Wahl von Handlung a_1 in diesem Beispiel geringer als der Nutzen von Entscheider 1, bei Eintritt von Zustand s_2 ist der Nutzen höher als der Nutzen von Entscheider 1 bei Wahl von Handlung a_1 . Bezogen auf die Wahl von Handlung a_2 ist in diesem Beispiel der Nutzen für Entscheider 2 in jedem Zustand geringer als für den weniger risikoaversen Entscheider 1, so dass die Kurve des Erwartungsnutzens in Abhängigkeit der Eintrittswahrscheinlichkeiten für Entscheider 2, $U_{1,a2}$, unterhalb der Kurve des Erwartungsnutzens von Entscheider 1 verläuft. Eine

²⁵³Die Berechnung erfolgt gemäß Definition 2.2.3 in Kapitel 2.2.2.1.

²⁵⁴Vgl. Lawrence (1999): S. 192 ff.

²⁵⁵Die Nutzenfunktion U_2 stellt eine konkave Transformation der Nutzenfunktion U_1 dar und impliziert damit gemäß Satz 2.1.4 in Kapitel 2.1.3 einen höheren Grad der Risikoaversion.

Klasse von Nutzenfunktionen, die in einigen Zuständen zu einer Erhöhung des Nutzens aus den Ergebnisrealisationen durch eine Erhöhung des Grades der Risikoaversion bei sonst identischem Entscheidungsproblem führen kann, sind Nutzenfunktionen mit hyperbolischer absoluter Risikoaversion (HARA-Nutzenfunktion).²⁵⁶ Wird für den Parameter γ der HARA-Nutzenfunktion z. B. ein Wert in Höhe von 0,5 gewählt und gilt zudem $b = 0$, so erhält man als Nutzenfunktion eine Wurzelfunktion. Eine konkave Transformation dieser speziellen Ausprägung der HARA-Nutzenfunktion entspricht der Erhöhung des Grades der absoluten Risikoaversion und kann für bestimmte Höhen der Ergebnisrealisationen den beschriebenen Effekt erzeugen. Eine Erhöhung des Grades der Risikoaversion bei sonst unverändertem Entscheidungsproblem kann folglich den Nutzenwert von Ergebniswerten in einigen Zuständen erhöhen und in anderen Zuständen verringern. Werden zwei risikoaverse Entscheider betrachtet, ist es möglich, dass für den Entscheider mit dem höheren Grad der absoluten Risikoaversion ein höherer Erwartungsnutzen ermittelt wird als für den weniger risikoaversen Entscheider.²⁵⁷ ²⁵⁸ Der maximale Erwartungsnutzen in Abhängigkeit der Eintrittswahrscheinlichkeit und der optimalen Handlung ist in der Abbildung durch die gestrichelte rote Linie markiert. Zudem sind die maximalen Erwartungsnutzen auf Basis der Priori-Verteilung für beide Entscheider in der Abbildung durch die Bezeichnungen V_0^{*1} und V_0^{*2} kenntlich gemacht.²⁵⁹

In dem in der Abbildung 2.3 dargestellten Beispiel wird der Zusammenhang zwischen dem Grad der Risikoaversion eines Entscheiders und dem Wert der Information, $EV I_I$, anhand des Anstiegs des Nutzens durch Erhalt von zusätzlicher Information verdeutlicht. Zunächst zeigt die Abbildung, dass der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis des Informationssystems, V_I^{*2} , für Entscheider 2 in diesem Beispiel geringer ist als der entsprechende Erwartungsnutzen, V_I^{*1} , für Entscheider 1. Dies bedeutet, dass für den risikoaversen Entscheider der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis des Informationssystems I geringer ist als für den weniger risikoaversen, obwohl die Entscheidungsprobleme sonst vollkommen identisch sind, d. h. dass die Höhe der Ergebniswerte in den einzelnen Zuständen und die jeweiligen Wahrscheinlichkeitsverteilungen gleich sind. Aus Abbildung 2.3 geht auch hervor, dass der Anstieg des Erwartungsnutzens durch

²⁵⁶Die HARA-Nutzenfunktion ist allgemein durch $U(W) = \frac{1-\gamma}{\gamma} \left(\frac{aW}{\gamma} + b \right)^\gamma$, mit $b > 0$ gegeben. (Vgl.

z. B. Ingersoll (1987): S. 39.)

²⁵⁷Vgl. z. B. Ingersoll (1987): S. 39 f.

²⁵⁸Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 24 ff.

²⁵⁹Vgl. Lawrence (1999): S. 194 ff.

den Erhalt der zusätzlichen Information, im Vergleich zur Priori-Verteilung, EVI_I ²⁶⁰, für den risikoaverseren Entscheider geringer ist. Dieses Ergebnis geht direkt aus dem Vergleich der Erwartungsnutzen vor und nach Erhalt der Information für beide Entscheider hervor. Da $V_0^{*1} < V_0^{*2}$ sowie $V_I^{*1} > V_I^{*2}$ muss der Anstieg des Nutzens durch Nutzung des Informationssystems für Entscheider 2 geringer sein als für Entscheider 1, so dass $V_I^{*1} - V_0^{*1} > V_I^{*2} - V_0^{*2}$ gilt. Damit wird in dem dargestellten Beispiel der zusätzliche Anstieg des Nutzens durch den Grad der Risikoaversion beeinflusst. Der Anstieg des erwarteten Nutzens durch Erhalt der Information und Nutzung des Informationssystems I ist für den risikoaversen Entscheider geringer als für den weniger risikoaversen. Dies widerspricht der Erwartung, dass ein risikoaverser stets mehr von dem Erhalt von zusätzlicher Information profitiert.²⁶¹ Die Höhe des erwarteten Nutzenanstieges EVI_I ist abhängig vom Zusammenspiel zwischen den Auswirkungen der Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen über die Umweltzustände sowie der damit verbundenen Änderung des Risikos der Ergebnisse und dem Grad der Risikoaversion. Ist der Grad der Risikoaversion nicht konstant, wird dieser ebenfalls durch den Erhalt von zusätzlicher Information verändert und beeinflusst zusätzlich die Bewertung von zusätzlicher Information.²⁶²

2.2.3.3 Risikoaversion und die Änderung der Höhe des Sicherheitsäquivalents durch zusätzliche Information

Wird der Wert von Information mit Hilfe des Sicherheitsäquivalents $CE_I(W_0, U, \tilde{e})$ ²⁶³ bestimmt, ist eine explizite Aussage über die Wirkung von zusätzlicher Information auf die Höhe des Sicherheitsäquivalents im Vergleich zur Situation ohne zusätzliche Information möglich. Der Erhalt von zusätzlicher Information führt für den Entscheider zu keinem Rückgang des Erwartungsnutzens im Vergleich zur Situation ohne zusätz-

²⁶⁰Vgl. Definition 2.2.4 in Kapitel 2.2.2.1.

²⁶¹In der Literatur gibt es weitere Beispiele, die zeigen, dass der Wert von Information gemessen durch den Anstieg des Nutzens, EVI_I , durch den monetären Wert der Information, CI_I , oder das zugehörige Sicherheitsäquivalent, CE_I , nicht notwendigerweise ceteris paribus mit der Zunahme des Grades der Risikoaversion zunehmen muss. (Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 374 ff., Hirshleifer/Riley (1992): S. 200 ff. oder Lawrence (1999): S. 92 ff.)

²⁶²Vgl. u. a. Freixas/Kihlstrom (1984): S. 99 ff., Marschak/Radner (1972): S. 87 ff., Treich (1997): S. 361 ff. und Willinger (1989): S. 324 ff.

²⁶³Da die Höhe des Anfangsvermögens, die Eigenschaften der Nutzenfunktion sowie die Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Ergebnisgröße relevante Einflussfaktoren der Untersuchung für den Zusammenhang zwischen der Auswirkung von zusätzlicher Information und der Höhe der Risikoaversion darstellen, wird die vollständige Bezeichnung für das Sicherheitsäquivalent verwendet.

liche Information, so dass $EVI_I \geq 0$ gilt.²⁶⁴ Da die unterstellte Nutzenfunktion einen positiven Grenznutzen impliziert und daher streng monoton steigend ist, führt auch der Erhalt von zusätzlicher Information zu einem Anstieg des Wertes des Sicherheitsäquivalents, so dass $\Delta CE[I, 0]$ nicht-negativ ist.^{265 266}

Werden die Änderungen der Sicherheitsäquivalente durch Erhalt von zusätzlicher Information im Vergleich zur Priori-Verteilung, $\Delta CE[I, 0]$, für zwei Entscheider mit Nutzenfunktionen, U_1 und U_2 , wobei Nutzenfunktion U_2 einen höheren Grad der Risikoaversion aufweist als Nutzenfunktion U_1 , miteinander verglichen, ist es nicht möglich, eine Aussage über die Relation der Sicherheitsäquivalente zu machen. Die Änderungen der Sicherheitsäquivalente werden für beide Entscheider für die gleichen Priori-Verteilungen sowie für das gleiche Informationssystem I ermittelt, so dass sich die Entscheidungsprobleme ausschließlich durch die unterschiedlichen Nutzenfunktionen unterscheiden. Wie im Beispiel zu Abbildung 2.3 erläutert, führt ein höherer Grad der Risikoaversion nicht dazu, dass der Anstieg des Erwartungsnutzens für den risikoaverseren Entscheider zwingend höher ist.²⁶⁷ Daraus folgt, dass für die Änderungen der Sicherheitsäquivalente für beide Entscheider ebenfalls keine Rangfolge aus der höheren Risikoaversion von Entscheider 2 abgeleitet werden kann.²⁶⁸

Mit Hilfe des Konzeptes des Sicherheitsäquivalents kann für einen Entscheider mit Nutzenfunktion U die Vorteilhaftigkeit zwischen den Entscheidungen auf Basis von zwei Informationssystemen I_1 oder I_2 , miteinander verglichen werden.²⁶⁹ Aufgrund des streng monoton steigenden Verlaufs der unterstellten Nutzenfunktion hängt das Ergebnis der Differenz zwischen den Sicherheitsäquivalenten beider Informationssysteme von der Differenz der unbedingten Erwartungsnutzen auf Basis der beiden Informationssysteme ab. Wie bereits gezeigt wurde, hängt die Höhe des unbedingten Erwartungsnutzens u. a. vom Grad der absoluten Risikoaversion²⁷⁰ ab, so dass keine von der unterstellten Nutzenfunktion unabhängige Aussagen über die Vorteilhaftigkeit bzgl. der Ersetzung von Informationssystem I_1 durch System I_2 getätigt werden kann. In Abhängigkeit der Auswirkungen von der geänderten Struktur der Ergebniswerte auf den Grad der Risikoaversion sowie den Auswirkungen des geänderten Erwartungswertes und der Än-

²⁶⁴Vgl. Beweis in Kapitel 2.2.2.1.

²⁶⁵Vgl. Definition 2.40 in Kapitel 2.2.2.3.

²⁶⁶Vgl. z.B. Lawrence (1999): S. 89 f.

²⁶⁷Das Beispiel zu Abbildung 2.3 in diesem Kapitel stellt ein Gegenbeispiel dar.

²⁶⁸Vgl. z.B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 200 ff. oder Willinger (1989): S. 322 ff.

²⁶⁹Vgl. Definition 2.2.9 in Kapitel 2.2.2.3.

²⁷⁰Vgl. Definition 2.1.5 Kapitel 2.1.3.

derung des Risikos der Ergebnisgröße auf den Erwartungsnutzen, kann die Nutzung von Informationssystem I_1 im Vergleich zu Informationssystem I_2 für zwei unterschiedliche Nutzenfunktionen zu einer positiven oder negativen Änderung des unbedingten Erwartungsnutzens führen.²⁷¹ Durch die Veränderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung durch Übergang von Informationssystem I_1 zu Informationssystem I_2 ist es möglich, dass nach Erhalt einiger Signale sich die optimalen Handlungen zwischen den beiden Informationssystemen unterscheiden. Dies führt zu einer Änderung der Höhe der Ergebniswerte in den einzelnen Zuständen und beeinflusst in Kombination mit der Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen den Grad der absoluten Risikoaversion. Der Übergang von der Nutzung von Informationssystem I_1 zu I_2 wirkt somit auf die Höhe des erwarteten Ergebniswertes, auf das durch die Wahrscheinlichkeitsverteilungen implizierte Risiko der Ergebnisgröße und auf die Höhe der absoluten Risikoaversion, sofern die Nutzenfunktion keine konstante absolute Risikoaversion aufweist.²⁷²

In Kapitel 2.2.2.3 wurde bereits gezeigt, dass für den Erhalt von zusätzlicher Information im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung die Änderung des Wertes des Sicherheitsäquivalentes nur nicht-negative Werte annimmt. Wie im vorherigen Absatz erläutert kann eine solche Aussage nicht allgemein für die Änderung des Sicherheitsäquivalentes, durch Nutzung von Informationssystem I_2 anstatt der Nutzung von System I_1 , $\Delta CE[I_2, I_1]$ ²⁷³, hergeleitet werden. Aufgrund des streng monoton steigenden Verlaufs der Nutzenfunktion ist lediglich bekannt, dass die Änderung des Sicherheitsäquivalentes durch Tausch der beiden Informationssysteme das gleiche Vorzeichen aufweist wie die Änderung des erwarteten Nutzens, $\Delta EVI[I_2, I_1]$ ²⁷⁴.

Um eine differenziertere Betrachtung der Auswirkung einer Änderung des Informationsstandes auf die Höhe der Änderung des Sicherheitsäquivalentes zu ermöglichen, ist es sinnvoll, das Sicherheitsäquivalent in Abhängigkeit des Erwartungswertes der Ergebnisgröße sowie der entsprechenden Risikoprämie darzustellen. Durch Umformung von Gleichung (2.10) kann der Wert eines Sicherheitsäquivalentes allgemein dargestellt werden als:²⁷⁵

$$CE(W_0, U, \tilde{e}) = E[\tilde{e}] - RP(W_0, U, \tilde{e}). \quad (2.42)$$

²⁷¹Vgl. Eeckhoudt/Gollier (1995): S. 20 ff. und Lawrence (1999): S. 89.

²⁷²Vgl. z. B. Laux et al. (2012): S. 319 ff. oder Lawrence (1999): S. 242 ff.

²⁷³Vgl. Definition 2.41 in Kapitel 2.2.2.3.

²⁷⁴Vgl. Definition 2.2.5 in Kapitel 2.2.2.1.

²⁷⁵Vgl. Gleichung (2.10) Kapitel 2.1.3.

Wird ein Anfangsvermögen in Höhe von null unterstellt, ist die Auswirkung von zusätzlicher Information auf das Sicherheitsäquivalent abhängig von der Veränderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Ergebnisgröße sowie den Eigenschaften der Nutzenfunktion. Die Änderung des Informationsstandes beeinflusst über mögliche Änderungen der optimalen Handlungen nach Erhalt eines Informationssignals die Höhe des Erwartungswertes sowie die Höhe des Risikos der Ergebnisgröße. Zudem kann durch die Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Ergebnisgröße der Grad der absoluten Risikoaversion der Nutzenfunktion beeinflusst werden. Aufgrund der Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung, die mit der Änderung des Informationsstandes einhergeht, wird die Höhe der Risikoprämie beeinflusst. Steigt beispielsweise insgesamt der Grad der Risikoaversion nach Erhalt der zusätzlichen Information, so steigt ceteris paribus der Wert der Risikoprämie, $RP(W_0, U, \tilde{e})$.²⁷⁶ Eine allgemeine Aussage über die Wirkung einer Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung durch Änderung des Informationsstandes auf die Risikoprämie kann nicht getätigt werden, da eine isolierte Betrachtung der einzelnen Faktoren, die auf die Risikoprämie wirken, nicht möglich ist. Die Veränderung der Risikoprämie resultiert aus den Änderungen der Ergebnisrealisationen und den Eigenschaften der Nutzenfunktion. Das Ausmaß und das Vorzeichen der Änderung sind ohne weitere Annahmen nicht bestimmbar. Die zweite Determinante der Änderung der Höhe des Sicherheitsäquivalents ist die Auswirkung des geänderten Informationsstandes auf den Erwartungswert der Ergebnisgröße. Steigt der Erwartungswert, erhöht dies tendenziell den Wert des Sicherheitsäquivalents, ein Rückgang des Erwartungswertes reduziert tendenziell den Wert des Sicherheitsäquivalents.²⁷⁷

Die Analyse der Auswirkung der Nutzung von Informationssystem I_2 anstatt der Nutzung von Informationssystem I_1 anhand von Gleichung (2.41) vereinfacht sich, wenn ein Entscheider mit konstanter absoluter Risikoaversion unterstellt wird. In diesem Fall wird die Änderung der Höhe des Sicherheitsäquivalents und damit das Vorzeichen von $\Delta CE[I_2, I_1]$ nur durch die Änderung des Erwartungswertes und die Änderung des Risikos bestimmt. Der Grad der Risikoaversion ist dann unabhängig von Vermögens-effekten, die aufgrund der Veränderung der Ergebniswerte in den einzelnen Zuständen und den damit verbundenen Änderungen des Vermögensniveaus entstehen, die für die Bestimmung der Nutzenwerte in den Zuständen relevant sind. Die Höhe der Risikoprämie ist für die gegebene Nutzenfunktion ausschließlich von der Veränderung des

²⁷⁶Eine Erhöhung der Risikoaversion führt ceteris paribus zu einer Erhöhung der Risikoprämie. (Vgl. Satz 2.1.3 in Kapitel 2.1.3 oder Ross (1981): S. 623 f.)

²⁷⁷Vgl. Willinger (1989): S. 324 ff.

Risikos der Ergebnisgröße abhängig.^{278 279} Führt beispielsweise der Austausch von Informationssystem I_1 gegen das System I_2 zu einer Verteilung über die Ergebnisgröße, die den Erwartungswert erhöht und das Risiko der Ergebnisgröße in einem geringen Umfang reduziert, führt dies gemäß Gleichung (2.41) zu einer Erhöhung des Wertes des Sicherheitsäquivalents. Der Entscheider ist risikoavers, so dass eine Verringerung des Risikos in einem kleinen Umfang die Risikoprämie gemäß Gleichung (2.11) in Kapitel 2.1.3 verringert. In Kombination mit einem Anstieg des Erwartungswertes führt dies zu einem Anstieg des Sicherheitsäquivalents für das Informationssystem I_2 im Vergleich zu System I_1 , so dass $\Delta CE[I_2, I_1] > 0$ gilt. Aufgrund der Eigenschaften der Nutzenfunktion folgt damit auch $V_{I_2}^* > V_{I_1}^*$.²⁸⁰ Für Fälle, in denen sich Erwartungswert und Risikoprämie in die gleiche Richtung verändern, ist keine Aussage möglich.

2.2.3.4 Risikoaversion und die Änderung der Höhe des monetären Wertes durch zusätzliche Information

Wird der Wert der Information gemäß Definition 2.2.7²⁸¹ als Geldbetrag, \overline{CI}_I , gemessen, der dem Entscheider mindestens geboten werden müsste, damit er auf die Nutzung der zusätzlichen Information verzichtet wurde gezeigt, dass dieser Wert nur nicht-negative Werte annimmt.²⁸² Für den Fall, in dem ein Entscheider zusätzliche Information, im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung erhält, kann die Auswirkung eines geänderten Grades der Risikoaversion auf die Höhe des Wertes der Information analysiert werden, in dem die Beträge für \overline{CI}_I für zwei Entscheider mit unterschiedlichem Grad der Risikoaversion verglichen werden. Für die Analyse werden zwei Nutzenfunktion, U_1 und U_2 , betrachtet, wobei Nutzenfunktion U_1 einen höheren Grad der Risikoaversion impliziert als Nutzenfunktion U_2 . Die unbedingten Erwartungsnutzen des Informationssystems I für die Nutzenfunktionen U_1 und U_2 sind durch V_I^{*1} und V_I^{*2} gegeben. Für die monetären Werte der zusätzlichen Information, \overline{CI}_I^1 und \overline{CI}_I^2 , bezogen auf das Informationssystem I für beide Nutzenfunktionen muss

²⁷⁸Vgl. z. B. Franke/Hax (2009): S. 314 f. oder Laux et al. (2012): S. 206 ff.

²⁷⁹Ein Beispiel für eine Nutzenfunktion mit konstanter absoluter Risikoaversion ist die exponentielle Nutzenfunktion $U(z) = -\exp(-\alpha z)$, wobei z der Wert der Zielgröße und α , mit $\alpha > 0$, der Wert der absoluten Risikoaversion ist. (Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 27 und Ingersoll (1987): S. 39.)

²⁸⁰Analog kann die Änderung des Sicherheitsäquivalents für den Fall einer Verringerung des Erwartungswertes und einer Erhöhung des Risikos der Ergebnisgröße im Zusammenhang mit der Ersetzung von Informationssystem I_1 durch das System I_2 ermittelt werden.

²⁸¹Vgl. Definition 2.2.7 in Kapitel 2.2.2.2.

²⁸²Vgl. Kapitel 2.2.2.2.

gelten:²⁸³

$$\max_{a_j} \sum_{i=1}^N U_1 \left(e(s_i, a_j) + \overline{CI}_I^1 \right) p(s_i) \stackrel{!}{=} V_I^{*1} \quad \text{sowie} \quad (2.43)$$

$$\max_{a_j} \sum_{i=1}^N U_2 \left(e(s_i, a_j) + \overline{CI}_I^2 \right) p(s_i) \stackrel{!}{=} V_I^{*2}. \quad (2.44)$$

Für beide Entscheider werden auf Basis der bedingten Verteilungen des Informationssystems die unbedingten Erwartungsnutzen der Informationssysteme, V_I^{*1} und V_I^{*2} , bestimmt. Im zweiten Schritt wird dann der sichere Betrag \overline{CI}_I^1 bzw. \overline{CI}_I^2 ²⁸⁴ ermittelt, der in jedem Zustand zur Ergebnisrealisation hinzuaddiert werden muss, so dass auf Basis der Priori-Verteilung ein Erwartungsnutzen in Höhe des Erwartungsnutzen des Informationssystems I erreicht wird. \overline{CI}_I^1 bzw. \overline{CI}_I^2 ist dann der sichere Geldbetrag, der dem Entscheider mindestens geboten werden müsste, damit der jeweilige Entscheider mit den Nutzenfunktionen, U_1 bzw. U_2 , die Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung trifft, anstatt das Informationssystem I zu nutzen.²⁸⁵ Bei dem Vergleich der unterschiedlichen Informationsstände und der Bestimmung des monetären Wertes der Information ist zu berücksichtigen, dass durch die Addition eines sicheren Betrages in jedem Zustand der Grad der absoluten Risikoaversion verändert wird. Zusätzlich zu den ohnehin unterschiedlichen Graden der Risikoaversion wird dieser zusätzlich in Abhängigkeit der Eigenschaften der Nutzenfunktion durch die Berücksichtigung der monetären Werte der zusätzlichen Information, \overline{CI}_I^1 und \overline{CI}_I^2 , verändert.²⁸⁶ Die unbedingten Erwartungsnutzen der beiden Informationssysteme auf der rechten Seite von den Gleichungen (2.43) und (2.44) werden ebenfalls durch die unterschiedlichen Grade des Risikoaversion beeinflusst. Die Auswirkung auf den Erwartungsnutzen des Informationssystems durch eine Änderung des Grades der Risikoaversion ist aufgrund der Konkavität der Nutzenfunktion nicht ermittelbar. Gemäß Satz 2.1.4 kann die Nutzenfunktion U_1 durch eine konkave Transformation der Nutzenfunktion U_2 erhalten werden. Da sich die Maximierungsprobleme der beiden Entscheider durch unterschiedliche

²⁸³Vgl. 2.2.7 in diesem Kapitel

²⁸⁴Die Kenntlichmachung der Zuordnung der monetären Werte des Informationssystems zu den jeweiligen Nutzenfunktion erfolgt durch die hochgestellten Bezeichnungen.

²⁸⁵Vgl. z. B. Eeckhoudt/Gollier (1995): S. 25 ff., Lawrence (1999): S. 91 oder Pratt (1964): S. 124 ff.

²⁸⁶Die Addition oder Subtraktion eines monetären Betrages in jedem Zustand entspricht einer Veränderung des Anfangsvermögens. Die Berücksichtigung des monetären Wertes der Information führt zu Reichtumseffekten, die bei nicht konstanter absoluter Risikoaversion den Grad der absoluten Risikoaversion beeinflussen. (Vgl. z. B. Laux et al. (2012): S. 215 f oder Pratt (1964): S. 130 ff.)

Nutzenfunktionen voneinander unterscheiden, gibt es Zustände, für die der Nutzen aus der Ergebnisgröße für Nutzenfunktion U_1 höher sein kann als der auf Basis von Nutzenfunktion U_2 ermittelte Wert und Zustände, in denen dies umgekehrt ist. Aus diesem Grund kann keine Aussage über die Relation der unbedingten Erwartungsnutzen des Informationssystems I für beide Nutzenfunktionen, V_I^{*1} und V_I^{*2} , getätigt werden.²⁸⁷ Da nicht eindeutig feststellbar ist, welchen Einfluss ein höherer Grad der Risikoaversion auf den unbedingten Erwartungsnutzen des Informationssystems hat, kann auch kein Rückschluss auf die Höhe der Differenz zwischen \overline{CI}_I^1 und \overline{CI}_I^2 getätigt werden. In Abhängigkeit der Bewertung der zusätzlichen Information durch den Entscheider auf Basis des Erwartungsnutzens, kann der monetäre Wert der Information für den Entscheider mit dem höheren Grad der Risikoaversion höher oder geringer sein als der entsprechende monetäre Wert des weniger risikoaversen Entscheiders. Dementsprechend ist es nicht möglich, eine Aussage zu tätigen, für welchen Entscheider der monetäre Wert der zusätzlichen Information höher ist.²⁸⁸

Auch für die Ermittlung des monetären Wertes der zusätzlichen Information, CI_I , gemäß Gleichung (2.2.6) in Kapitel 2.2.2.2 stellt der Grad der Risikoaversion einen bestimmenden Faktor dar. Werden die monetären Werte der zusätzlichen Information, CI_I^1 und CI_I^2 , für zwei Entscheider mit den Nutzenfunktionen, U_1 und U_2 , wobei Nutzenfunktion U_2 einen höheren Grad der Risikoaversion als Nutzenfunktion U_1 impliziert, bestimmt, kann keine Rangfolge über die Höhe der Werte auf Basis der unterschiedlichen Grade der Risikoaversion abgeleitet werden.²⁸⁹ Allgemein gilt, dass der Wert CI_I nur nicht-negative Werte annehmen kann, da der Erhalt von zusätzlicher Information in Form eines Informationssignals im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung nicht zu einem Rückgang des Erwartungsnutzens führen kann.²⁹⁰ Analog zum monetären Wert der zusätzlichen Information \overline{CI}_I kann der Erhalt von zusätzlicher Information bei nicht konstanter absoluter Risikoaversion zu einer Beeinflussung des Grades der absoluten Risikoaversion führen, da sich mit einer Änderung der optimalen Handlung die Höhe der einzelnen handlungsabhängigen

²⁸⁷Für zwei exponentielle Nutzenfunktionen U_1 und U_2 , wobei Nutzenfunktion U_1 durch eine konkave Transformation der Nutzenfunktion U_2 erhalten wird und damit einen höheren Grad der Risikoaversion impliziert, können einfache Beispiele konstruiert werden, in denen der Erwartungsnutzen über eine unsichere Ergebnisgröße auf Basis von Nutzenfunktion U_1 größer ist als der Erwartungsnutzen auf Basis von Nutzenfunktion U_2 .

²⁸⁸Vgl. Hirshleifer/Riley (1992): S. 200 ff.

²⁸⁹Die Unterscheidung der monetären Werte der zusätzlichen Information der beiden Entscheider mit den Nutzenfunktionen U_1 und U_2 bestimmt, erfolgt durch entsprechende Kennzeichnung.

²⁹⁰Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 90 oder Willinger (1989): S. 322 f.

Ergebnisrealisationen verändern. Dies erzeugt Reichtumseffekte, die auf den Grad der absoluten Risikoaversion wirken. Zudem verändert die zusätzliche Information des Informationssystems die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Ergebnisgröße und verändert so die Höhe des Erwartungswertes und des Risikos der Ergebnisgröße.²⁹¹

Wie in Kapitel 2.2.2.1 erläutert können durch Ermittlung des monetären Wertes der Information gemäß Definition 2.2.6 bzw. 2.2.7 auch zwei Informationssysteme miteinander verglichen werden. Wird für den Vergleich der Vorteilhaftigkeit der Entscheidungen auf Basis von zwei Informationssystemen, I_1 und I_2 , der monetäre Wert des geänderten Informationsstandes, $CI[I_2, I_1]$, gemäß Definition 2.2.8 verwendet, kann dieser in Abhängigkeit der Auswirkungen des geänderten Informationsstandes positive und negative Werte annehmen. Ist der Wert von $CI[I_2, I_1]$ negativ, so entspricht die Berechnung dem Vorgehen zur Ermittlung des monetären Wertes CI_I gemäß Definition 2.2.6. Ist der Wert positiv, so erfolgt die Berechnung analog zur Berechnung des monetären Wertes der zusätzlichen Information gemäß Definition 2.2.7. Bei der Berechnung des monetären Wertes des geänderten Informationsstandes durch Nutzung von Informationssystem I_2 anstatt von System I_1 wird der Geldbetrag bestimmt, um den die Ergebniswerte für Informationssystem I_1 in jedem Zustand verringert oder erhöht werden müssen, so dass der Erwartungsnutzen von Informationssystem I_1 auf Basis der korrigierten Ergebniswerte dem Erwartungsnutzen auf Basis von Informationssystem I_2 entspricht.²⁹²

Bei der Analyse des Zusammenhangs zwischen der Wirkung von zusätzlicher Information auf den Erwartungsnutzen und dem Grad der absoluten Risikoaversion wurde bereits gezeigt, dass für einen Entscheider mit einem höheren Grad der absoluten Risikoaversion nicht zwingend ein höherer Anstieg des Erwartungsnutzens im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung resultieren muss.²⁹³ Der Wert von $CI[I_2, I_1]$ wird gemäß Definition 2.2.8 in Kapitel 2.2.2.2 lediglich auf Basis der Nutzendifferenzen der unbedingten Erwartungsnutzen beider Informationssysteme bestimmt.²⁹⁴ Für die Ermittlung des monetären Wertes eines geänderten Informationsstandes kann gezeigt werden, dass für den Wert $CI[I_2, I_1]$ eine eindeutige Lösung existiert und der Wert

²⁹¹Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1992): S. 200 ff., Lawrence (1999): S. 247 ff. und Willinger (1989): S. 321 ff.

²⁹²Vgl. z. B. Pratt (1988): S. 398 f., Ross (1981): S. 628 ff. oder Pratt/Zeckhauser (1987): S. 145 ff.

²⁹³Vgl. Abbildung 2.3 in Kapitel 2.2.3.

²⁹⁴In Kapitel 3 werden Kriterien für den Vergleich von Informationssystemen vorgestellt, auf deren Grundlage gefolgert werden kann, dass das Informationssystem mit dem höheren Informationsgehalt auch zu einem höheren Erwartungsnutzen führt als das weniger informative Informationssystem.

$CI[I_2, I_1]$ für $V_{I_2}^* > V_{I_1}^*$ negativ bzw. für $V_{I_2}^* < V_{I_1}^*$ positiv ist.²⁹⁵

Die Auswirkungen eines geänderten Informationsstandes auf die Höhe des monetären Wertes, $CI[I_2, I_1]$, hängen von den Wirkungen auf die Höhe der Ergebniswerte in den einzelnen Zuständen, auf das Risiko der Ergebnisgröße sowie der Wirkung auf den Grad der absoluten Risikoaversion ab. Die Änderungen der Höhe der Ergebniswerte in den einzelnen Zuständen sind das Resultat von möglichen neuen optimalen Handlungen nach der Änderung des Informationsstandes. Die erläuterten Auswirkungen des geänderten Informationsstands lassen keinen Rückschluss auf die Gesamtwirkung eines geänderten Informationsstands auf den Wert $CI[I_2, I_1]$ zu. Dies zeigt sich u. a. auch darin, dass für zwei risikoaverse Entscheider mit jeweils unterschiedlichen Nutzenfunktionen, die nicht-konstante Risikoaversion implizieren, die Rangfolgen auf Basis der unbedingten Erwartungsnutzen von den Eigenschaften der Nutzenfunktionen der beiden Entscheider abhängen. Es folgt daher, dass keine Aussage über die Rangfolge der Höhe der monetären Werte eines geänderten Informationsstandes für zwei Entscheider mit unterschiedlich hohen und nicht konstanten Graden der absoluten Risikoaversion getätigt werden kann.^{296 297 298}

2.2.4 Der Hirshleifer-Effekt und der Wert von zusätzlicher Information

Aufgrund der genannten Auswirkungen eines geänderten Informationsstandes und ihrer von der Risikoaversion abhängigen Auswirkungen auf den Erwartungsnutzen eines Entscheiders mit unterschiedlichen Wirkungsrichtungen können Informationssysteme bzw. Wahrscheinlichkeitsverteilungen ermittelt werden, die zu einer unterschiedlichen Rangfolge über zwei Informationssysteme in Abhängigkeit der absoluten Risikoaversion führen. Die verschiedenen Auswirkungen eines geänderten Informationsstandes müssen daher in unterschiedlichen Richtungen auf den Erwartungsnutzen wirken. Das Ausmaß dieser Wirkungen wird durch die Höhe der absoluten Risikoaversion beeinflusst. So kann beispielsweise eine Erhöhung des erwarteten Ergebniswertes durch Änderung des Informationsstandes tendenziell positiv auf den Erwartungsnutzen wirken. Eine gleich-

²⁹⁵Vgl. LaValle (1978): S. 376 f, Marschak/Radner (1972): S. 86 oder Willinger (1989): S. 321 ff.

²⁹⁶Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 250 ff. oder Willinger (1989): S. 324 ff.

²⁹⁷Vgl. Willinger (1989): S. 324 ff.

²⁹⁸Die genaue Definition einer Erhöhung oder Verbesserung des Informationsstandes und Kriterien zum Vergleich des Informationsgehalts von zwei Informationssystemen erfolgt in Kapitel 3.

zeitig mit der Änderung des Informationsstandes einhergehende Erhöhung des Risikos der Ergebnisgröße kann dagegen negativ auf den Erwartungsnutzen wirken. Welcher der beiden Effekte überwiegt, hängt von der Höhe der absoluten Risikoaversion bzw. der Veränderung der absoluten Risikoaversion mit Änderung des Informationsstandes ab. Für zwei unterschiedlich hohe Werte des Grades der absoluten Risikoaversion kann daher die Rangfolge über zwei Informationssysteme auf Basis der unbedingten Erwartungsnutzen variieren.^{299 300} Mit Hilfe des in Anhang A.1 vorgestellten Modells wird dieser Zusammenhang verdeutlicht. In der auf dem Beispiel basierenden Abbildung A.1 wird die Abhängigkeit der Vorteilhaftigkeit von zusätzlicher Information von dem Grad der Risikoaversion verdeutlicht.³⁰¹

Auch im Rahmen von Gleichgewichts-Modellen kann gezeigt werden, dass die Unterscheidung zwischen öffentlicher und privater Information für den Wert der Information relevant ist. Für ein Gleichgewichts-Modell³⁰² hat Hirshleifer im Jahr 1971 gezeigt, dass der Erhalt eines für jeden Marktteilnehmer zugänglichen Informationssignals zu keiner Erhöhung des Nutzens bei jedem der betrachteten Marktteilnehmer führen kann. Die Aussage wird hergeleitet auf Basis eines Modells, in dem einzelne Teilnehmer mit jeweils einer gleichen Ausstattung an Zahlungsansprüchen in den Zeitpunkten $t = 0$ und $t = 1$ ausgestattet sind. Es wird angenommen, dass zwei mögliche Umweltzustände eintreten können und die Zahlungsansprüche zwischen den Marktakteuren getauscht werden können. Alle Marktteilnehmer haben die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung über den unsicheren Umweltzustand. Auf Basis der Lösung des Gleichgewichts-Modells ergeben sich dann die Preise für die zustandsabhängigen Zahlungsansprüche.³⁰³ Alle Marktteilnehmer maximieren den erwarteten Nutzen auf Basis der gleichen von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion, U . Da alle Teilnehmer die gleiche Nutzenfunktion sowie die gleiche Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Umweltzustände haben, tritt zwischen den Teilnehmern kein Handel auf und jeder Teilnehmer konsumiert seine Anfangsausstattung.³⁰⁴ Im Rahmen des Modells wird die Auswirkung von zusätzlicher Information untersucht durch den Erhalt eines Informationssignals, welches den

²⁹⁹Vgl. Lawrence (1999): S. 247 ff., Nadiminti et al. (1996): S. 241-255, Treich (1997): 361-36 oder Willinger (1989): S. 320-328.

³⁰⁰Vgl. auch Kapitel 2.2.3.

³⁰¹Vgl. Anhang A.1 in Anhang A.

³⁰²Das verwendete Modell basiert auf einem Modell für eine einfache Tauschwirtschaft von Arrow aus dem Jahr 1964. (Vgl. Arrow (1964): S. 91-96 und Debreu (1959): insbesondere Kapitel 7.)

³⁰³Hirshleifer unterstellt dabei für den Preis des Zahlungsanspruchs im Zeitpunkt $t = 0$ einen Preis in Höhe von einer Geldeinheit. (Vgl. Hirshleifer (1971): S. 563.)

³⁰⁴Vgl. Hirshleifer (1971): S. 562 ff. und Hirshleifer/Riley (1979): S. 1401 ff.

im Zeitpunkt $t = 1$ eintretenden Zustand übermittelt. Das Informationssignal wird vor dem Handel der zustandsabhängigen Zahlungsansprüche, die jedem Teilnehmer aus seiner Anfangsausstattung zur Verfügung stehen, erhalten. Damit wird das Signal zu einem Zeitpunkt erhalten, in dem der Markt für die zustandsabhängigen Ansprüche noch geöffnet ist, so dass eine Anpassung des Tauschs der Zahlungsansprüche für den geänderten Informationsstand bzw. die geänderten Wahrscheinlichkeitsverteilungen über die Zustände möglich ist. Für die beiden möglichen Informationssignale sind den Marktteilnehmern die Eintrittswahrscheinlichkeiten bekannt. Die Informationssignale ordnen jeweils einem der beiden Umweltzustände die Eintrittswahrscheinlichkeit Eins zu.³⁰⁵ Für den Fall, dass nur einem der Marktteilnehmer exklusiv das Informationssystem zur Verfügung steht und der Teilnehmer damit den eintretenden Zustand kennt, führt der Erhalt zu keiner Veränderung der Preise für die zustandsabhängigen Zahlungsansprüche, da unterstellt wird, dass das Tauschverhalten eines einzelnen Individuums keinen Einfluss auf die Preise im Gleichgewicht hat. Nach Erhalt der privaten und vollkommenen Information sowie dem der Risikopräferenz entsprechenden Tausch der Zahlungsansprüche steigt der unbedingte maximale Erwartungsnutzen des Marktteilnehmers an. Der Teilnehmer tauscht die Zahlungsansprüche aus der Anfangsausstattung für den Zustand, der nicht eintritt, zum geltenden Preis in Zahlungsansprüche für den mit Sicherheit eintretenden Zustand um. Der Wert des privaten Informationssignals ist somit positiv.³⁰⁶

Wird dagegen unterstellt, dass die zusätzliche Information allen Marktteilnehmern zur Verfügung steht, kann gezeigt werden, dass durch Kenntnis des eintretenden Zustandes im Zeitpunkt $t = 1$ der Preis für den Zahlungsanspruch des Zustandes, der mit Sicherheit nicht eintritt, null ist und deshalb kein Tausch der zugehörigen Zahlungsansprüche für diesen Zustand stattfindet. Ohne den Handel der Zahlungsansprüche für beide Zustände behält jeder Teilnehmer die Ansprüche gemäß seiner Anfangsausstattung und konsumiert diese. Auch der Preis des Zahlungsanspruches, der nach Erhalt des Informationssignals mit Sicherheit eintritt, verändert sich nach Erhalt des Informationssignals. Der Erwartungsnutzen auf Basis des Konsums bleibt für jeden Teilnehmer im Vergleich zur Situation ohne zusätzliche Information gleich, da kein Handel zwischen den Teilnehmern stattfinden kann. Ohne Handel zwischen den Marktteilnehmern findet auch keine Risikoteilung statt. Der Wert der öffentlichen Information ist folglich null, da keiner

³⁰⁵Das Informationssignal übermittelt daher die perfekte Information. (Vgl. Kapitel 2.2.1 und z. B. Lawrence (1999): S. 69, Marschak/Miyasawa (1968): S. 143 oder Hirshleifer/Riley (1979): S. 1394.)

³⁰⁶Vgl. Hirshleifer (1971): S. 564.

der Marktteilnehmer die Möglichkeit hat, sein Tauschverhalten gemäß der revidierten Posteriori-Verteilung über die Zustände anzupassen. Das Ergebnis aus der Arbeit von Hirshleifer verdeutlicht die Abhängigkeit des Wertes von zusätzlicher Information von der Unterscheidung zwischen öffentlicher und privater Information. Ist das Informationssignal für jeden zugänglich, können Situationen auftreten, in denen sich Preise für Wertpapiere oder Zahlungsströme so ändern, dass eine Nutzung der zusätzlichen Information durch Anpassung der optimalen Handlungsalternative nicht mehr möglich ist und das öffentliche Informationssystem wertlos ist. Es verändert sich mit Erhalt des öffentlichen Informationssignals die Zusammensetzung der Menge der Handlungsalternativen. Im Modell von Hirshleifer ist die Menge der wählbaren Handlungsalternativen nach Erhalt der zusätzlichen Information leer.³⁰⁷³⁰⁸

Das Ergebnis, dass der Erhalt von zusätzlicher Information, die öffentlich verfügbar ist im Rahmen eines Gleichgewichts-Modells für einzelne Marktteilnehmer bzw. für alle Marktteilnehmer nachteilig sein kann, wurde bereits von Drèze im Jahr 1960 gezeigt.³⁰⁹ Weitere Untersuchungen im Rahmen von Gleichgewichts-Modellen, die auf dem Tausch von Zahlungsansprüchen und auf unterschiedlichen Annahmen über den Markt, an dem die Zahlungsansprüche getauscht werden können basieren, haben gezeigt, dass der Wert von zusätzlicher Information negativ bzw. null sein kann.^{310 311} In der Literatur existieren auch Untersuchungen zur Auswirkung von einer Änderung des Informationsstandes, in denen im Rahmen von Gleichgewichts-Modellen neben einem öffentlichen Informationssignal auch ein privates Informationssignals betrachtet wird. Morris und Shin untersuchen in ihrer Arbeit aus dem Jahr 2002 die Auswirkung des

³⁰⁷Vgl. Hirshleifer (1971): S. 565.

³⁰⁸In einem Forschungsbeitrag aus dem Jahr 1997 untersuchen Sulganik und Zilcha den Zusammenhang zwischen dem Wert von zusätzlicher Information und der Änderung der Zusammensetzung der Menge der wählbaren Handlungsalternativen. Auf Basis der Untersuchungen können Sulganik und Zilcha zeigen, dass durch die Änderung der Zusammensetzung der Menge der wählbaren Handlungsalternativen mit Erhalt der Information der Wert von zusätzlicher Information negativ werden kann. (Vgl. Sulganik/Zilcha (1997): S. 1618 ff.)

³⁰⁹Vgl. Drèze (1960): S. 71-80.

³¹⁰Bei den verschiedenen Untersuchungen wurde zum Teil der Blackwell-Ansatz zum Vergleich des Informationsgehalts der betrachteten Informationssysteme verwendet. Besteht zwischen zwei Informationssystemen der stochastische Zusammenhang nach Blackwell, führt der Erhalt der zusätzlichen Information in Form eines privaten unsicheren Informationssignals zu einer Erhöhung des unbedingten Erwartungsnutzens für das Entscheidungsproblem des einzelnen Marktteilnehmers. Es konnte gezeigt werden, dass auch Informationssysteme, die entsprechend des Blackwell-Ansatzes informativer sind als das ursprüngliche Informationssystem und allen Marktteilnehmern zur Verfügung stehen, für den einzelnen Marktteilnehmer nachteilig sein können. (Vgl. z.B. Kapitel 3.2, Blackwell (1951), Blackwell (1953) oder Laffont (1989): S. 58 f.)

³¹¹Vgl. z.B. Hakanasson et al. (1982): S. 1169-1181, Green (1981): S. 335-358, Marshall (1974): S. 373-390, Schlee (2001): S. 509-524 oder Zeckhauser (1970): S. 10-26.

Erhalts von öffentlicher Information, wenn die Marktteilnehmer gleichzeitig Zugang zu privater Information haben. Für den Fall, dass die private Information nicht die Wohlfahrt im Rahmen des Modells erhöht, führt der Erhalt von öffentlicher Information immer zu einer Erhöhung der gesamtwirtschaftlichen Wohlfahrt.³¹² Erhöht dagegen auch das einzelne private Informationssignal die soziale Wohlfahrt, kann der Erhalt des öffentlichen Informationssignals einen positiven oder negativen bzw. keinen Effekt auf die soziale Wohlfahrt haben.³¹³ Im Modell von Marshall aus dem Jahr 1974 wird ebenfalls gezeigt, dass der Erhalt von öffentlicher Information bei homogenen Erwartungen der Marktteilnehmer über das Eintreten der möglichen Umweltzustände kein neues Pareto-Optimum³¹⁴ erzeugen kann. Der Erhalt des öffentlichen Signals kann nur dann zur Erhöhung des Erwartungsnutzens einiger Marktteilnehmer führen, wenn der erwartete Nutzen anderer Teilnehmer zurückgeht.³¹⁵ In einer Erweiterung des Modells von Marshall wird gezeigt, dass für einen Marktteilnehmer, der ein privates Informationssignal erhält, der Anreiz bestehen kann, dieses Signal öffentlich zu machen. Für den Marktteilnehmer, der das Signal veröffentlicht, besteht die Möglichkeit auf die Reaktion des Marktes bzw. die entsprechenden Änderungen der Preise der Zahlungsansprüche am Markt zu spekulieren und damit seinen erwarteten Nutzen zu erhöhen. Die Erhöhung des Nutzens des Teilnehmers, der seine private Information veröffentlicht und auf die entsprechenden Preisanpassungen spekuliert, kann zu einer Verringerung des Wohlfahrt des gesamten Marktes führen.³¹⁶

Die Ergebnisse der Untersuchung des Wertes von öffentlicher Information im Rahmen von Gleichgewichts-Modellen hängen u. a. ab von den Annahmen über die Homogenität der Erwartungen der Marktteilnehmer über die Umweltzustände, der Homogenität der Verteilung der Anfangsausstattung mit den Zahlungsansprüchen sowie dem Zeitpunkt, zu dem das Informationssignal erhalten wird. Das Informationssignal kann beispielsweise vor Beginn des Handels aber auch während des Handels der Zahlungsansprüche

³¹²Die soziale Wohlfahrt der Wirtschaft wird im Rahmen des Artikels definiert als durchschnittlicher Nutzen der einzelnen Marktteilnehmer. (Vgl. Morris/Shin (2002): S. 1524 f.)

³¹³Vgl. Morris/Shin (2002): S. 1521-1534.

³¹⁴Eine Aufteilung von Zahlungsansprüchen ist dann eine Verbesserung im Sinne der Pareto-Optimalität, wenn durch die Änderung der Aufteilung der Zahlungsansprüche im Vergleich zur vorherigen Situation keiner der Marktteilnehmer schlechter gestellt ist bzgl. der Höhe seines Erwartungsnutzens und für mindestens einen der Marktteilnehmer der Erwartungsnutzen zunimmt. (Vgl. Kreps (1990): S. 153 ff.)

³¹⁵Vgl. Marshall (1974): S. 376 ff.

³¹⁶Vgl. Marshall (1974): S. 381 f.

erhalten werden.^{317 318} Im Rahmen einer Erweiterung des Modells von Hirshleifer wird beispielsweise gezeigt, dass für den Fall von unterschiedlich hohen Anfangsausstattungen der einzelnen Marktteilnehmer der Erhalt eines Informationssignals vor Beginn des Handels mit Zahlungsansprüchen zu einer Verringerung des unbedingten Erwartungsnutzens führen kann, im Vergleich zur Situation ohne zusätzliche Information. Die Verfügbarkeit des Informationssystems mit dem unsicheren Informationssignal führt zu einer Erhöhung der Unsicherheit bzgl. der möglichen Umweltzustände und kann deshalb für risikoaverse Entscheider negative Auswirkungen auf den Erwartungsnutzen haben.³¹⁹ Der negative Effekt auf den Erwartungsnutzen eines einzelnen Marktteilnehmers, der durch die Erhöhung des Risikos der Ergebnisgröße durch den Erhalt eines unsicheren Informationssignals in Kombination mit einer Veränderung der Menge der wählbaren Handlungsalternativen nach Erhalt des Informationssignals auftreten kann, wird in der Literatur auch als Hirshleifer-Effekt bezeichnet.³²⁰

Wird dagegen während des Handels der zustandsbedingten Ansprüche ein Signal erhalten, welches einem Zustand die Wahrscheinlichkeit eins zuordnet, findet eine Handelsperiode der Ansprüche vor und eine Handelsperiode nach Erhalt des Signals statt.³²¹ Die Marktteilnehmer antizipieren den Erhalt eines Informationssignals, wissen aber nicht, welches der Signale, das einem der Zustände die Wahrscheinlichkeit eins zuordnet, erhalten wird.³²² Vor dem Erhalt des unsicheren Signals erfolgt der Handel der Zahlungsansprüche gemäß ihren Risikopräferenzen. Da die Marktteilnehmer bereits den Erhalt eines Signals antizipieren und dabei auch ein Signal erhalten werden kann, das aufgrund der Anfangsausstattung mit zustandsbedingten Zahlungsansprüchen nachteilig in Bezug auf den erwarteten Nutzen sein kann, erfolgt eine den Risikopräferenzen entsprechende Umstrukturierung der Zahlungsansprüche. Durch den Handel vor Er-

³¹⁷Vgl. z. B. Hirshleifer (1971): S. 567 ff. oder Marshall (1974): S. 377.

³¹⁸Auch die Unterscheidung, ob der Markt als vollständig bzw. unvollständig modelliert wird, kann die Höhe des Wertes von öffentlicher Information beeinflussen. Ein Kapitalmarkt gilt dann als vollständig, wenn für N mögliche Umweltzustände ebenfalls N zustandsbedingte Ansprüche gehandelt werden, deren Preisvektoren linear unabhängig sind. (Vgl. Hirshleifer/Riley (1979): S. 1399 f. oder Husmann/Kruschwitz (2012): S. 137 ff.)

³¹⁹Vgl. Kapitel 2.2.3.2 und Hirshleifer (1971): S. 568, Hirshleifer/Riley (1979): S. 1401 oder Schlee (2001): S. 515.

³²⁰Vgl. z. B. Drees/Eckwert (2003): S. 454, Eeckhoudt et al. (2005): S. 134 ff., Eckwert/Zilcha (2003): S. 51 f. oder Eckwert/Zilcha (2004): S. 573.

³²¹Es wird angenommen, dass jeder Marktteilnehmer individuelle Anfangsausstattungen an zustandsbedingten Zahlungsansprüchen hat sowie inhomogene Erwartungen über das Eintreten der möglichen Umweltzustände.

³²²Dies entspricht der Nutzung eines Informationssystems im Sinne der Definition 2.2.3 in Kapitel 2.2.2.1.

halt des Signals erfolgt somit eine teilweise Absicherung gegen den Erhalt von für den Marktteilnehmer ungünstigen Signalen bzw. dem damit verbundenen Eintritt von ungünstigen Umweltzuständen.³²³ Nach Erhalt des Signals ist bekannt, welcher Zustand eintritt, so dass in der zweiten Handelsperiode kein Anreiz besteht, zustandsabhängige Zahlungsansprüche zu handeln. Keiner der Teilnehmer kann dann die zusätzliche Information nutzen und der Wert des öffentlichen Signals ist null. Sämtliche Marktteilnehmer haben ihre optimale Ausstattung mit zustandsbedingten Zahlungsansprüchen bereits in der ersten Handelsperiode festgelegt.³²⁴ In Abhängigkeit der Ausgestaltung des Modells kann der Erhalt von öffentlicher Information einen positiven, negativen oder keinen Effekt auf den Markt und die gesamte Wohlfahrt aller Marktteilnehmer haben. Auch im Rahmen dieser Modellierung des Gleichgewichts-Modells sowie des Informationserhalts, kann der Hirshleifer-Effekt auftreten. Es können Voraussetzungen bestimmt werden, für die der Erhalt der öffentlichen Information zu keiner Pareto-Verbesserung führt und der Erhalt des öffentlichen Informationssignals für alle Marktteilnehmer bzw. die soziale Wohlfahrt nachteilig ist.^{325 326}

Die Ergebnisse der verschiedenen genannten Untersuchungen zeigen, dass der Erhalt von öffentlicher Information eine nachteilige Auswirkung auf den einzelnen Teilnehmer am Markt sowie die soziale Wohlfahrt haben kann.³²⁷ Dieses Ergebnis scheint zunächst erstaunlich, da der Erhalt einer perfekten Information die Unsicherheit vollständig eliminiert und damit für einen risikoaversen Entscheider erstrebenswert sein könnte. Bei dieser Interpretation wird außer acht gelassen, dass die perfekte Information die Menge der Handlungsalternativen verringert, so dass eine Handlung, die nach Erhalt des öffentlichen Informationssignals möglicherweise optimal ist, nicht mehr zur Verfügung steht.³²⁸ Auch im Rahmen von nicht-ökonomischen Entscheidungen existieren Situationen, in denen der Erhalt von Information nicht angestrebt wird. Dieses Ergebnis wird beispielsweise erzielt bei einer Befragung von 279 Personen, denen angeboten wird, kostenfrei einen Gentest durchzuführen, der Aufschluss über eine Geneigenschaft

³²³Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1979): S. 1402 oder Marshall (1974): S. 377.

³²⁴Vgl. z. B. Green (1981): S. 339 oder Hirshleifer/Riley (1979): S. 1399.

³²⁵Vgl. Gollier (2001): S. 411 ff. und Schlee (2001): S. 514 ff.

³²⁶Auch andere Arbeiten befassen sich mit den Bedingungen, die in Modellen erfüllt sein müssen, damit der Erhalt der öffentlichen Information einen positiven oder negativen Wert hat. (Vgl. Campbell (2004a): S. 179-197 und Campbell (2004b): S. 43-57.)

³²⁷Vgl. z. B. Drees/Eckwert (2003): S. 459, Green (1981): S. 335-358, Hakanasson et al. (1982): S. 1169-1181, Marshall (1974): S. 373-390, Orosel (1996): S. 1394 ff, Schlee (2001): S. 509-524 oder Zeckhauser (1970): S. 10-26.

³²⁸Vgl. Kapitel 2.2.3.2 und Hirshleifer (1971): S. 568 oder Hirshleifer/Riley (1979): S. 1401.

gibt, die im Zusammenhang mit dem Auftreten von Brustkrebs steht. Etwa 57% aller befragten Personen lehnten die kostenfreie Untersuchung ab. Begründet wurde die Ablehnung mit der Angst, sich aufgrund der Kenntnis über den hohen Risikofaktor für Brustkrebs, nur noch eingeschränkt oder gar nicht bei einer Krankenversicherung absichern zu können.³²⁹

In Gleichgewichts-Modellen unter Unsicherheit, wie es u. a. von Hirshleifer³³⁰ verwendet wurde, kann gezeigt werden, dass Marktteilnehmer im pareto-optimalen Gleichgewicht die Möglichkeit nutzen, Risiken zu teilen. Durch den Tausch von unsicheren Zahlungsansprüchen, die den risikoaversen Marktteilnehmern durch die Anfangsausstattung zur Verfügung stehen, wird das Risiko des Portfolios an Zahlungsansprüchen entsprechend den Risikopräferenzen verändert.^{331 332} Werden im Allgemeinen Risiken von den Marktteilnehmern durch den Handel der Zahlungsansprüche geteilt, kann der Erhalt von zusätzlicher Information zu einer Einschränkung der Möglichkeit der Risikoteilung am Markt führen.³³³ Der Erhalt von zusätzlicher Information kann bei Existenz von Märkten zum Tausch von Risiken, wie z. B. Märkten für Forward- oder Futureskontrakte, zwei Effekte haben, die in unterschiedliche Richtungen wirken können. Der Erhalt von zusätzlicher Information verändert die Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Umweltzustände und kann so nach Erhalt des Informationssignals zu einer besseren oder präziseren Prognose über die Umweltzustände bzw. über die unsichere Zahlung des Portfolios an zustandsbedingten Zahlungsansprüchen führen. Der Handel, der nach dem erhaltenen Signal beginnt, wird an die veränderte Wahrscheinlichkeitsverteilung angepasst. Die Unsicherheit über die Entwicklung der Umweltzustände verringert sich nach Erhalt des Signals. Diese Wirkungskomponente von zusätzlicher Information wirkt tendenziell positiv auf den unbedingten erwarteten Nutzen und kann als Informations-Effekt bezeichnet werden.³³⁴ Der Erhalt des öffentlichen Signals führt zu

³²⁹Vgl. Lerman et al. (1996): S. 1885-1892.

³³⁰Vgl. Hirshleifer (1971): S. 562 ff., Hirshleifer/Riley (1979): S. 1377 ff., Kreps (1990): Kapitel 5 und 6.

³³¹Vgl. z. B. Hirshleifer (1989): S. 184, Hirshleifer/Riley (1979): S. 1386 ff. oder Marshall (1974): S. 374.

³³²Die Umstrukturierung des individuellen Bündels an Zahlungsansprüchen kann auch im Licht der Portfeuille-Theorie und dem Ansatz der Diversifizierung von Risiken in einem Portfolio aus mehreren unsicheren Wertpapieren, deren Renditen jeweils nicht perfekt positiv korreliert sind, interpretiert werden. Die Marktteilnehmer tauschen ihre unsicheren Zahlungsansprüche, um die Eigenschaften ihres Portfolios gemäß ihren Risikopräferenzen umzustrukturieren. (Vgl. z. B. Hirshleifer/Riley (1979): S. 1387.)

³³³Vgl. Eckwert/Zilcha (2003): S. 44, Green (1981): S. 343 f., Hirshleifer (1989): S. 184, Morris/Shin (2002): S. 1523.

³³⁴Vgl. Eckwert/Zilcha (2003): S. 52 ff., Eckwert/Zilcha (2004): S. 563 und 571 ff. oder Sulganik/Zilcha

einer Veränderung der Tauschpläne der einzelnen Teilnehmer am Markt.³³⁵ Durch das geänderte Tauschverhalten können die Möglichkeiten zur Risikoteilung eingeschränkt sein, im Vergleich zur Situation ohne zusätzliche Information. Da der Handel mit Zahlungsansprüchen und damit die Risikoteilung erst nach Erhalt eines Informationssignals beginnt, können nur die Risiken am Markt geteilt werden, die nach Erhalt des Signals noch vorhanden sind. Das Risiko, welches durch das unsichere Signal entsteht, kann nicht durch Handel mit Zahlungsansprüchen abgesichert werden. Diese ex ante Zunahme des Risikos wirkt auf den unbedingten Erwartungsnutzen eines risikoaversen Entscheiders tendenziell negativ und entspricht dem Hirshleifer-Effekt.³³⁶ Der Handel der zustandsbedingten Zahlungsansprüche und die damit verbundene Teilung von Risiken weist eine analoge Funktionsweise auf wie Risikomärkte, an denen z. B. Forward- oder Futureskontrakte gehandelt werden.³³⁷ Eine analoge Interpretation für die Entstehung des Hirshleifer-Effekts kann hergeleitet werden für Märkte, an denen Risiken über Forward- oder Futureskontrakte gehandelt werden. Der Erhalt von zusätzlicher Information führt hier ebenfalls zu einer Beeinflussung der Nachfrage nach den Absicherungskontrakten, so dass auch die Preise für die Kontrakte von dem erhaltenen Signal abhängen. Nach Erhalt des Informationssignals bilden sich die Preise für Forward- oder Futureskontrakte und berücksichtigen daher nicht die Unsicherheit, die aus dem unsicheren Informationssignal resultiert. Diese Unsicherheit, die ex ante durch das unsichere Informationssignals entsteht, kann nicht über den Risikomarkt abgesichert werden.³³⁸ Welcher der beiden genannten Effekte überwiegt wird durch die Höhe der absoluten Risikoaversion beeinflusst.³³⁹ Das folgende Beispiel verdeutlicht den Zusammenhang zwischen der Höhe der absoluten Risikoaversion und der Auswirkung eines geänderten Informationsstandes im Rahmen eines Partial-Modells, wenn der Entscheider die Möglichkeit hat, das Risiko seiner Ergebnisvariable über einen Risikomarkt abzusichern.

Beispiel 2.2.2. *Betrachtet wird in diesem Beispiel das Modell einer Bank, welches in einem Artikel von Broll und Eckwert aus dem Jahr 2006 stammt und detailliert im Anhang vorgestellt wird.*^{340 341} *Der unsichere Gewinn der Bank, $\tilde{\Pi}$, hängt von der*

(1996): S. 234 ff.

³³⁵Beginnt der Handel nach dem Erhalt des Informationssignals findet für den Extremfall der perfekten Information kein Handel mehr statt. (Vgl. Hirshleifer (1971): S. 564 f.)

³³⁶Vgl. Eckwert/Zilcha (2003): S. 52 f., Hirshleifer (1971): S. 568 oder Sulganik/Zilcha (1996): S. 235.

³³⁷Vgl. Hirshleifer (1989): S. 185.

³³⁸Vgl. Sulganik/Zilcha (1996): S. 235.

³³⁹Vgl. z. B. Eckwert/Zilcha (2004): S. 568 ff.

³⁴⁰Vgl. Broll/Eckwert (2006a): S. 123-133.

³⁴¹Vgl. Anhang A.2.

Höhe der vergebenen Kredite, K , sowie dem Volumen der Kundeneinlagen, D , und den entsprechenden Renditen, r_K und r_D , ab. Die Unsicherheit des Gewinns der Bank resultiert aus der Unsicherheit der Verzinsung, \tilde{r} , des Betrages M , den die Bank am Interbankenmarkt anlegt ($M > 0$) oder aufnimmt ($M < 0$). Die Vergabe von Krediten verursacht Kosten in Höhe von $C(K)$. Zudem hat die Bank Zugang zu einem Markt für Futureskontrakte, an dem sich die Bank gegen das Risiko der unsicheren Verzinsung der Geldanlage bzw. -aufnahme am Interbankenmarkt absichern kann. Das Volumen der gekauften bzw. verkauften Kontrakte wird mit H_f bezeichnet. Der Terminmarkt ist unverzerrt und die Höhe des Terminkurses $r_f(y)$ entspricht dem auf das Informationssignal bedingten Erwartungswert des unsicheren Zinssatzes, der auf dem Interbankenmarkt gilt.³⁴² Der unsichere Gewinn ist dann gegeben durch:³⁴³

$$\tilde{\Pi} = r_K K + \tilde{r} M - r_D - C(K) + H_f(r_f(y) - \tilde{r}). \quad (2.45)$$

Das Bankmanagement trifft die Entscheidung über die Höhe des Volumens der Kreditvergabe und des Volumens der zu kaufenden bzw. zu verkaufenden Futureskontrakte durch Maximierung des bedingten erwarteten Nutzens aus dem unsicheren Gewinn am Ende der Periode auf Basis einer von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion.³⁴⁴ Der unbedingte Erwartungsnutzen des betrachteten Informationssystem wird gemäß Gleichung A.8 bestimmt.³⁴⁵

Für das beschriebene Beispiel einer kompetitiven Bank kann nun mit Hilfe einer exponentiellen Nutzenfunktion mit konstanter absoluter Risikoaversion und unterschiedlichen Informationssystemen die Relevanz der Risikoaversion für die Bewertung von zusätzlicher Information bei Existenz eines Risikomarktes analysiert werden. Die exponentielle Nutzenfunktion ist durch $U(\Pi) = -\exp(-\alpha\Pi)$ gegeben, wobei Π der Wert der Gewinns der Bank und α der Wert der absoluten Risikoaversion ist.³⁴⁶ Für verschiedene Niveaus für den Wert der absoluten Risikoaversion, α , kann so die Änderung des maximalen unbedingten Erwartungsnutzens durch die Ersetzung eines Informationssystems durch ein anderes Informationssystem analysiert werden. Es werden

³⁴²Vgl. Gleichung A.2 in Anhang A.2.

³⁴³Vgl. Broll/Eckwert (2006a): S. 126.

³⁴⁴Vgl. Gleichung A.8 in Anhang A.2.

³⁴⁵Vgl. Definition 2.2.3 in Kapitel 2.2.2.1.

³⁴⁶Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 27 und Ingersoll (1987): S. 39.

zwei Informationssysteme betrachtet, die u. a. im Anhang C.2 dargestellt sind.³⁴⁷ Informationssystem I_3 führt zu einer gleich hohen Eintrittswahrscheinlichkeit für jede der möglichen Realisationen des Zinssatzes nach Erhalt von jedem der möglichen Informationssignale. Das Informationssignal von System I_3 ist damit stochastisch unabhängig vom unsicheren Zinssatz auf dem Interbankenmarkt, so dass das Informationssystem I_3 uninformativ ist. Informationssystem I_2 kann ohne Anwendung oder Definition eines Vergleichskriteriums bzgl. der Höhe des Informationsgehalts als informativer im Vergleich zu System I_3 eingeordnet werden, da es für den Entscheider nach Erhalt des Signals einigen Zuständen die Wahrscheinlichkeit null zuordnet.³⁴⁸ Für jedes der betrachteten Informationssysteme kann der unbedingte maximale Erwartungsnutzen des Informationssystems in Abhängigkeit der Höhe der unterstellten absoluten Risikoaversion ermittelt werden.³⁴⁹ ³⁵⁰

Die Werte für die Erwartungsnutzen auf Basis der Informationssysteme I_2 und I_3 werden mit $V_{I_2}^*(\alpha)$ und $V_{I_3}^*(\alpha)$ bezeichnet. In der folgenden Abbildung werden die Differenzen der Erwartungsnutzen in Abhängigkeit der Höhe der Risikoaversion des Entscheiders dargestellt für die Ersetzung von Informationssystem I_3 durch I_2 (schwarze Kurve).

³⁴⁷Die Informationssysteme sind durch die Posteriori-Eintrittswahrscheinlichkeiten für die Realisationen des unsicheren Zinssatzes gegeben. Der Zinssatz auf dem Interbankenmarkt kann einen von den acht Werten, 3% , 4% , 5% , 6% , 7% , 8% , 9% oder 10% annehmen und jedes der betrachteten Informationssysteme übermittelt eines von acht Signalen. (Vgl. Anhang C.2.)

³⁴⁸Vgl. Kapitel 2.2.1.

³⁴⁹Vgl. Gleichung A.8 in Anhang A.2.

³⁵⁰Die für das Entscheidungsproblem der Bank unterstellten Werte der verschiedenen Parameter der Gewinnfunktion sind am Ende von Anhang A.2 angegeben.

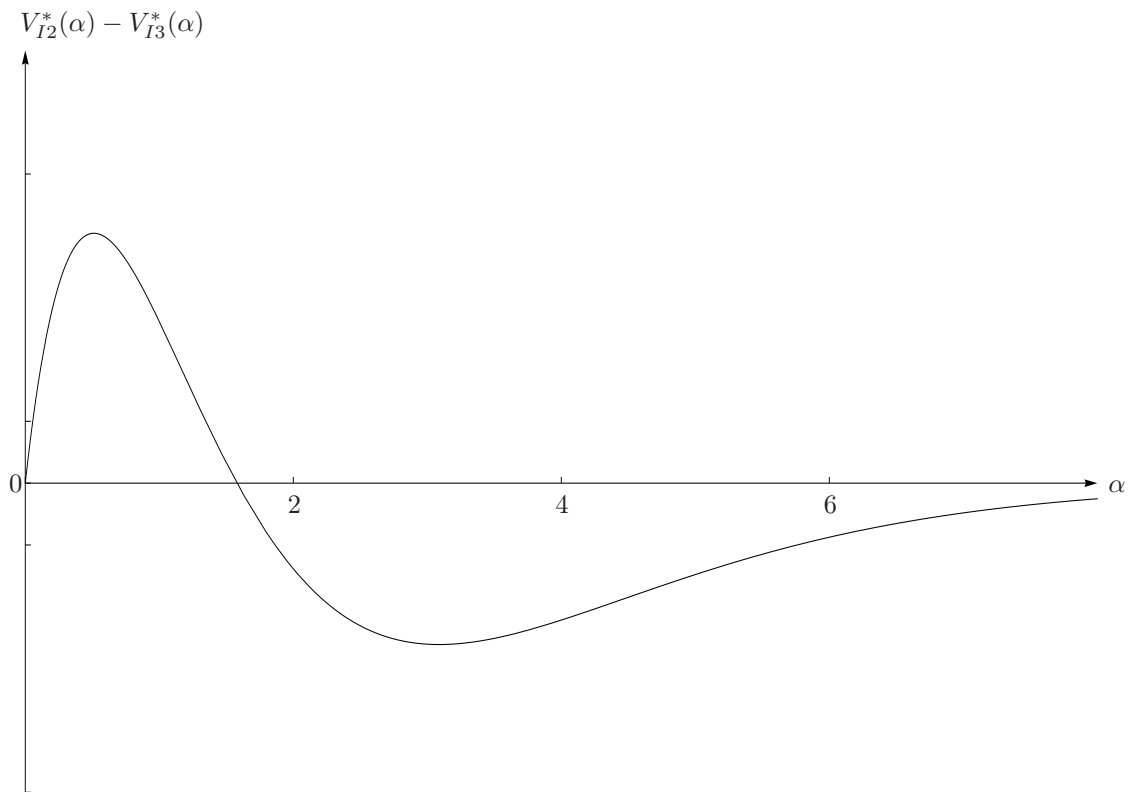


Abbildung 2.4: Auswirkungen einer Änderung der Risikoaversion auf die Änderung des Erwartungsnutzens durch zusätzliche Information.³⁵²

Abbildung 2.4 verdeutlicht, dass die Auswirkung eines geänderten Informationsstandes nicht einheitlich positiv oder negativ ist. Dieses Ergebnis wird unabhängig davon erhalten, welcher Informationsstand der ursprüngliche ist und unabhängig davon, in welchem Ausmaß sich der Informationsstand verändert. Für niedrige Werte von α führt der Erhalt von zusätzlicher Information durch die Ersetzung eines uninformativen Systems durch ein Informationssystem mit einem höheren Informationsgehalt, zu einem Anstieg des Erwartungsnutzens. Die Differenz der unbedingten Erwartungsnutzen beider Systeme $V_{I_2}^*(\alpha) - V_{I_3}^*(\alpha)$ ist dann positiv. Für höhere Werte von α ist die Größenrelation umgekehrt und die Differenz der Erwartungsnutzen beider Systeme $V_{I_2}^*(\alpha) - V_{I_3}^*(\alpha)$ ist negativ. Die Kurve der Änderungen des Erwartungsnutzens weist einen Schnittpunkt mit der ersten Achse auf. Für den zugehörigen Grad der absoluten Risikoaversion weisen beide Informationssysteme eine Erwartungsnutzen in gleicher Höhe auf.³⁵³

³⁵²Eigene Darstellung. (Vgl. Anhang A.2 sowie Anhang C.2.)

³⁵³Vgl. Abbildung 2.4.

Die Abhängigkeit des Anstieges des Erwartungsnutzens auf Basis der optimalen Entscheidungen über die Kreditvergabe und das Absicherungsvolumen der Bank wird durch die Gegenläufigkeit von Informations- und Hirshleifer-Effekt hervorgerufen. Der Informations-Effekt führt zu einer Verringerung der Unsicherheit über den unsicheren Zinssatz und erhöht tendenziell den unbedingten Erwartungsnutzen nach Erhöhung des Informationsstandes.³⁵⁴ Der zweite Effekt entsteht durch eine Erhöhung der Unsicherheit über den unsicheren Zinssatz, der durch das unsichere Informationssignal erzeugt wird. Da für jedes Signal der bedingte Terminkurs bestimmt wird, kann über den Terminmarkt durch den Kauf bzw. Verkauf von Futures nur das Risiko abgesichert werden, das nach Erhalt eines Signals vorhanden ist. Das Risiko der Ergebniskomponente, das durch das unsichere Signal erzeugt wird, kann nicht am Terminmarkt abgesichert werden. Der beschriebene Hirshleifer-Effekt in Kombination mit den eingeschränkten Absicherungsmöglichkeiten verringert den Erwartungsnutzen.³⁵⁵ Welcher der beiden beschriebenen Effekte stärker auf die Änderung des erwarteten Nutzens wirkt, wird durch die Höhe der absoluten Risikoaversion beeinflusst. Rechts von den Schnittpunkten der Funktionen der Änderung des Erwartungsnutzens mit der ersten Achse überwiegt der Hirshleifer-Effekt, links von den Schnittpunkten überkompensiert der Informations-Effekt den Hirshleifer-Effekt.^{356 357}

³⁵⁴Vgl. Eckwert/Zilcha (2003): S. 52 ff., Eckwert/Zilcha (2004): S. 563 und 571 ff. oder Sulganik/Zilcha (1996): S. 234 ff.

³⁵⁵Vgl. Sulganik/Zilcha (1996): S. 235.

³⁵⁶Vgl. z. B. Eckwert/Zilcha (2004): S. 568 ff.

³⁵⁷Vgl. Kapitel 2.2.3.

Kapitel 3

Der Vergleich des Informationsgehalts von Informationssystemen

In den vorherigen Kapiteln erfolgte der Vergleich von Informationssystemen auf Basis der Ermittlung des unbedingten Erwartungsnutzens für jedes der Systeme und dem entsprechenden Vergleich der Erwartungsnutzen.¹ Die Bewertung erfolgte z. B. durch den Vergleich der Höhen der Erwartungsnutzen der beiden zu vergleichenden Informationssysteme. Damit hängt der Wert einer Änderung des Informationsstandes, gemessen als Änderung des Nutzens im Zusammenhang zur Ersetzung eines Informationssystems durch das andere, $EVI[I_2, I_1]$ ², von Eigenschaften des Entscheidungsproblems, wie z. B. den Risikopräferenzen des Entscheiders ab. In Kapitel 2.2.4 wurde gezeigt, dass der Wert einer Änderung des Informationsstandes durch die Höhe der absoluten Risikoaversion beeinflusst wird.³ In diesem Kapitel werden verschiedene Ansätze zum Vergleich von Informationssystemen vorgestellt, die für eine bestimmte Klasse von Entscheidungsproblemen sowie bei Erfüllung bestimmter Anforderungen an die Risikopräferenzen des Entscheiders sicherstellen, dass die Erhöhung des Informationsstandes zu einer Erhöhung des unbedingten Erwartungsnutzens führt. Damit erfolgt die Bewertung eines geänderten Informationsstandes durch Ersetzung eines Informationssystems I_1 durch ein anderes System I_2 unabhängig von dem eigentlichen Entscheidungsproblem. Vergleiche von Informationssystemen basieren dann auf dem direkten Vergleich der Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die durch die beiden Informationssysteme gege-

¹Vgl. Satz 2.2.2 in Kapitel 2.2.2.1.

²Vgl. Definition 2.2.5 in Kapitel 2.2.2.1.

³Vgl. Beispiel 6 und 6 in Kapitel 2.2.4.

ben sind. Im Rahmen von Kapitel 3 werden verschiedene Ansätze vorgestellt, die zum Vergleich von Informationssystemen auf Basis ihres Informationsgehalts jeweils für eine Menge von Entscheidungsproblemen herangezogen werden können. In Kapitel 3.1 werden Unsicherheitsfunktionen vorgestellt, die ein Maß für den Informationsgehalt einer Wahrscheinlichkeitsverteilung über die relevante unsichere Größe darstellen. In Kapitel 3.2 wird detailliert der Ansatz von Blackwell zum Vergleich von Informationssystemen erläutert. Durch Kapitel 3.3 wird ein Überblick über weitere Ansätze zum Vergleich des Informationsgehalts von Informationssystemen gegeben. Vereinbarkeiten und konzeptionelle Verwandtschaften zwischen den in den Kapiteln 3.1, 3.2 und 3.3 vorgestellten Konzepten werden in Kapitel 3.4 erklärt.

3.1 Der Vergleich von Informationssystemen mit Hilfe von Unsicherheitsfunktionen

In ökonomischen Entscheidungen unter Unsicherheit kann eine Verbesserung des Informationsstandes für den Entscheider vorteilhaft sein und zu einer Erhöhung des Erwartungsnutzens führen. Sollen Informationssysteme auf Basis der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen untersucht werden, muss festgestellt werden, welche der Verteilungen für den Entscheider zu einer Verbesserung der Entscheidung im Sinne einer Erhöhung des Erwartungsnutzens führt.⁴ Mithilfe von Unsicherheitsfunktionen ist es möglich, ein Maß für die Unsicherheit, die mit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung über eine Zufallsvariable verbunden ist, zu ermitteln und so unterschiedliche Informationsstände miteinander zu vergleichen. Eine Verringerung des Wertes der Unsicherheitsfunktion ist dann gleichbedeutend mit einer Verbesserung des Informationsstandes. Werden beispielsweise eine Priori-Verteilung und eine bedingte Verteilung nach Erhalt eines Informationssignals mit Hilfe einer Unsicherheitsfunktion miteinander verglichen, so verringert sich der Wert der Unsicherheitsfunktion über die Wahrscheinlichkeitsverteilung, wenn das erhaltene Informationssignal zu einer Verringerung der Unsicherheit im Sinne der Unsicherheitsfunktion führt.⁵

Eine häufig verwendete Funktion zur Messung der Unsicherheit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung über eine Zufallsvariable, \tilde{s} , ist die Entropie-Funktion, die auf Basis der

⁴Vgl. Satz 2.2.2 in Kapitel 2.2.2.1.

⁵Vgl. z. B. DeGroot (1962): S. 404 ff.

Logarithmusfunktion und den Eintrittswahrscheinlichkeiten der einzelnen Realisierungen von \tilde{s} bestimmt wird.⁶ Die Verwendung der Logarithmusfunktion zur Bestimmung des Informationsgehalts eines Ereignisses oder einer Wahrscheinlichkeitsverteilung wurde von Hartley im Jahr 1928 bzw. Shannon im Jahr 1948 vorgeschlagen.⁷ Damit eine Funktion als Unsicherheitsfunktion bzw. Maß für den Informationsgehalt geeignet ist, muss diese bestimmte Eigenschaften aufweisen. Diese Anforderungen werden von der Logarithmusfunktion erfüllt.⁸ Wird eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Umweltzustände s_i , mit $i = 1, \dots, N$ betrachtet und ist $p(s_i)$ die Eintrittswahrscheinlichkeit von Zustand i , dann ist der Informationsgehalt der Realisierung s_i gegeben durch:⁹ ¹⁰

$$H(p(s_i)) = -\log_2(p(s_i)). \quad (3.1)$$

Die Einheit des Informationsgehalts eines Ereignisses, der in Gleichung (3.1) berechneten Größe ist Bits.¹¹ Mit Hilfe von Gleichung 3.1 kann beispielsweise der Informationsgehalt der Information, dass ein bestimmter Buchstabe in einem unbekanntem englischsprachigen Wort enthalten ist, ermittelt werden. Es wird vorausgesetzt, dass die Häufigkeiten, mit denen jeder einzelne Buchstabe des englischen Alphabets in allen Wörtern eines englischsprachigen Wörterbuchs vorhanden ist, bekannt sind. Wird die Information erhalten, dass der Buchstabe "z" im gesuchten Wort enthalten ist, ergibt dies für den Wert der Information gemäß Gleichung 3.1 bei einer relativen Häufigkeit "z" von in Höhe von 0,0007 den Wert $\log_2(0,0007) = 10,4804$. Wird dagegen die Information erhalten, dass der Buchstabe "a" mit einer relativen Häufigkeit in Höhe von 0,0575 enthalten ist, beträgt der Wert der Information gemäß (3.1) 4,1203. Die Information, dass ein bestimmter Buchstabe in einem unbekanntem Wort enthalten ist, der in einem beliebigen Wort mit einer geringeren Wahrscheinlichkeit vorhanden ist, weist einen höheren Informationsgehalt auf als die Information, dass ein Buchstabe enthalten ist, der in einem zufälligen Wort häufiger auftritt. Der Informationsgehalt eines Ereignisses hängt von seiner Eintrittswahrscheinlichkeit ab und ist eine in der Eintrittswahrscheinlichkeit fallende Funktion. Ist die Eintrittswahrscheinlichkeit des Ereignisses, welches

⁶Vgl. Aczél/Daróczy (1963): S. 95 ff., DeGroot (1962): S. 406 f., DeGroot (1970): S. 429 ff. und Lindley (1956): S. 987 ff.

⁷Vgl. Hartley (1928): S. 538 ff. und Shannon (1948): S. 379 ff.

⁸Vgl. Csiszár (2008): S. 263, Hartley (1928): S. 537 und Shannon (1948): S. 392 f.

⁹Vgl. Cover/Thomas (2006): S. 13 ff., MacKay (2003): S. 32 und Shannon (1948): S. 392 f.

¹⁰Der Logarithmus wird mit der Basis Zwei gebildet. Auch eine Verwendung des natürlichen Logarithmus oder einer anderen Basis ist möglich. (Vgl. z. B. Cover/Thomas (2006): S. 14.)

¹¹Vgl. Shannon (1948): S. 396.

beobachtet wurde eins, so ist der Informationsgehalt null. Der Informationsgehalt ist maximal für Eintrittswahrscheinlichkeiten von Ereignissen, die nahe null sind.^{12 13}

Auf Basis des Informationsgehalts eines einzelnen Ereignisses kann der Informationsgehalt einer ganzen Wahrscheinlichkeitsverteilung bestimmt werden.¹⁴

Definition 3.1.1. *Der durchschnittliche Informationsgehalt (Entropie), $H(p(\tilde{s}))$, der Realisationen s_i , mit $i = 1, \dots, N$ der unsicheren Größe \tilde{s} mit den entsprechenden Eintrittswahrscheinlichkeiten der einzelnen Realisationen, $p(s_i)$, ist gegeben durch.¹⁵*

$$H(p(\tilde{s})) = - \sum_{i=1}^N p(s_i) \log_2(p(s_i)).$$

Das in Definition 3.1.1 vorgestellte Maß für den Informationsgehalt ist unabhängig von Permutationen der Realisationen und ihrer Eintrittswahrscheinlichkeiten. Wird eine Gleichverteilung der Realisationen der Zufallsvariable unterstellt, ist $H(p(\tilde{s}))$ eine in der Anzahl der Realisationen steigende Funktion. Dies ergibt sich aus einer höheren Anzahl der möglichen Realisationen und damit einem höheren Grad der Unsicherheit bzw. im Umkehrschluss mit einer Erhöhung des Informationsgehalts einer einzelnen Realisation. Zudem führt jede Veränderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung, die dazu führt, dass die Verteilung mehr einer Gleichverteilung entspricht, zu einer Erhöhung der Unsicherheit und damit zu einem Anstieg von $H(p(\tilde{s}))$. Gilt beispielsweise für eine Zufallsvariable \tilde{s} mit N möglichen Ausprägungen $p(s_1) < p(s_2)$, so führt die Erhöhung $p(s_1)$ bzw. die Verringerung $p(s_2)$ jeweils um den gleichen Betrag bei unveränderten Werten der anderen Eintrittswahrscheinlichkeiten zu einer Erhöhung des Wertes der Entropie-Funktion der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Durch die beschriebene Veränderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung, werden die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Realisationen s_1 und s_2 angenähert, was die Unsicherheit, die durch die Verteilung impliziert wird, und damit auch den durchschnittlichen Informationsgehalt der Realisationen erhöht.¹⁶ Der Wert der Entropie-Funktion nimmt für jede mögliche Wahrscheinlichkeitsverteilung stets nicht-negative Werte an, da der Informationsgehalt

¹²Vgl. MacKay (2003): S. 32 f.

¹³Es wird unterstellt, dass $H(0) = 0$ gilt. (Vgl. Cover/Thomas (2006): S. 14.)

¹⁴Vgl. Shannon (1948): S. 392 f.

¹⁵Vgl. z. B. Aczél/Daróczy (1963): S. 95 ff., Kihlstrom (1974): S. 21 f., Lindley (1956): S. 988 f. oder Patni/Jain (1977): S. 24.

¹⁶Vgl. Shannon (1948): S. 392 f.

einer einzelnen Realisation und damit auch der durchschnittliche Informationsgehalt im ungünstigsten Fall null ist.^{17 18}

Wird ein statistisches Experiment durchgeführt, bei dem eine Realisation einer Zufallsvariablen beobachtet wird, ist der Wert der Entropie ein Maß für den Informationsgehalt, der im Rahmen des Experiments bei einer einmaligen Beobachtung aus dem Auftreten einer der Realisationen der Zufallsvariablen im Durchschnitt erhalten werden kann. Gleichzeitig ist der Wert der Funktion gemäß Definition 3.1.1 auch ein Maß für die Unsicherheit, die durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Zufallsvariable impliziert wird. Sind alle Realisationen der Zufallsvariable gleich wahrscheinlich, beträgt der Wert der Entropie-Funktion $H(p(\tilde{s})) = -\log_2(1/n)$ und der Informationsgehalt der gesamten Wahrscheinlichkeitsverteilung ist maximal. Dies liegt an der maximalen Unsicherheit, die durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Zufallsvariable im Rahmen des Experiments impliziert wird. Zudem ist der Informationsgehalt jeder einzelnen Realisation maximal, da vor Beobachtung der Realisation des Experiments die Unsicherheit maximal ist. Wird dagegen eine Wahrscheinlichkeitsverteilung betrachtet, die einer Realisation die Wahrscheinlichkeit eins zuordnet und allen anderen den Wert null, ist der Wert von $H(p(\tilde{s}))$ null, da die Verteilung keine Unsicherheit impliziert. Da in diesem Fall die Sicherheitssituation vorliegt, muss der Informationsgehalt der Realisation ebenfalls null sein. Das sichere Ereignis kann nicht zu Reduktion der Unsicherheit beitragen. Je höher die Unsicherheit bzgl. der Verteilung, desto höher ist der erwartete Informationsgehalt der Realisation s_i . Die Betrachtung der Funktion $H(p(\tilde{s}))$ als Unsicherheitsfunktion sowie als Funktion für den durchschnittlichen Informationsgehalt sind eng miteinander verbunden, da ein hohes Maß an Unsicherheit einen tendenziell hohen durchschnittlichen Informationsgehalt der Beobachtung der Realisation des Experiments bedeutet und die Beobachtung der Realisation zu einer höheren Verringerung der Unsicherheit beitragen kann.^{19 20}

Analog zu Definition 3.1.1 für den Informationsgehalt einer univariaten Verteilung

¹⁷Vgl. DeGroot (1962): S. 405 f.

¹⁸Es existieren weitere Arten von Funktionen, mit denen der Informationsgehalt, der durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung impliziert wird, gemessen werden kann. Ein Beispiel ist die Informationsfunktion von Rényi. (Vgl. Rényi (1961): S. 547-561.) Weitere Informations-Funktionen werden im Artikel von Csiszár vorgestellt. (Vgl. Csiszár (2008): S. 261-273.)

¹⁹Vgl. z. B. DeGroot (1970): S. 429 ff., Lawrence (1999): S. 62 f., MacKay (2003): S. 32 f. oder Shannon (1948): S. 392 ff.

²⁰Eine andere Funktion, die als Unsicherheitsfunktion verwendet wird, ist z. B. $1 - \text{Max}[p(s_1), \dots, p(s_N)]$, wobei durch $\text{Max}[\cdot]$ der Maximalwert der Eintrittswahrscheinlichkeiten der Realisationen der Zufallsvariable \tilde{s} gegeben ist. (Vgl. DeGroot (1970): S. 431.)

kann der Informationsgehalt bzw. die Unsicherheit einer bivariaten Verteilung über zwei Zufallsvariablen \tilde{s} und \tilde{y} bestimmt werden.

Definition 3.1.2. *Der durchschnittliche Informationsgehalt (Entropie), $H(p(\tilde{s}, \tilde{y}))$, der Realisationen s_i , mit $i = 1, \dots, N$ und y_m , mit $i = 1, \dots, M$, der unsicheren Größen \tilde{s} und \tilde{y} mit den entsprechenden Eintrittswahrscheinlichkeiten der einzelnen Realisationen $p(s_i, y_m)$ ist gegeben durch:*²¹

$$H(p(\tilde{s}, \tilde{y})) = - \sum_{m=1}^m \sum_{i=1}^N p(s_i, y_m) \log_2(p(s_i, y_m)).$$

Die Interpretation der Entropie-Funktion für bivariate Verteilungen ist analog zur Interpretation für eine univariate Wahrscheinlichkeitsverteilung.²² Es kann gezeigt werden, dass die folgende Relation zwischen den Entropie-Funktionen der marginalen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zufallsvariablen \tilde{s} und \tilde{y} und der Entropie-Funktion der entsprechenden gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung gilt:²³

$$H(p(\tilde{s}, \tilde{y})) \leq H(p(\tilde{s})) + H(p(\tilde{y})). \quad (3.2)$$

Gemäß Gleichung (3.2) ist die Entropie-Funktion eine subadditive Funktion. Sind die betrachteten Zufallsvariablen \tilde{s} und \tilde{y} stochastisch unabhängig, so dass $p(\tilde{s}, \tilde{y}) = p(\tilde{s}) \cdot p(\tilde{y})$ gilt, entspricht der Wert der Entropie-Funktion der gemeinsamen Verteilung von \tilde{s} und \tilde{y} der Summe der Entropie-Funktionen der entsprechenden marginalen Wahrscheinlichkeitsverteilungen, $p(\tilde{s})$ und $p(\tilde{y})$. Sind die Zufallsvariablen stochastisch abhängig, so impliziert die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung einen geringeren Grad der Unsicherheit und damit auch einen geringeren durchschnittlichen Informationsgehalt.²⁴

Mit Hilfe der Entropie-Funktion können Entscheidungssituationen mit unterschiedlichen Informationsständen miteinander verglichen werden, in dem für die jeweilige Informationssituation bzw. die zu der Situation zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen die Werte der Entropie-Funktion ermittelt werden. Auf Basis der ermittelten Werte erfolgt dann der Vergleich der durch die Verteilung implizierten Grade der Unsicherheit, die durch die Wahrscheinlichkeitsverteilungen gegeben sind. Im Vergleich zu

²¹Vgl. z. B. MacKay (2003): S. 33 oder Shannon (1948): S. 394 f.

²²Vgl. z. B. MacKay (2003): S. 33 oder Shannon (1948): S. 394 f.

²³Vgl. z. B. Csiszár (2008): 263, Lindley (1956): S. 992 f. und Shannon (1948): S. 394 f.

²⁴Vgl. MacKay (2003): S. 33 und Shannon (1948): S. 394 f.

Satz 2.2.2 in Kapitel 2.2.2.1 erfolgt bei Anwendung der Entropie-Funktion die Bewertung der unterschiedlichen Informationsstände lediglich auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilung und damit unabhängig vom betrachteten Entscheidungsproblem und den Risikopräferenzen des Entscheiders. Für die Anwendbarkeit dieser Methode zum Vergleich verschiedener Informationsstände ist dies vorteilhaft, da keine Anforderungen an die Eigenschaften des Entscheidungsproblems gestellt werden.²⁵

Die Werte der Entropie-Funktion können ebenfalls für die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Informationssystemen bestimmt werden.²⁶

Definition 3.1.3. *Der durchschnittliche Informationsgehalt (Entropie), $H(p(\tilde{s}|y = y_m))$, der Realisationen s_i , mit $i = 1, \dots, N$, der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilung nach Beobachtung der Realisation y_m , mit $i = 1, \dots, M$, mit den entsprechenden Eintrittswahrscheinlichkeiten der einzelnen Realisationen $p(s_i|y_m)$ ist gegeben durch.²⁷*

$$H(p(\tilde{s}|y = y_m)) = \sum_{i=1}^N p(s_i|y_m) \log_2 \left(\frac{1}{p(s_i|y_m)} \right) \quad (3.3)$$

Der durchschnittliche Informationsgehalt (Entropie) über die gesamten bedingten Verteilungen ist definiert als:²⁸

$$H(p(\tilde{s}|\tilde{y})) = \sum_{m=1}^M p(y_m) \sum_{i=1}^N p(x_i|y_m) \log_2 \left(\frac{1}{p(s_i|y_m)} \right) \quad (3.4)$$

Auf Basis der Definition der Entropie-Funktion für bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilungen kann der Informationsgehalt eines Informationssystems ermittelt werden und so verschiedene Informationsstände miteinander verglichen werden.

Satz 3.1.1. *Werden zwei Informationssysteme, I_1 und I_2 , mit den bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen, $p(\tilde{s}|\tilde{y})$ sowie $p(\tilde{s}|\tilde{y}')$, über den unsicheren Umweltzustand \tilde{s} und den jeweiligen Informationssignalen \tilde{y} sowie \tilde{y}' betrachtet und ist der Wert der Information von Informationssystem I_2 nicht größer als der Wert der Information von*

²⁵Vgl. Arrow (1972): S. 132 f., DeGroot (1962): S. 405 ff., Kihlstrom (1984): S. 21 f. und Lawrence (1999): S. 62 f.

²⁶Informationssysteme werden in diesem Kapitel gemäß Definition 2.2.1 in Kapitel 2.2.1 verwendet und sind durch ihre bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Zustände gegeben.

²⁷Vgl. z. B. Cover/Thomas (2006): S. 17.

²⁸Vgl. Lawrence (1999): S. 62.

Informationssystem I_1 , dann gilt:^{29 30}

$$H_1(p(\tilde{s}|\tilde{y})) \leq H_2(p(\tilde{s}|\tilde{y}')). \quad (3.5)$$

Ein Informationssystem wird als informativer für einen Entscheider betrachtet, wenn es einen geringeren Wert für die Entropie-Funktion aufweist als das zum Vergleich stehende Informationssystem. Damit wird durch die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen des informativeren Informationssystems ein geringerer Grad an Unsicherheit impliziert als für das weniger informative System. Die Nutzung des gemäß Satz 3.1.1 informativeren Informationssystems führt zu einer Verringerung der Unsicherheit in stärkerem Ausmaß als die Nutzung des weniger informativen Informationssystems.³¹ Aus einem höheren Wert der Entropie-Funktion für ein Informationssystem I_1 im Vergleich zum entsprechenden Wert für Informationssystem I_2 folgt im Umkehrschluss nicht zwingend, dass der Wert der Information von System I_2 größer ist als der von Informationssystem I_1 . Die Bedingung aus Satz 3.1.1 ist damit notwendig aber nicht hinreichend. Neben dem Vergleich von zwei Informationssystemen gemäß Satz 3.1.1 kann ebenfalls der Informationsgehalt zwischen den Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Priori- und der Posteriori-Verteilung verglichen werden. Hierzu wird der Wert der Entropie-Funktion gemäß Definition 3.1.1 berechnet und mit dem Wert für den Informationsgehalt der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen nach Erhalt von einem der Informationssignale verglichen. Der Erhalt der zusätzlichen Information im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung ist dann vorteilhaft, wenn durch die zusätzliche Information der durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung implizierte Grad der Unsicherheit bzw. der Informationsgehalt der Wahrscheinlichkeitsverteilung, gemessen durch die Entropie-Funktion, abnimmt bzw. zunimmt.³²

Die Entropie-Funktion ist eine spezielle Funktion, die die Eigenschaften einer Unsicherheitsfunktion erfüllt. Dabei ist insbesondere die Konkavität der Logarithmusfunktion die Voraussetzung für die Verwendung der Entropie-Funktion als Unsicherheitsfunktion. Es kann jedoch gezeigt werden, dass auch jede andere Funktion, die konkav in den Eintrittswahrscheinlichkeiten der Realisationen der Zufallsvariable ist, als Unsicherheitsfunktion verwendet werden kann. Damit gilt die Aussage von Satz 3.1.1 für

²⁹Vgl. z. B. DeGroot (1962): S. 405 f. oder Kihlstrom (1984): S. 22 f.

³⁰Die Werte der Entropie-Funktion, $H_1(p(\tilde{s}|\tilde{y}))$ und $H_2(p(\tilde{s}|\tilde{y}'))$, werden auf Basis der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Informationssysteme I_1 und I_2 gemäß Gleichung 3.4 bestimmt.

³¹Vgl. Kihlstrom (1984): S. 22 f. und Lawrence (1999): S. 203.

³²Vgl. z. B. DeGroot (1962): S. 405 f. oder Lawrence (1999): S. 62.

beliebige in den Eintrittswahrscheinlichkeiten konkave Funktionen.³³ Es kann gezeigt werden, dass der Wert eines Informationssystems I_1 immer dann größer ist als der Wert eines Informationssystems I_2 , wenn für alle Funktionen, die konkav in den bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten sind, der unbedingte Erwartungsnutzen der konkaven Funktion auf Basis der bedingten Wahrscheinlichkeiten von System I_1 geringer ist als der entsprechende Erwartungswert für System I_2 .³⁴ Zunächst folgt eine Definition der Konkavität einer Funktion L in den Eintrittswahrscheinlichkeiten eines Informationssystems.

Definition 3.1.4. *Eine Funktion $L(\cdot)$ ist konkav (konvex) in den Eintrittswahrscheinlichkeiten über die Umweltzustände \tilde{s} , wenn für zwei Verteilungen über \tilde{s} mit den Wahrscheinlichkeiten, $p(\tilde{s})$ sowie $q(\tilde{s})$ und α , mit $\alpha \in [0, 1]$ gilt.³⁵*

$$L(\alpha p(\tilde{s}) + (1 - \alpha) q(\tilde{s})) \geq (\leq) \alpha L(p(\tilde{s})) + (1 - \alpha) L(q(\tilde{s})). \quad (3.6)$$

In Definition 3.1.4 wird unterstellt, dass die Konvexkombination von zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen ebenfalls wieder eine Wahrscheinlichkeitsverteilung darstellt. Diese Annahme ist erfüllt, da sich die Eintrittswahrscheinlichkeiten der beiden Verteilungen jeweils zu dem Wert eins aufaddieren und die Summe der Gewichte ebenfalls eins ist. Jede Funktion, die die Eigenschaft der Konkavität gemäß Definition 3.1.4 aufweist, kann als Unsicherheitsfunktion verwendet werden.³⁶ Mithilfe der Unsicherheitsfunktionen kann ebenfalls der Vergleich des Informationsgehalts von zwei Informationssystemen verglichen werden.

Satz 3.1.2. *Werden zwei Informationssysteme, I_1 und I_2 , mit den bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen, $p(s_i|y_m)$ sowie $p(s_i|y_{m'})$, mit $i = 1, \dots, N$, $m = 1, \dots, M$ und $m' = 1, \dots, M'$, über den unsicheren Umweltzustand und den jeweiligen Informationssignalen betrachtet, dann ist der Wert von System I_2 nicht größer als der Wert von System I_1 , wenn für alle Funktionen $L: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, deren bedingter Erwartungswert, $E_{x|y=y_m}[L(p(x|y = y_m))]$, konkav in den bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Systeme ist, gilt.³⁷*

$$E_{y'} E_{x|y'=y_{m'}} [L(p(\tilde{s}|\tilde{y}'))] \geq E_y E_{x|y=y_m} [L(p(\tilde{s}|\tilde{y}))] \quad (3.7)$$

³³Vgl. DeGroot (1962): S. 406.

³⁴Vgl. z. B. Lawrence (1999): S. 203.

³⁵Vgl. DeGroot (1970): S. 430 f.

³⁶Vgl. DeGroot (1962): S. 406 f.

³⁷Vgl. DeGroot (1962): S. 405 f., Kihlstrom (1984): S. 22 f. oder Lawrence (1999): S. 203.

Die für eine Unsicherheitsfunktion geforderte Konkavität in den Wahrscheinlichkeiten der Verteilungen muss für den Vergleich von zwei Informationssystemen auf den bedingten Erwartungswert einer Funktion L der bedingten Wahrscheinlichkeiten der Informationssysteme, $E_{x|y=y_m}[L(p(x|y = y_m))]$, übertragen werden. Ist dieser Erwartungswert konkav in den bedingten Wahrscheinlichkeiten der Systeme, so ist auch der unbedingte Erwartungswert der Funktion L auf der linken bzw. rechten Seite der Gleichung (3.7) konkav. Der bedingte Erwartungswert entspricht dann der Unsicherheitsfunktion. Es folgt, dass der Erwartungswert der Unsicherheitsfunktion für das weniger informative System größer ist, da dieses die Unsicherheit weniger stark reduziert als das informativere System.³⁸ Ist der Wert der Information von Informationssystem I_1 größer als der Wert der Information von Informationssystem I_2 kehrt sich die Relation in Ungleichung 3.7 um, wenn der bedingte Erwartungswert der Funktion L eine in den bedingten Wahrscheinlichkeiten der Systeme konvexe Funktion ist.³⁹ Wie bereits in Kapitel 2.2.2.1 gezeigt, ist der unbedingte Erwartungsnutzen gemäß Definition 2.2.3 eine Funktion, die konvex in den bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Umweltzustände ist, so dass das Ergebnis aus Satz 3.1.2 verwendet werden kann, um die Auswirkung einer Ersetzung eines Informationssystems durch ein anderes System und die zugehörige Änderung des Informationsstandes auf den erwarteten Nutzen zu analysieren. Dabei kann die Auswirkung einer Änderung des Informationsstandes auf den Erwartungsnutzen unabhängig vom eigentlichen Entscheidungsproblem und den Risikopräferenzen des Entscheiders ausschließlich auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilungen untersucht werden.⁴⁰

3.2 Der Blackwell-Ansatz

In Kapitel 3.1 wurde mit dem durchschnittlichen Informationsgehalt eines Informationssystems⁴¹ auf Basis der Entropie-Funktion ein Ansatz vorgestellt, bei dem unterschiedliche Informationsstände auf Basis ihrer zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung über die betrachteten Zufallsvariablen verglichen werden. Der Vergleich des Informationsgehalts von Informationssystemen nach dem Ansatz von Blackwell erfolgt

³⁸Vgl. DeGroot (1970): S. 430 ff., Lawrence (1999): S. 62 f. und Lindley (1956): S. 989 ff.

³⁹Vgl. Kihlstrom (1984): S. 22 f.

⁴⁰Vgl. Kihlstrom (1984): S. 22 f. und Lawrence (1999): S. 203 f.

⁴¹Vgl. Definition 2.2.1 in Kapitel 2.2.1.

ebenfalls auf Basis der Wahrscheinlichkeiten der Informationssysteme.⁴² Liegt ein bestimmter stochastischer Zusammenhang zwischen den Wahrscheinlichkeiten beider Informationssysteme vor, kann abgeleitet werden, welches der beiden Systeme für einen Entscheider informativer ist. Das informativere Informationssystem führt dann zu einem höheren Erwartungsnutzen als das weniger informative Informationssystem.⁴³

44

Der Blackwell-Ansatz wird auf Basis des Vergleichs von zwei durchgeführten Experimenten hergeleitet. Dabei wird ein Entscheider betrachtet, der den Erwartungswert einer Zielfunktion maximiert durch entsprechende Wahl der Handlungsalternative.⁴⁵ Die Höhe des Wertes der Zielfunktion ist abhängig vom eintretenden Umweltzustand sowie der zuvor gewählten Handlungsalternative. Für den Entscheider besteht die Möglichkeit vor Festlegung der Handlungsalternative zwei Experimente zu beobachten. Die Ergebnisse der Experimente stehen jeweils in stochastischem Zusammenhang zum unsicheren Umweltzustand, so dass die Beobachtungen der Ergebnisse der Experimente Informationen über den unsicheren Umweltzustand enthalten. Auf Basis der beobachteten Realisationen der Experimente kann der Entscheider Rückschlüsse auf die Realisierung des unsicheren Umweltzustandes tätigen. Durch die Beobachtung der Ergebnisse der Experimente erhält der Entscheider Information über den unsicheren Umweltzustand. Nach der Beobachtung des Ergebnisses des Experiments leitet der Entscheider eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Realisierungen des Umweltzustandes ab. Die Bildung der Wahrscheinlichkeitsverteilung erfolgt für jede der möglichen Realisierungen des Ergebnisses. Zwei Experimente werden bezüglich ihres Informationsgehalts auf Basis der Genauigkeit, mit der der unsichere Umweltzustand prognostiziert werden kann, verglichen. Das informativere Experiment lässt eine Prognose des unsicheren Umweltzustandes mit einer höheren Güte zu als das weniger informative Experiment.⁴⁶

Die von Blackwell vorgestellte Methodik zum Vergleich des Informationsgehalts von Experimenten kann auf Informationssysteme übertragen werden. Der Erhalt eines In-

⁴²Vgl. Blackwell (1951): S. 93-102, Blackwell (1953): S. 265-272 und Blackwell/Girshik (1954): S. 324 ff.

⁴³Der Ansatz von Blackwell geht auf einen unveröffentlichten Aufsatz von Bohnenblust, Shapley und Sherman aus dem Jahr 1949 zurück. (Vgl. Bohnenblust et al. (1949) und Savage (1972): S. 148 f.)

⁴⁴Vgl. z. B. Blackwell/Girshik (1954): S. 328 ff., Kihlstrom (1984): S. 18 ff. und Marschak/Miyasawa (1968): S. 145 ff.

⁴⁵Im Artikel von Blackwell ist die Zielfunktion eine Verlustfunktion, deren Höhe vom eintretenden Umweltzustand und der gewählten Handlungsalternative abhängig ist. (Vgl. Blackwell (1951): S. 93 und Blackwell (1953): S. 265.)

⁴⁶Vgl. Blackwell (1951): S. 93 ff., Blackwell (1953): S. 265 ff. und LeCam (1996): S. 127 ff.

formationssignals y_m , mit $m = 1, \dots, M$ entspricht der Beobachtung des Ergebnisses eines Experiments, das Informationen über den unsicheren Umweltzustand übermittelt s_i , mit $i = 1, \dots, N$. Ein Informationssystem, das potentiell M Signale übermitteln kann, entspricht der M -maligen Durchführung eines Experiments. Analog zur Durchführung eines Experiments, bildet der Entscheider bei Nutzung eines Informationssystems nach Erhalt von jedem der potentiellen Informationssignale eine bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Umweltzustände.⁴⁷ Gemäß Satz 2.2.2 in Kapitel 2.2.2.1 ist der Wert eines Informationssystems I_1 für einen Entscheider größer als der Wert eines zweiten Informationssystems I_2 , wenn die Entscheidung auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilungen von System I_1 zu einem höheren maximalen Erwartungsnutzen führt als die Entscheidung auf Basis der Wahrscheinlichkeiten von Informationssystem I_2 .⁴⁸

Zwei Informationssysteme I_1 und I_2 , die durch die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen über die Umweltzustände für jedes der möglichen Informationssignale gegeben sind, können bzgl. ihres Informationsgehalts verglichen werden, wenn eines der beiden Informationssysteme durch einen Prozess der Informations-Zerstreuung aus dem anderen Informationssystem erhalten wird. Bei diesem Prozess erfolgt eine Verringerung des Informationsgehalts des ursprünglichen Informationssystems, so dass das neu erhaltene Informationssystem einen geringeren Informationsgehalt aufweist als das ursprüngliche Informationssystem. Nach dem Blackwell-Ansatz können ausschließlich Rangordnungen über den Informationsgehalt von Informationssystemen erstellt werden, zwischen denen der beschriebene Zusammenhang besteht, so dass die Vergleichbarkeit von Informationssystemen nur für eine Teilmenge aller Informationssysteme möglich ist. Der Ansatz von Blackwell zum Vergleich von Informationssystemen stellt daher keine vollständige Ordnung dar.^{49 50}

⁴⁷Vgl. Blackwell (1951): S. 93 ff., Blackwell (1953): S. 265 ff. sowie Definition 2.2.1 in Kapitel 2.2.1.

⁴⁸Vgl. z. B. Kihlstrom (1984): S. 17, Laffont (1989): S. 58 f. oder Marschak (1971): S. 200.

⁴⁹Vgl. z. B. Blackwell/Girshik (1954): S. 328 f., Gollier (2001): S. 364 ff. oder McGuire (1972): S. 106 ff.

⁵⁰Die betrachteten Informationssysteme sind jeweils auf Basis ihrer Posteriori-Wahrscheinlichkeiten, $p(s|y)$ bzw. $p(s|y')$ gegeben.

Definition 3.2.1. *Werden zwei Informationssysteme, I_1 und I_2 , die die Informationssignale y_m und $y'_{m'}$, mit $m = 1, \dots, M$ bzw. $m' = 1, \dots, M'$, übermitteln bzgl. ihres Informationsgehalts verglichen, dann ist System I_1 nicht weniger informativ als System I_2 , abgekürzt durch $I_1 \succeq_{\text{Black}} I_2$, wenn eine $M \times M'$ Matrix B existiert, so dass:⁵¹*

$$I_2 = I_1 \cdot B \quad (3.8)$$

gilt. Zudem müssen folgende Bedingungen für Matrix B sowie die Informationssysteme, I_1 und I_2 , erfüllt sein:

$$\begin{aligned} (i) \quad & b_{mm'} \geq 0, \\ (ii) \quad & \sum_{m=1}^M b_{mm'} = 1, \\ (iii) \quad & \sum_{m'=1}^{M'} b_{mm'} p(y'_{m'}) = p(y_m). \end{aligned}$$

Gemäß den Bedingungen (i) und (ii) von Definition 3.2.1 an die Transformationsmatrix B sind deren Elemente nicht-negativ und addieren sich für ein gegebenes Signal $y'_{m'}$ zu eins auf. Aus Bedingung (ii) folgt daher, dass die Matrix spaltenstochastisch ist. Dies bedeutet, dass bei Übermittlung des Signals $y'_{m'}$ von Informationssystem $I_{2,p(s|y')}$ die kumulierte Wahrscheinlichkeit, dass Informationssystem I_1 eines der Signale y_m , mit $m = 1, \dots, M$ übermitteln hat, eins beträgt.⁵² Bedingung (iii) entspricht der Forderung, dass die Matrix der bedingten Wahrscheinlichkeiten des Informationssystems I_1 linear unabhängig sind. Das Ordnungskriterium von Blackwell kann nur dann angewendet werden, wenn die Spaltenvektoren der betrachteten Informationssysteme linear unabhängig sind. Bestehen lineare Abhängigkeiten, so ist die Rangordnung nach Blackwell nicht mehr eindeutig. Den Matrizen der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten kann nicht mehr eindeutig eine gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung für das Informationssystem zugeordnet werden, da es mehrere Lösungen gibt.⁵³

Die Matrix B spiegelt mathematisch den Transformationsprozess wider, der zu einer Verringerung des Informationsgehalts des Informationssystems, ausgehend von Informationssystem I_1 , führt. Die Multiplikation von Informationssystem I_1 mit Matrix B

⁵¹Vgl. z. B. Blackwell (1953): S. 266, Marschak/Miyasawa (1968): S. 156 ff., Lawrence (1999): S. 201 f. oder McGuire (1972): S. 105 ff.

⁵²Vgl. Gollier (2001): S. 367 f. oder Lawrence (1999): S. 199 ff.

⁵³Vgl. Gollier (2001): S. 370, Lawrence (1999): S. 201 f. und Marschak/Miyasawa (1968): S. 155 ff.

kann als eine Transformation des Informationssignals des ursprünglichen Informationssystems y_m in ein neues Signal $y_{m'}$ interpretiert werden. Die Elemente von Matrix B entsprechen den bedingten Wahrscheinlichkeiten, $p(y_m|y_{m'})$, mit $m = 1, \dots, M$ bzw. $m' = 1, \dots, M'$, und geben die Wahrscheinlichkeit an, mit der Informationssystem $I_{1,p(s|y)}$ das Signal y_m übermittelt, wenn Informationssystem I_2 das Signal $y_{m'}$ übermittelt hat. Durch den Transformationsprozess wird das Informationssignal des informativeren Systems in ein Informationssignal des weniger informativen Systems gewandelt.⁵⁴ Gemäß Gleichung (3.8) wird dann die bedingte Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von Zustand s_1 , wenn zuvor das Signal $y_{m'}$ erhalten wurde, als gewichtetes Mittel der bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten von Zustand s_1 von Informationssystem I_1 ermittelt. Die Gewichte der Durchschnittsbildung entsprechen den Elementen der ersten Spalte von Matrix B . Damit ist jede Posteriori-Wahrscheinlichkeit von System I_2 ein Durchschnitt bzw. eine Konvexkombination der entsprechenden bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten des informativeren System I_1 . Der Informationsgehalt eines einzelnen Signals, das von dem weniger informativen System übermittelt wird, kann daher als durchschnittlicher Informationsgehalt aller Signale des informativeren Informationssystems aufgefasst werden.⁵⁵ Es wird unterstellt, dass die Anzahl der Signale von beiden Systemen gleich ist, so dass $M = M'$ gilt. Die einzelnen Spalten der Matrizen enthalten die auf ein Signal bedingten Wahrscheinlichkeiten, so dass ein System aus N Spaltenvektoren besteht. Die Spaltenvektoren eines Informationssystems erzeugen eine konvexe Hülle⁵⁶. Durch den Prozess der Informationsreduzierung durch Multiplikation des informativeren Systems mit der Transformations-Matrix erfolgt eine Veränderung der konvexen Hülle, so dass die bedingten Wahrscheinlichkeiten des weniger informativen Systems I_2 immer in der konvexen Hülle der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen des informativeren Systems I_1 liegen. Die konvexe Hülle von der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten von System I_2 stellt eine Kontraktion der konvexen Hülle der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten des informativeren Systems I_1 dar.⁵⁷ Der Zusammenhang kann verdeutlicht werden, wenn die Umwelt zwei Zustände annehmen kann und zwei Informationssysteme verglichen werden, die jeweils zwei Signale über-

⁵⁴Vgl. z. B. Kihlstrom (1984): S. 22, Marschak/Miyasawa (1968): S. 149 oder McGuire (1972): S. 105.

⁵⁵Vgl. Gollier (2001): S. 367 ff.

⁵⁶Die konvexe Hülle von X , $\text{Konv}(X)$, ist durch die Konvexkombination der Elemente x_r , mit $r = 1, \dots, R$ gegeben, so dass gilt: $\text{Konv}(X) = \left(\sum_{r=1}^R x_r \alpha_r \mid r = 1, \dots, R, \sum_{r=1}^R \alpha_r = 1, \alpha_r \geq 0 \right)$. (Vgl. z. B. Burkard/Zimmermann (2012): S. 243 f., Mirsky (1961): S. 161 und Sydsæter et al. (2005): S. 89 f.)

⁵⁷Vgl. Goel/Ginebra (2003): S. 534, Jones/Ostroy (1984): S. 15 ff., Marschak/Miyasawa (1968): S. 155 f. und McGuire (1972): S. 106 ff.

mitteln können. Auf einer Achse für die bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten von Zustand s_1 können zwischen den Werten Null und Eins Punkte eingezeichnet werden, die die jeweilige bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung der Informationssysteme wiedergeben. Ein Punkt an der Stelle 0,2 für Signal y_1 spiegelt z. B. die beiden bedingten Wahrscheinlichkeiten $p(s_1|y_1) = 0,2$ und $p(s_2|y_1) = 1 - p(s_1|y_1) = 0,8$ wider. Wird angenommen, dass $I_1 \succeq_{Black} I_2$ gilt, so bedeutet der beschriebene Zusammenhang der Kontraktion, dass die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen des weniger informativen Systems von den Verteilungen des informativeren System umschlossen werden, so dass gilt.⁵⁸

$$p(s_1|y_1) < p(s_1|y'_1) \text{ und } p(s_1|y_2) > p(s_1|y'_2) \text{ oder} \quad (3.9)$$

$$p(s_1|y_1) > p(s_1|y'_1) \text{ und } p(s_1|y_2) < p(s_1|y'_2). \quad (3.10)$$

Der Zusammenhang zwischen zwei Informationssystemen gemäß Definition 3.2.1 wurde auf Basis von statistischer Suffizienz der Wahrscheinlichkeitsverteilungen des einen Experiments in Bezug auf die Wahrscheinlichkeitsverteilungen des zweiten Informationssystems hergeleitet.⁵⁹

Definition 3.2.2. *Ein Informationssystem I_1 ist suffizient für ein anderes Informationssystem I_2 ($I_1 \supseteq I_2$), wenn eine Matrix B mit der Markov-Eigenschaft, d. h. die Elemente sind nicht-negativ und addieren sich spaltenweise zu eins auf, existiert, so dass gilt:*⁶⁰

$$I_2 = I_1 \cdot B. \quad (3.11)$$

Bezogen auf ein ökonomisches Entscheidungsproblem impliziert die Suffizienz, dass die Informationssignale des weniger informativen Informationssystems, I_2 , keine zusätzlichen Informationen im Vergleich zu den Signalen des informativeren Systems, I_1 , enthalten. Da die Elemente der Übergangsmatrix B unabhängig vom betrachteten unsicheren Umweltzustand sind, ist sämtliche Information über den unsicheren Umweltzustand \tilde{s} , die in Informationssystem I_2 enthalten ist, mindestens auch in Informationssystem I_1 enthalten. Ist ein Informationssystem, I_1 , informativer gemäß Definition

⁵⁸Vgl. Savage (1972): S. 111 ff., Lawrence (1999): S. 214 ff. oder Marschak/Miyasawa (1968): S. 155 ff.

⁵⁹Vgl. Blackwell/Girshik (1954): S. 328.

⁶⁰Vgl. Blackwell/Girshik (1954): S. 210, DeGroot (1970): S. 156 und und Savage (1972): S. 130 ff.

3.2.1 als ein anderes System I_2 , dann gilt auch $I_1 \supseteq I_2$.⁶¹ Die Aussagen der Definitionen 3.2.1 und 3.2.1 sind folglich äquivalent.⁶²

Gemäß Satz 2.2.2 aus Kapitel 2.2.2.1 ist ein Informationssystem dann informativer als ein anderes Informationssystem, wenn der Erwartungsnutzen für das betrachtete Entscheidungsproblem auf Basis des informativeren Informationssystems größer ist als auf Basis des weniger informativen Informationssystems. Für das Suffizienz-Kriterium von Blackwell kann gezeigt werden, dass für eine Menge von Entscheidungsproblemen, die bestimmte Eigenschaften erfüllen, der erwartete maximale Nutzen auf Basis des informativeren Informationssystems für jeden risikoaversen Entscheider höher ist als auf Basis des weniger informativen Informationssystems.⁶³

Satz 3.2.1. *Ist ein Informationssystem I_1 informativer als ein anderes Informationssystem I_2 , so dass $I_1 \succeq_{\text{Black}} I_2$, dann gilt für jede Funktion $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, die konvex in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten der Informationssysteme ist.*⁶⁴

$$\sum_{m=1}^M p(y_m) F(p(s_i|y_m)) \geq \sum_{m=1}^{M'} p(y'_{m'}) F(p(s_i|y'_{m'})), \quad (3.12)$$

$$\text{bzw.} \quad E_y [F(p(\tilde{s}|\tilde{y}))] \geq E_{y'} [F(p(\tilde{s}|\tilde{y}'))]. \quad (3.13)$$

Die Aussage von Satz 3.2.1 lässt es sich erweitern auf Funktionen, die konkav in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten sind. Das Ungleichzeichen in den Gleichungen (3.12) und (3.13) ist dann umgedreht.⁶⁵ ⁶⁶ Aufgrund der Aussage von Satz 3.2.1 ist es möglich, den Informationsgehalt von zwei Informationssystemen durch Verwendung einer beliebigen konvexen Funktion zu vergleichen. Für das informativere Informationssystem ist der Erwartungswert der Funktion F der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten größer als der entsprechende Erwartungswert für das weniger informative System. Die Übertragung der Anwendung der Definition eines höheren Informationsgehalts gemäß

⁶¹Vgl. z. B. Blackwell/Girshik (1954): S. 328, und LeCam (1964): S. 1419 ff.

⁶²Vgl. Blackwell/Girshik (1954): S. 32, Goel/Ginebra (2003): S. 517 f und McGuire (1972): S. 105.

⁶³Vgl. Kihlstrom (1984): S. 18 ff., Marschak (1971): S. 200 f. und Marschak/Miyasawa (1968): S. 148 ff.

⁶⁴Vgl. z. B. Blackwell/Girshik (1954): S. 328, McGuire (1972): S. 104 ff., Kemperman (1975): S. 113 ff. und Savage (1972): S. 148 ff.

⁶⁵Vgl. Kihlstrom (1984): S. 22.

⁶⁶Die unterstellte konkave Funktion kann als Unsicherheitsfunktion im Sinne einer Unsicherheitsfunktion interpretiert werden und steht damit in einem engen Zusammenhang zu der Entropie-Funktion. (Vgl. z. B. DeGroot (1962): S. 404 ff oder Kihlstrom (1984): S. 21 f.)

Definition 3.2.1 bzw. gemäß des Suffizienz-Kriteriums auf ein ökonomisches Entscheidungsproblem, wie es in Kapitel 2.1.2 bzw. in Gleichung (2.2) in demselben Kapitel vorgestellt wurde, geht auf einen unveröffentlichten Artikel bzw. Vortrag aus dem Jahr 1949 hervor.⁶⁷

Für die weiteren Erläuterungen wird ein Entscheider bzw. ein ökonomisches Entscheidungsproblem betrachtet, bei dem der Entscheider den Erwartungsnutzen gemäß Gleichung (2.2)⁶⁸ durch geeignete Wahl einer Handlungsalternative maximiert. Das betrachtete Entscheidungsproblem wird um den Aspekt der möglichen Nutzung verschiedener Informationssysteme erweitert, so dass der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilungen des Informationssystems durch geeignete Wahl einer Handlungsalternative für jedes mögliche Signal maximiert wird. Dabei wird unterstellt, dass die Änderung des Informationsstandes zu keiner Änderung der möglichen Handlungsalternativen führt.⁶⁹ Für das beschriebene Entscheidungsproblem und einen erwartungsnutzenmaximierenden Entscheider, dessen Präferenzen sich durch Risikoaversion auszeichnen, kann gezeigt werden, dass der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis des informativeren Informationssystems nicht geringer ist als der entsprechende maximale Erwartungsnutzen auf Basis des weniger informativen Informationssystems. Die Aussage folgt aus dem Nachweis, dass der maximale unbedingte Erwartungsnutzen des beschriebenen Entscheidungsproblems eine Funktion darstellt, die konvex in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten ist.⁷⁰ Unter Verwendung der Definition des unbedingten maximalen Erwartungsnutzens für das betrachtete Entscheidungsproblem kann der folgende Satz abgeleitet werden.⁷¹

Satz 3.2.2. *Ist ein Informationssystem I_1 informativer als ein anderes Informationssystem I_2 ($I_1 \succeq_{Black} I_2$), dann gilt für die maximalen unbedingten Erwartungsnutzen gemäß Definition 2.2.3 beider Informationssysteme die folgende Ungleichung:^{72 73}*

$$\sum_{m=1}^M p(y_m) V_{I_1}^*(a^*(y_m)) \geq \sum_{m'=1}^{M'} p(y'_{m'}) V_{I_2}^*(a^*(y'_{m'})). \quad (3.14)$$

⁶⁷Vgl. z. B. Bohnenblust et al. (1949): S. 6 ff. oder Savage (1972): S. 148.

⁶⁸Vgl. Gleichung 2.2 in Kapitel 2.1.2.

⁶⁹Vgl. Definition 2.2.3 in Kapitel 2.2.2.1.

⁷⁰Der Nachweis der Konvexität des Entscheidungsproblems wurde in Kapitel 2.2.2.1 erbracht. (Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 359 ff., Lawrence (1999): S. 192 ff. oder Marschak (1971): S. 200.)

⁷¹Vgl. Definition 2.2.3 in Kapitel 2.2.2.1.

⁷²Vgl. 2.2.3 in Kapitel 2.2.2.1.

⁷³Vgl. Bohnenblust et al. (1949): S. 6 ff., Crémer (1982): S. 440 ff., Kihlstrom (1984): S. 18 ff. und Marschak/Miyasawa (1968): S. 164 ff.

Hat ein Entscheider die Möglichkeit ein Informationssystem zu nutzen, wird gemäß Definition 2.2.3 in Kapitel 2.2.2.1 zunächst der bedingte Erwartungsnutzen für den Erhalt von jedem der möglichen Informationssignale maximiert. Wie in Kapitel 2.2.2.1 nachgewiesen, ist dieser maximale bedingte Erwartungsnutzen eine in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten des Informationssystems konvexe Funktion, wenn die Präferenzen des Entscheiders Risikoaversion widerspiegeln. Wird ausgenutzt, dass der bedingte Erwartungsnutzen konvex in den bedingten Wahrscheinlichkeiten ist, kann gezeigt werden, dass der maximale unbedingte Erwartungsnutzen des informativeren Informationssystems größer ist als der des weniger informativen Systems, wenn der Zusammenhang gemäß Gleichung 3.8 aus Definition 3.2.1 zwischen den Informationssystemen besteht.⁷⁴ Auf Basis von Definition 2.2.3 aus Kapitel 2.2.2.1 können für die unbedingten Erwartungsnutzen der Informationssysteme I_1 und I_2 , mit $I_1 \succeq_{Black} I_2$, die folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen unter Verwendung von Bedingung (iii) von Definition 3.2.1 aufgestellt werden.⁷⁵

$$V_{I_2}^* = \sum_{m=1}^{M'} p(y'_{m'}) \max_{a_j} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_j)) p(s_i|y'_{m'}), \quad (3.15)$$

$$= \sum_{m=1}^{M'} p(y'_{m'}) \max_{a_j} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_j)) \sum_{M=1}^M p(s_i|y_m) b_{mm'}, \quad (3.16)$$

$$\leq \sum_{M=1}^M \sum_{m=1}^{M'} p(y'_{m'}) b_{mm'} \max_{a_j} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_j)) p(s_i|y_m), \quad (3.17)$$

$$= \sum_{M=1}^M p(y_m) \max_{a_j} \sum_{i=1}^N U(e(s_i, a_j)) p(s_i|y_m), \quad (3.18)$$

$$= V_{I_1}^*. \quad (3.19)$$

In Gleichung (3.17) wird zunächst der Zusammenhang zwischen den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten der beiden Informationssysteme verwendet. Da System I_1 informativer ist als System I_2 , gilt der Zusammenhang $p(s_i|y'_{m'}) = \sum_{M=1}^M p(s_i|y_m) b_{mm'}$, gemäß Definition 3.2.1. Die Ungleichung zwischen den Gleichungen (3.17) und (3.19) kann auf Basis der Konvexität des bedingten maximalen Erwartungsnutzens in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten aufgestellt werden. Da bekannt ist, dass der maximale bedingte

⁷⁴Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 369 ff., Lawrence (1999): S. 200 ff. oder Marschak/Miyasawa (1968): S. 149 ff.

⁷⁵Vgl. Gleichung 2.26 in Kapitel 2.2.2.1.

Erwartungsnutzen konvex ist, kann die Jensensche-Ungleichung⁷⁶ angewendet werden und es folgt die entsprechende Ungleichung. Durch eine Umstellung der Summe aus (3.17) kann der Faktor $\sum_{m=1}^{M'} p(y'_{m'}) b_{mm'}$ isoliert werden und gemäß Bedingung (iii) aus Definition 3.2.1 durch $p(y_m)$ ersetzt werden. Der Term in (3.19) entspricht dem unbedingten Erwartungsnutzen auf Basis des informativeren Informationssystems I_1 , so dass $V_{I_1}^* \geq V_{I_2}^*$ gilt. Damit folgt aus einem höheren Informationsgehalt von System I_1 im Vergleich zu I_2 , dass der maximale unbedingte Erwartungsnutzen für das informativere Informationssystem nicht geringer ist als der des weniger informativen Systems.⁷⁷

78

Mit Hilfe von Satz 3.2.2 ist es vereinfacht möglich, die Auswirkung eines geänderten Informationsstandes zu untersuchen. Dabei erfolgt der Vergleich des Informationsgehalts von Informationssystemen auf Basis der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten der Informationssysteme unabhängig vom eigentlichen Entscheidungsproblem. Eine Anwendungsvoraussetzung ist die Konvexität des Erwartungswertes der Zielfunktion in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten. Für die Anwendung des Blackwell-Kriteriums muss im Rahmen von Entscheidungsmodellen lediglich überprüft werden, ob die Größe, auf die die Auswirkung einer Verbesserung des Informationsstandes untersucht werden soll, konvex in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten ist. Auch wenn nicht beliebige Informationssysteme auf Basis des Blackwell-Ansatzes vergleichbar sind, ist der Ansatz für Entscheidungsmodelle einfach anwendbar und dementsprechend in der Literatur zu ökonomischen Entscheidungsmodellen verbreitet.⁷⁹

Der Ansatz von Blackwell ist auch dann anwendbar, wenn die Informationssysteme durch die Likelihood-Wahrscheinlichkeiten, $p(y|s)$ gegeben sind.⁸⁰ Ist das Informationssystem durch die Likelihood-Wahrscheinlichkeiten $p(\tilde{y}|s = s_i)$, mit $i = 1, \dots, N$ gegeben, erfolgt der Vergleich der Informationssysteme analog zu Satz 3.2.1. Ein Informationssystem $I_{1,p(y|s)}$ mit den Signalen y ist dann informativer als ein System $I_{2,p(y'|s)}$ mit den

⁷⁶Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 181.

⁷⁷Vgl. Gollier (2001): S. 370, Lawrence (1999): S. 201 f. und Marschak/Miyasawa (1968): S. 155 ff.

⁷⁸Weitere Beweise für Satz 3.2.2 finden sich in den folgenden Artikeln: Bielinska-Kwapisz (2003): S. 21 ff, Bielinska-Kwapisz (2009): S. 142 ff, Leshno/Spector (1992): S. 95 ff. und Ponsard (1975): S. 452 ff.

⁷⁹Vgl. z. B. Broll/Eckwert (2006a): S. 123-133, Drees/Eckwert (2003): S. 453-463, Eckwert/Zilcha (2004): S. 561-581 oder Sulganik/Zilcha (1996): S. 227-240.

⁸⁰Zur Verdeutlichung der folgenden Aussage wird im Index eines Informationssystems kenntlich gemacht, ob das System durch die Posteriori- oder durch die Likelihood-Wahrscheinlichkeiten gegeben ist. Die Informationssysteme werden folglich mit $I_{p(s|y)}$ oder mit $I_{p(y|s)}$ bezeichnet, sofern die Unterscheidung notwendig ist.

Signalen y' , wenn eine zeilenstochastische Matrix C , mit $c_{mm'} \geq 0$ und $\sum_{m=1}^{M'} c_{mm'} = 1$ existiert, so dass $I_{2,p(y'|s)} = I_{1,p(y|s)} \cdot C$ gilt. Besteht zwischen den beiden Informationssystemen der genannte Zusammenhang, kann Satz 3.2.2 analog zu Informationssystemen, die durch die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen gegeben sind, angewendet werden.⁸¹ Die Transformations-Matrizen B und C für die Vergleiche auf Basis der Posteriori- bzw. der Likelihood-Wahrscheinlichkeiten unterscheiden sich auch dann wenn die Likelihood- und die Posteriori-Wahrscheinlichkeiten auf Basis der jeweils gleichen gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung bestimmt werden. Dennoch führen die Vergleiche bzgl. des Informationsgehalts auf Basis der Likelihood- und der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten zum gleichen Ergebnis.⁸²

Satz 3.2.3. *Werden für zwei Informationssysteme auf Basis der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung von Zuständen und Signalen jeweils die Likelihood- und die Posteriori-Wahrscheinlichkeiten bestimmt und gilt $I_{1,p(s|y)} \succeq_{\text{Black}} I_{2,p(s|y')}$, dann existieren Matrizen B und C , mit $b_{mm'}, c_{mm'} \geq 0$ sowie $\sum_{m=1}^M b_{mm'} = 1$ und $\sum_{m=1}^{M'} c_{mm'} = 1$, so dass die Gleichungen (i) und (ii) gelten.⁸³*

$$(i) \quad I_{2,p(s|y')} = I_{1,p(s|y)} \cdot B,$$

$$(ii) \quad I_{2,p(y'|s)} = I_{1,p(y|s)} \cdot C.$$

3.3 Alternative Ansätze zur Erstellung einer Rangordnung über den Informationsgehalt von Informationssystemen

Neben dem in Abschnitt 3.2 vorgestellten Ansatz von Blackwell existieren weitere Ansätze, mit denen der Informationsgehalt von Informationssystemen untersucht werden kann. Auch bei diesen Ansätzen wird der Informationsgehalt wie bei Anwendung des Blackwell-Ansatzes auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilungen untersucht, so dass die Rangfolge über Informationssysteme auf Basis der vorgestellten Kriterien unabhängig von einem konkreten Entscheidungsproblem gilt.

⁸¹Vgl. z. B. Blackwell/Girshik (1954): S. 328 f., Lawrence (1999): S. 199 ff. oder Marschak/Miyasawa (1968): S. 150.

⁸²Vgl. Marschak/Miyasawa (1968): S. 154 ff.

⁸³Vgl. Marschak/Miyasawa (1968): S. 154.

Ein inhaltlich mit dem Ansatz von Blackwell verwandter Ansatz ist das Konzept der Majorisierung. Mit Hilfe der Majorisierung können Zahlenfolgen auf Basis der Eigenschaften ihrer kumulierten Werte miteinander verglichen werden. Der Ansatz der Majorisierung geht zurück auf eine Arbeit von Muirhead und Karamata aus dem Jahr 1903 bzw. 1929 und wurde dann von Hardy, Littlewood und Polya im Jahr 1929 verallgemeinert.⁸⁴

Definition 3.3.1. Für reelle Zahlen w_i und v_j , mit $i, j = 1, \dots, N$ sowie $w_i \geq w_{i+1}$ und $v_j \geq v_{j+1}$, mit $i, j = 1, \dots, N - 1$, majorisiert die Sequenz von Zahlen W die Sequenz von Zahlen V ($W \succ_{maj} V$), wenn die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind.^{85 86}

$$(i) \quad \sum_{i=1}^k w_i \geq \sum_{j=1}^k v_j, \text{ mit } k = 1, \dots, N - 1,$$

$$(ii) \quad \sum_{i=1}^N w_i = \sum_{j=1}^N v_j.$$

Die auf Basis der Majorisierung ermittelte Rangordnung ist unabhängig von der ursprünglichen Reihenfolge der Elemente der betrachteten Zahlensequenzen, da für die Anwendung von Definition 3.3.1 die Elemente in absteigender Reihenfolge geordnet werden. Die ermittelte Rangfolge über Zahlensequenzen ist dementsprechend auch unabhängig von Permutationen der einzelnen Elemente der Sequenzen. Zudem kann das Konzept der Majorisierung nicht für zwei beliebige Sequenzen von Zahlen angewendet werden, da die Bedingungen (i) und (ii) aus Definition 3.3.1 erfüllt sein müssen. Es existieren folglich Beispiele für Sequenzen, die auf Basis der Majorisierung nicht miteinander verglichen werden können.⁸⁷ Auf Basis der geordneten Sequenzen erfolgt die Untersuchung hinsichtlich der Majorisierung. W majorisiert V , wenn alle Summen der Elemente bis zum i -ten Element der Sequenz W größer oder gleich dem Wert der entsprechenden Summe bis zum j -ten Element, mit $i = j$, der Sequenz V sind und zusätzlich die Werte der Summen aller N Elemente beider Sequenzen den gleichen Wert aufweisen. Damit ist die Rangordnung auch unabhängig von Permutationen der

⁸⁴Vgl. Hardy et al. (1929): S. 149 ff., Hardy et al. (1964): S. 44 ff., Karamata (1932): S. 148 und Muirhead (1903): S. 144-157.

⁸⁵Vgl. Hardy et al. (1964): S. 44 ff., Marshall/Olkin (1979): S. 6 ff. und Mirsky (1961): S. 160.

⁸⁶Die vollständigen Sequenzen der Zahlen werden mit den entsprechenden Großbuchstaben W und V bezeichnet und das i -te Element der Sequenz W bzw. V mit w_i bzw. v_j .

⁸⁷Vgl. Marshall/Olkin (1979): S. 12 f.

Elemente der betrachteten Sequenzen. Für eine beliebige Sequenz von reellen Zahlen $W = (w_1, \dots, w_N)$, mit $w_i \geq 0$ und $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ gilt auf Basis der Majorisierung der folgende allgemeine Zusammenhang:⁸⁸

$$(1, 0, \dots, 0) \succ_{maj} (w_1, \dots, w_N) \succ_{maj} \left(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}\right) \quad (3.20)$$

Die Rangordnung, die auf Basis der Definition der Majorisierung über Sequenzen von Zahlen gebildet wird, ergibt sich auf Basis der Streuung ihrer einzelnen Elemente. Majorisiert eine Sequenz W eine andere Sequenz V , so sind die Werte der einzelnen Elemente der majorisierten Sequenzen unterschiedlicher, ungleicher oder weiter gestreut als die Werte der Elemente der majorisierenden Sequenz.⁸⁹ Auf Basis dieser Interpretation der unterschiedlichen Eigenschaften von majorisierter und majorisierender Sequenz können Zusammenhänge zu anderen Konzepten zur Messung der Ungleichheit von Zahlensequenzen hergestellt werden, wie z. B. zur Unsicherheitsfunktion bzw. der Entropie-Funktion, die in Kapitel 3.1 vorgestellt wurden.⁹⁰ Ein weiteres Konzept zur Messung der Ungleichheit der Verteilung von Elementen in eine Zahlensequenz ist beispielsweise die Ermittlung der Lorenz-Kurve.⁹¹ Werden Rangordnungen über die Ungleichheit der Verteilung der Werte in einer Zahlensequenz auf Basis der Lorenz-Kurve und auf Basis der Majorisierung abgeleitet, sind beide Konzepte miteinander vereinbar.⁹³

Das Konzept der Majorisierung basiert auf der Messung bzw. dem Vergleich der Ungleichheit der Werte der Elemente zweier Sequenzen von Zahlen. Wird eine Zahlensequenz V durch einen Transformationsprozess aus der Sequenz W erhalten, der zu einer Änderung der Werte der Sequenz W führt, so dass die Streuung bzw. Ungleichheit der Elemente von W erhöht wird, impliziert dies die Majorisierung von V durch W . Es kann gezeigt werden, dass aus einem bestimmten Zusammenhang zwischen den Elementen v_i und w_i der beiden Sequenzen V und W der Zusammenhang der Majorisierung hergeleitet werden kann.⁹⁴

⁸⁸Vgl. z. B. Marshall/Olkin (1974): S. 1189 ff., Marshall/Olkin (1979): S. 7 oder Mirsky (1961): S. 320 ff.

⁸⁹Vgl. z. B. Hickey (1983): S. 897 ff., Joe (1987): S. 1219 oder Strassen (1992): S. 96 ff.

⁹⁰Vgl. z. B. Hickey (1983): S. 898 f.

⁹¹Die Lorenz-Kurve wird verwendet, um Ungleichheiten bzw. Konzentrationen in der Verteilung von Einkommen in einer Volkswirtschaft zu analysieren. (Vgl. Lorenz (1905): S. 209-219.)

⁹²Vgl. Strassen (1992): S.96 f.

⁹³Vgl. Marshall/Olkin (1979): S. 6 f.

⁹⁴Vgl. Marshall/Olkin (1979): S. 8 f.

Satz 3.3.1. *Seien die Elemente der Sequenzen W und V , w_i und v_j , reelle Zahlen, mit $i, j = 1, \dots, N$ sowie $w_i \geq w_{i+1}$ und $v_j \geq v_{j+1}$, mit $i, j = 1, \dots, N - 1$, dann sind die folgenden Aussagen äquivalent:^{95 96}*

(i) $W \succ_{maj} V$,

(ii) *Es existiert eine Matrix D , mit $d_{ij} \geq 0$, $\sum_{i=1}^N d_{ij} = 1$, $\sum_{j=1}^N d_{ij} = 1$,*

so dass $V = WD$ gilt.

(iii) *V und dessen Elemente liegen in der konvexen Hülle der Elemente von W .*

(iv) *Für Schur-konkave (-konvexe) Funktionen $L(\cdot)$, mit $L: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gilt:⁹⁷*

$$\sum_{i=1}^N L(w_i) \leq (\geq) \sum_{j=1}^N L(v_j).$$

Wird eine Sequenz von Zahlen V durch eine andere Sequenz W majorisiert, ist dies äquivalent zu einem geringeren Wert der Summe der Werte einer in den Elementen der Sequenzen V und W konkaven Funktion, $L(\cdot)$, für die Elemente von W im Vergleich zur entsprechenden Summe für V . Das Kleiner-Gleichheitszeichen kehrt sich um, wenn die Funktion $L(\cdot)$ konvex ist.⁹⁸ Durch die Multiplikation der Zahlensequenz W mit der Transformations-Matrix D erfolgt einer Änderung der Sequenz, so dass die Werte der einzelnen Elemente von V näher zusammen geschoben werden. Dieser Vorgang entspricht einer Umverteilung der Werte der einzelnen Elemente der Sequenz, mit der besonderen Eigenschaft, dass sich die Summe der Werte der Elemente durch die Umverteilung nicht verändert. Aufgrund der Eigenschaften der Transformations-Matrix D wird jedes Element der Sequenz V als Durchschnitt aller Elemente der Sequenz W erhalten. Da W und V als eindimensionale Vektoren gegeben sind, ist jedes Element v_j ein gewichteter Durchschnitt aller Elemente der Sequenz W . Die Gewichte für das Elemente v_j entsprechen den Elementen der Spalte j der Matrix D .⁹⁹ Der beschriebene Transformationsprozess der Sequenz kann auch als Transfer beschrieben werden. Analog zur Ermittlung der Elemente von V als gewichteter Durchschnitt der Elemente der Sequenz W sind auch Transfere möglich, bei denen nur einzelne Elemente verändert werden. Ein einfaches Beispiel ist ein linearer Transfer, bei dem nur zwei Elemente der

⁹⁵Eine doppeltstochastische Matrix ist spalten- und zeilenstochastisch. (Vgl. Marshall/Olkin (1979): S. 19.)

⁹⁶Vgl. Hardy et al. (1964): S. 49 f., Marshall/Olkin (1979): S. 8 ff. und Mirsky (1959a): S. 223 f.

⁹⁸Vgl. z. B. Mosler (1994): S. 95, Pecaric et al. (1992): S. 320 und Sherman (1951): S. 826 ff.

⁹⁹Vgl. Hardy et al. (1964): S. 49.

Sequenz durch den Transfer verändert werden. Die Sequenz W wird durch einen Transfer aus V erhalten. Es wird angenommen, dass bis auf die Elemente k und l alle anderen Elemente von V und W identisch sind und den Wert $1/N$ haben. Für die Elemente k und l gilt: $w_k := v_k + \rho$ und $w_l := v_l - \rho$, mit $0 < \rho \leq 1/N$. Durch den beschriebenen Transfer, der auch als Dalton-Transfer bezeichnet wird, werden die Elemente von V so verändert, dass die daraus resultierende Sequenz W Elemente aufweist, deren Höhen stärker variieren im Vergleich zu den Elementen von V . Die Summe der Elemente wird für beide Sequenzen nicht verändert. Gemäß Definition 3.3.1 gilt deshalb $W \succ_{maj} V$. Da vor der Anwendung des Transfers auf V alle Elemente den gleichen Wert aufwiesen und der maximale Wert bzw. der minimale Wert von Sequenz W nach dem Transfer größer bzw. kleiner ist als zuvor bei Sequenz V , wird verdeutlicht, dass die Elemente W stärker auseinander streben im Vergleich zu V .¹⁰⁰

Satz 3.3.2. *Seien die Elemente der Sequenzen W und V , w_i und v_j , reelle Zahlen, mit $i, j = 1, \dots, N$ sowie $w_i \geq w_{i+1}$ und $v_j \geq v_{j+1}$, mit $i, j = 1, \dots, N - 1$, dann sind die folgenden Aussagen äquivalent:¹⁰¹*

- (i) $W \succ_{maj} V$,
- (ii) *Die Zahlensequenz V kann durch eine endliche Anzahl von Dalton-Transfers aus der Sequenz W erhalten werden.*

Wird eine Sequenz V durch Multiplikation mit einer doppeltstochastischen Matrix oder durch einen bzw. mehrere Dalton-Transfers gemäß Satz 3.3.1 bzw. Satz 3.3.2 aus der Sequenz W erhalten, so liegen die Elemente der neu erhaltenen Sequenz in der konvexen Hülle der Konvexkombination der Elemente der ursprünglichen Sequenz. Die in den Sätzen 3.3.1 und 3.3.2 beschriebenen Transformationen der ursprünglichen Sequenz W führen zu Elementen der neuen Sequenz V , die einen Durchschnitt der Elemente der ursprünglichen Sequenz darstellen. Jedes Element von V stellt einen gewichteten Mittelwert der Elemente von W dar. Da die Gewichte gemäß Aussage (ii) von Satz 3.3.1 positiv sind und deren Summe den Wert eins hat, stellen die neuen Elemente von V auch eine Konvexkombination der Elemente von W dar. Durch den Prozess der Transformation entsteht eine Kontraktion der konvexen Hülle der ursprünglichen

¹⁰⁰Vgl. Dalton (1920): S. 351 ff., Egozcue/Wong (2010): S. 894 f., Hardy et al. (1964): S. 46 f. sowie Marshall/Olkin (1979): S. 107 f. und 430 f.

¹⁰¹Vgl. Egozcue/Wong (2010): S. 894 f. und Mosler (1994): S. 94 f.

Sequenz W , so dass die Elemente von V in der konvexen Hülle von W liegen.¹⁰²

Das Konzept der Majorisierung für Sequenzen von Zahlen kann auf Matrizen übertragen werden und lässt dann Aussagen über in den Elementen der Matrizen konvexe bzw. konkave Funktionen zu, wie sie in Satz 3.3.1 getätigt wurden.¹⁰³ Soll das Konzept der Majorisierung verwendet werden, um Informationssysteme zu vergleichen, ist die Anwendung auf Matrizen notwendig, da dies die übliche Darstellungsform von Informationssystemen ist. Zudem erfolgt eine Übertragung auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen bzw. auf die Sequenzen von Wahrscheinlichkeiten der Zufallsvariablen der Umweltzustände und der Signale.¹⁰⁴

Definition 3.3.2. *Seien A und B jeweils eine $M \times N$ Matrix mit nicht-negativen Einträgen. Matrix B wird von Matrix A majorisiert ($A \succ_{MAJ} B$), wenn eine doppeltstochastische Matrix D existiert, so dass gilt.^{105 106}*

$$A = B \cdot D.$$

Die Majorisierung von Matrizen kann analog zur einfachen Majorisierung gemäß Definition 3.3.1 interpretiert werden. Die Elemente der majorisierten Matrix werden als gewichtetes Mittel der Elemente einer Spalte der majorisierenden Matrix erhalten. Jedes einzelne Element stellt eine Konvexkombination der majorisierenden Matrix B dar, da die Transformations-Matrix D doppeltstochastisch ist.¹⁰⁷ Analog zu Satz 3.3.1 kann ebenfalls gezeigt werden, dass die Summe der Werte einer in den Elementen von Matrix A konvexen Funktion $L(\cdot)$ größer ist als der entsprechende Wert für die Elemente der majorisierten Matrix B .¹⁰⁸

Unter Verwendung der Definition der Matrix-Majorisierung können Informationssysteme bzgl. ihres Informationsgehalts verglichen werden. Da Informationssysteme in Form

¹⁰²Vgl. z. B. Bapat/Raghavan (1997): S. 149 ff., Marshall/Olkin (1979): S. 8 ff., Mirsky (1961): S. 161 und Schmeidler (1979): S. 125.

¹⁰³Es existieren Erweiterungen des Konzeptes der Majorisierung, z. B. die multivariate Majorisierung, die in einem engen Zusammenhang zur Matrix-Majorisierung steht, die Majorisierung von Produkten und Summen von Zahlensequenzen, die stochastische Majorisierung oder die gewichtete Majorisierung. (Vgl. z. B. Burtea (2010): S. 93 ff., Marshall/Olkin (1979): S. 140 ff. und 417 ff. oder Pecaric et al. (1992): S. 336 ff.)

¹⁰⁴Vgl. Definition 2.2.1 in Kapitel 2.2.1.

¹⁰⁵Vgl. Dahl (1999): S. 54 ff., Marshall/Olkin (1979): S. 430 f. und Pecaric et al. (1992): S. 337 f.

¹⁰⁶Eine doppeltstochastische Matrix ist spalten- und zeilenstochastisch. (Vgl. Marshall/Olkin (1979): S. 19.)

¹⁰⁷Vgl. Dahl (1999): S. 54 ff. und Marshall/Olkin (1979): S. 430 f.

¹⁰⁸Vgl. Dahl (1999): S. 54 ff., Marshall/Olkin (1979): S. 434 und Safra/Sulganik (1995): S. 215.

von Matrizen dargestellt werden können, deren Einträge die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Umweltzustände sind, kann die Majorisierung für Matrizen angewendet werden. Eine Aussage über die Rangordnung von zwei Interaktionssystemen basiert auf der Analyse der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Systeme hinsichtlich des Zusammenhangs der Majorisierung. Majorisiert eine Sequenz eine andere Sequenz kann dies interpretiert werden als eine stärkere Ungleichheit der Elemente der majorisierenden Sequenz. Diese Interpretation ist auf die Anwendung auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen übertragbar. Majorisiert eine Wahrscheinlichkeitsverteilung P eine andere Wahrscheinlichkeitsverteilung Q ($P \succ_{maj} Q$)¹⁰⁹, sind die Wahrscheinlichkeiten der majorisierenden Verteilung stärker gestreut. Die Dichtfunktion der Verteilung P ist dann gespreizter im Vergleich zu Q . Gemäß Aussage (iii) von Satz 3.3.1 liegen die Konvexkombinationen der Wahrscheinlichkeiten von P in der konvexen Hülle von Q . Die beschriebene Interpretation verdeutlicht die Verwandtschaft des Konzeptes der Majorisierung zu anderen Maßen für die Unsicherheit wie z. B. den Entropie-Funktionen und zeigt, dass die Majorisierung auch zum Vergleich des Informationsgehalts von Wahrscheinlichkeitsverteilungen sinnvoll herangezogen werden kann.^{110 111}

Definition 3.3.3. *Seien I_1 und I_2 Informationssysteme mit den Signalen y_m , mit $m = 1, \dots, M$, sowie $y'_{m'}$, mit $m' = 1, \dots, M'$, deren Elemente die bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Umweltzustände s_i , mit $i = 1, \dots, N$ sind. Informationssystem I_1 ist informativer als I_2 im Sinne des Majorisierungs-Ansatzes ($I_1 \succ_{MAJ} I_2$), wenn eine doppeltstochastische Matrix D existiert, so dass gilt.^{112 113}*

$$I_2 = I_1 \cdot D.$$

Liegt zwischen zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zusammenhang der Majorisierung vor, kann analog zu Satz 3.3.1 eine Aussage über Funktionen abgeleitet werden, die konvex in den Wahrscheinlichkeiten ist. Da bereits bekannt ist, dass der maximale unbedingte Erwartungsnutzen eines Informationssystem V_I^* konvex in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten ist, kann eine Aussage über die Wirkung einer Verbesserung des

¹⁰⁹Vgl. Definition 3.3.1.

¹¹⁰Vgl. z. B. Hickey (1982): S. 229 f., Hickey (1983): S. 893 ff., Safra/Sulganik (1995): S. 215 ff.

¹¹¹Einen umfassenden Überblick über die Anwendung von Majorisierung auf Wahrscheinlichkeitsverteilungen geben Marshall und Olkin. (Vgl. Marshall/Olkin (1979): S. 281 ff.)

¹¹²Eine doppeltstochastische Matrix ist spalten- und zeilenstochastisch. (Vgl. Marshall/Olkin (1979): S. 19.)

¹¹³Vgl. Dahl (1999): S. 54 ff., Marshall/Olkin (1979): S. 430 f. und Pecaric et al. (1992): S. 337 f.

Informationsstandes auf Basis der Majorisierung getätigt werden.¹¹⁴

Satz 3.3.3. *Seien I_1 und I_2 Informationssysteme mit den Signalen y und y' , die durch die Posteriori-Wahrscheinlichkeiten gegeben sind, dann sind die folgenden Aussagen äquivalent.¹¹⁵*

(i) $I_1 \succ_{MAJ} I_2$.

(ii) *Die Konvexkombinationen der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten von I_2 liegen in der konvexen Hülle der Konvexkombinationen der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten von I_1 .*

(iii) $I_2 = I_1 \cdot D$.

(iv) $V_{I_1}^* \geq V_{I_2}^*$.

Die dritte Aussage (iii) von Satz 3.3.3 folgt unmittelbar aus Definition 3.3.3. Aussage (iv) von Satz 3.3.3 folgt aufgrund des Majorisierungs-Zusammenhangs der Informationssysteme. Analog zur einfachen Majorisierung ist auch der Summenwert einer Funktion $L(\cdot)$, die konvex in den Elementen der Matrizen ist, für die majorisierende Matrix größer als für die majorisierte Matrix. Dieses Ergebnis kann auf die Matrizen von Informationssystemen sowie den in den bedingten Wahrscheinlichkeiten konvexen unbedingten Erwartungsnutzen von Informationssystemen übertragen werden.¹¹⁶ Aussage (ii) folgt aus den Eigenschaften des Transformationsprozesses von System I_1 zu I_2 durch Multiplikation mit Matrix D . Durch diesen Vorgang erfolgt eine Kontraktion der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen, so dass diese im Vergleich zu den ursprünglichen Verteilungen von System I_1 weniger gestreut sind.¹¹⁷

Bei dem in diesem Kapitel vorgestellten Konzept der Majorisierung und den Unsicherheitsfunktionen, welche in Kapitel 3.1 vorgestellt wurden, sowie bei dem in Kapitel 3.2 vorgestellten Ansatz von Blackwell zum Vergleich des Informationsgehalts von Experimenten ist die Streuung der Eintrittswahrscheinlichkeiten der betrachteten Zufallsvariable von maßgeblicher Bedeutung. Beim Vergleich von Informationssystemen auf Basis der Majorisierung und auf Basis des Ansatzes von Blackwell kann ein weniger informatives Informationssystem, I_2 , aus einem informativeren System, I_1 , jeweils erhal-

¹¹⁴Vgl. Beweis zur Konvexität des Erwartungsnutzens in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten in Kapitel 2.2.2.1.

¹¹⁵Vgl. Dahl (1999): S. 59 f., Marshall/Olkin (1979): S. 435, Pecaric et al. (1992): S. 336 ff., Peria et al. (2005): S. 347 ff. und Safra/Sulganik (1995): S. 215 ff.

¹¹⁶Vgl. Dahl (1999): S. 59.

¹¹⁷Vgl. Dahl (1999): S. 55 f.

ten werden durch einen Prozess, in dem die bedingten Wahrscheinlichkeiten von I_2 als Durchschnitt der bedingten Wahrscheinlichkeiten von I_1 erhalten werden. Die Ermittlung der bedingten Wahrscheinlichkeiten des weniger informativen Systems entspricht einer Stauchung der Verteilung, so dass die Konvexkombinationen der bedingten Wahrscheinlichkeiten von I_2 in der konvexen Hülle der bedingten Wahrscheinlichkeiten von I_1 liegen.¹¹⁸ Eine größere Streuung oder Variabilität der Wahrscheinlichkeiten bzw. eine stärkere Spreizung der Verteilung auf dem entsprechenden Intervall zwischen Null und Eins entspricht daher einem tendenziell höheren Informationsgehalt der betrachteten Verteilung im Vergleich zu einer weniger gespreizten Verteilung. Dieser Zusammenhang gilt nicht allgemein, da auch die Art der Spreizung der Verteilungen von I_1 im Vergleich zu den Verteilungen von I_2 relevant ist. Diese Aussage bezieht sich insbesondere auf den Einfluss auf den Erwartungswert.¹¹⁹ Mithilfe einer Erwartungswert-neutralen Spreizung kann aus einem gegebenen Informationssystem I_2 ein System I_1 erzeugt werden, das bei unverändertem Erwartungswert eine höhere Variabilität aufweist und damit auch informativer ist.

Definition 3.3.4. *Eine abschnittsweise definierte Funktion $s(x)$ wird als Erwartungswert-neutrale Spreizung bezeichnet, wenn sie die folgenden drei Kriterien erfüllt:*^{120 121}

$$s(x) = \begin{cases} \alpha & \text{für } a < x < a + t, \\ -\alpha & \text{für } a + d < x < a + d + t, \\ -\beta & \text{für } b < x < b + t, \\ \beta & \text{für } b + e < x < b + e + t, \end{cases} \quad (3.21)$$

wobei zusätzlich $\alpha d = \beta e$, $\alpha, \beta > 0$, $t > 0$, $a, b, e, d > 0$, $a + d + t < b$ erfüllt sein muss.

Durch die Erwartungswert-neutrale Spreizung wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung so verändert bzw. Wahrscheinlichkeitsmasse so verschoben, dass sich die Variabilität bzw. die Varianz der Zufallsgröße erhöht. Bei dieser strukturellen Veränderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung wird der Erwartungswert nicht verändert.¹²² Die

¹¹⁸Vgl. Definition 3.3.3 und 3.2.1 in Kapitel 3.2.

¹¹⁹Vgl. Baker (2006): S. 28 ff., Beladi et al. (2006): S. 846 f., Blackwell (1953): S. 266, Jones/Ostroy (1984): S. 14 f.

¹²⁰Vgl. z. B. Ingersoll (1987): S. 116 f., Rothschild/Stiglitz (1970): S. 227 ff. und Rothschild/Stiglitz (1970): S. 227 ff.

¹²¹Es existieren weitere Darstellungsformen einer Erwartungswert-neutrale Spreizung im Sinne von Rothschild und Stiglitz. (Vgl. z. B. Ingersoll (1987): S. 119 f. oder Meyer/Ormiston (1989): S. 181 ff.)

¹²²Der Vorgang einer Erwartungswert-neutralen Spreizung wird in Abbildung C.1 in Anhang C.3 dargestellt.

Erwartungswert-neutrale Spreizung stellt eine spezielle Form der stochastischen Dominanz zweiter Ordnung¹²³ dar. Aussagen, die für zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen gelten, bei denen eine der Verteilungen durch die andere im Sinn der stochastischen Dominanz zweiter Ordnung dominiert wird, können auf die Erwartungswert-neutrale Spreizung übertragen werden. Wird eine Zufallsvariable bzw. ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung durch eine andere Verteilung im Sinn der stochastischen Dominanz zweiter Ordnung dominiert, so ist der Erwartungswert einer beliebigen konkaven Funktion der dominierten Zufallsvariable nicht größer als der entsprechende Erwartungswert der konkaven Funktion für die dominierende Zufallsvariable. Die Relation der Erwartungswerte gilt mit umgekehrtem Kleiner-Gleich-Zeichen, wenn die betrachtete Funktion konvex in den Realisationen der Zufallsvariablen ist.¹²⁴

Satz 3.3.4. *Wird eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $f^1(x)$ einer Zufallsvariablen \tilde{x}^1 durch eine Erwartungswert-neutrale Spreizung der Verteilung $f^2(x)$ der Zufallsvariablen \tilde{x}^2 erhalten, so dominiert die Zufallsvariable \tilde{x}^1 die Zufallsvariable \tilde{x}^2 im Sinne der stochastischen Dominanz zweiter Ordnung und es gilt für jede monoton steigende, konvexe (konkave) Funktion $L: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.¹²⁵*

$$x^1 \geq_{SSD} x^2 \Leftrightarrow E[L(\tilde{x}^1)] \geq (\leq) E[L(\tilde{x}^2)]. \quad (3.22)$$

Der Zusammenhang zwischen zwei Wahrscheinlichkeitsverteilungen, wobei eine der Verteilungen durch eine Erwartungswert-neutrale Spreizung aus der anderen Verteilung entsteht, kann zum Vergleich des Informationsgehalts von Verteilungen herangezogen werden, wenn diese den gleichen Erwartungswert haben. Diese Anforderungen sind immer dann erfüllt, wenn zwei Informationssysteme betrachtet werden, die durch die Posteriori-Wahrscheinlichkeiten gegeben sind und die gleiche Priori-Verteilung über die Umweltzustände, $p(s_i)$, mit $i = 1, \dots, N$ implizieren. Die marginale Verteilung über die Informationssignale $p(y_m)$, mit $m = 1, \dots, M$, kann für beide Systeme unterschiedlich sein.¹²⁶ ¹²⁷ Ökonomisch entspricht der Vergleich der beiden Systeme mit gleicher Priori-Verteilung dann der Entscheidungssituation, in der der Entscheider eine subjektive Einschätzung über die Wahrscheinlichkeiten des unsicheren Umweltzustandes

¹²³Die Definition der stochastischen Dominanz zweiter Ordnung erfolgt in B.5 in Anhang B.5.

¹²⁴Vgl. z. B. Levy (2006): S. 257 ff., Gollier (2001): S. 42 ff.

¹²⁵Vgl. z. B. Levy (1977): S. 232 ff., Levy (2006): S. 261 ff. oder Rothschild/Stiglitz (1970): S. 229 ff.

¹²⁶Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 366 ff.

¹²⁷Sind die Informationssysteme durch die Likelihood-Wahrscheinlichkeiten, $p(y_m|s_i)$ gegeben, müssen beide Informationssysteme die gleiche marginale Verteilung über die Informationssignale $p(y_m)$ aufweisen, damit der Ansatz der Erwartungswert-neutralen Spreizung anwendbar ist.

hat, dann aber vor der Entscheidung zwischen dem Erhalt des unsicheren Informationssignals y oder y' wählen kann. Dabei ist zu berücksichtigen, dass im Gegensatz zu den univariaten Verteilungen, die in der Definition der Erwartungswert-neutralen Spreizung verwendet werden, ein Informationssystem eine gemeinsame Verteilung von Informationssignalen und Umweltzuständen ist. Die Spreizung der Verteilung eines Informationssystems erfolgt dann auf der Ebene der Posteriori-Verteilungen.¹²⁸ Der Zusammenhang der Erwartungswert-neutralen Spreizung zwischen den Informationssystemen wird dann für die Verteilungen der signalabhängigen bedingten Erwartungsnutzen, $V_I^*(a^*(\tilde{y}))$, für jedes der Signale untersucht. Das Informationssystem, welches eine größere Variabilität der Verteilung der bedingten Erwartungsnutzen aufweist, ist das informativere System.¹²⁹

Satz 3.3.5. *Seien I_1 und I_2 Informationssysteme mit den Signalen y und y' , die jeweils die gleichen unbedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Umweltzustände $p(s_i)$, mit $i = 1, \dots, N$, implizieren. Stellen die bedingten Verteilungen von System I_1 eine Erwartungswert-neutrale Spreizung der bedingten Verteilungen von System I_2 dar, dann gilt.¹³⁰*

$$(i) \quad I_1 \succeq_{MPS} I_2,$$

$$(ii) \quad V_{I_1}^* \geq V_{I_2}^*.$$

Eine Erwartungswert-neutrale Spreizung der Verteilung einer Ergebnisgröße entspricht einer Erhöhung des durch die Verteilung implizierten Risikos bei unverändertem Erwartungswert. Wird ein risikoaverser Investor mit einer Nutzenfunktion U , mit $U' > 0$ und $U'' < 0$ betrachtet, dessen erwarteter Nutzen von einer unsicheren Ergebnisgröße \tilde{e} abhängig ist, führt die Erhöhung des Risikos der Ergebnisgröße durch eine Erwartungswert-neutrale Spreizung gemäß Lemma B.1 in Anhang B.6 zu keiner Erhöhung des erwarteten Nutzens. Wird die Ergebnisgröße \tilde{e}_2 durch eine Erwartungswert-neutrale Spreizung aus der unsicheren Ergebnisgröße \tilde{e}_1 erhalten, gilt folglich: $E[U(\tilde{e}_1)] \geq E[U(\tilde{e}_2)]$.¹³¹ Das Ergebnis der Auswirkung der Erwartungswert-neutralen Spreizung gemäß Lemma B.1 in Anhang B.6 kann auf den unbedingten Erwartungsnutzen eines Informationssystems übertragen werden, da bekannt ist, dass dieser eine

¹²⁸Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 364 f., Jones/Ostroy (1984): S. 14 ff. oder Lawrence (1999): S. 223 ff.

¹²⁹Vgl. Baker (2006): S. 28 ff. und Gollier (2001): S. 366 ff.

¹³⁰Vgl. Blackwell (1953): S. 266 f., Baker (2006): S. 28 ff., Beladi et al. (2006): S. 845 f. oder Gollier (2001): S. 366 ff.

¹³¹Vgl. z. B. Hadar/Russel (1971): S. 292, Levy (2006): S. 257 ff. oder Rothschild/Stiglitz (1970): S. 226.

in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten konvexe Funktion ist.¹³² Wird die Verteilung der bedingten Erwartungsnutzen, $V_I^*(a^*(\tilde{y}))$, des informativeren Systems I_1 durch eine Erwartungswert-neutrale Spreizung der Posteriori-Wahrscheinlichkeitsverteilungen des weniger informativen Systems I_2 erhalten, muss dies gemäß Lemma B.1 zu einem Erwartungsnutzen für System I_1 führen, der nicht geringer ist als der erwartete Nutzen auf Basis von System $I_{2,p(s|y')}$.¹³³ Das informativere Informationssystem, I_1 , weist aufgrund der Erwartungswert-neutralen Spreizung eine höhere Streuung der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten als System I_2 auf, so dass aufgrund der Konvexität in Verbindung mit Satz Lemma B.1¹³⁴ aus $I_1 \succeq_{MPS} I_2$ die Relation $V_{I_1}^* \geq V_{I_2}^*$ folgt.¹³⁵ Auf Basis von Satz 3.3.5 sind nur die Informationssysteme miteinander vergleichbar, die den Zusammenhang der Erwartungswert-neutralen Spreizung aufweisen.^{136 137}

Ein weiteres Maß für die Streuung in den Wahrscheinlichkeiten eines Informationssystems, das für den Vergleich von Informationssystemen herangezogen werden kann, basiert auf dem Ansatz zur Messung der Dispersion einer Verteilung. Gemäß der Definition der Dispersion von Bickel-Lehmann ist die Verteilungsfunktion mit der größeren Dispersion stärker auseinander gedehnt im Vergleich zur Verteilungsfunktion mit dem geringeren Grad der Dispersion. Dies impliziert gemäß Definition B.1 in Anhang B.1, dass die zu den Werten q und \bar{q} gehörenden Quantile der Verteilung mit der höheren Dispersion mindestens genauso weit auseinander liegen, wie die entsprechenden Quantile für die Verteilung mit der geringeren Dispersion.¹³⁸ Auf Basis des Ansatzes der Dispersion gemäß Definition B.1 in Anhang B.1 können die Verteilungen über die bedingten Erwartungswerte für zwei Informationssysteme¹³⁹ miteinander verglichen werden. Ein Informationssystem impliziert eine Wahrscheinlichkeitsverteilung über das unsichere Signal, so dass sich auf Basis dieser Wahrscheinlichkeiten eine Verteilung über die bedingten Erwartungsnutzen, $V_I^*(a^*(\tilde{y}))$, für jedes Signal ergibt. Durch den Vergleich der Differenzen zwischen zwei Werten von jeweils unterschiedlichen Quantilen der beiden

¹³²Vgl. Beweis zum Nachweis der Konvexität des maximalen Erwartungsnutzens eines Informationssystems in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten in Kapitel 2.2.2.1.

¹³³Vgl. Lemma B.1 in Anhang B.6.

¹³⁴Vgl. Lemma B.1 in Anhang B.6.

¹³⁵Vgl. Beweis der Konvexität des unbedingten Erwartungsnutzens in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten in Kapitel 2.2.2.1.

¹³⁶Vgl. Lemma B.1 in Anhang B.6.

¹³⁷Vgl. Baker (2006): S. 28 ff., Blackwell (1953): S. 266 f., Jones/Ostroy (1984): S. 14 ff. und Nermuth (1992): S. 6.

¹³⁸Vgl. Definition B.1 in Anhang B. (Vgl. Bickel/Lehmann (1976): S. 1153 ff., Ganuza/Penalva (2010): S. 1010 oder Lehmann (1988): S. 527 ff.)

¹³⁹Vgl. Definition 2.26 in Kapitel 2.2.2.1.

Systeme, wird die Dispersion und damit wiederum die Variabilität der Verteilungen verglichen.^{140 141}

Definition 3.3.5. *Ein Informationssystem I_1 mit den Informationssignalen y ist präziser als ein System I_2 mit den Signalen y' ($I_1 \succeq_{Disp} I_2$), wenn für alle $\bar{y} < y$ gilt.¹⁴²*

$$V_{I_1}^*(a^*(y)) - V_{I_1}^*(a^*(\bar{y})) \geq V_{I_2}^*(a^*(y)) - V_{I_2}^*(a^*(\bar{y})). \quad (3.23)$$

Auch der Vergleich von Informationssystemen durch Ermittlung der unterschiedlichen Ausprägung der Präzision der Systeme basiert implizit auf der Streuung der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten der Informationssysteme. Allerdings werden nicht direkt die Streuungen der bedingten Wahrscheinlichkeiten zum Vergleich herangezogen, sondern die Streuung der bedingten Erwartungsnutzen des jeweiligen Informationssystems. Das Informationssystem, welches eine größere Variabilität gemäß Gleichung (3.23) in der Verteilung der Werte der bedingten erwarteten Nutzen, $V_I^*(a^*(y_m))$, mit $y_m = 1, \dots, M$, aufweist, ist das informativere System.¹⁴³

Ein weiterer Ansatz, bei dem der Informationsgehalt von Informationssystemen auf Basis der Streuung der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten verglichen wird, ist die Signal-Sensitivität der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten. Für diesen Ansatz ist die maßgebliche Überlegung, dass eine Änderung des Informationssignals für ein Informationssystem, welches einen höheren Informationsgehalt aufweist eine größere Änderung der Posteriori-Wahrscheinlichkeit erzeugen sollte, als das weniger informative System.¹⁴⁴ Auf Basis der Signal-Sensitivität sind nur solche Informationssysteme vergleichbar, die die Eigenschaft der Monotone Likelihood Ratio Eigenschaft (MLR) aufweisen.¹⁴⁵

¹⁴⁰Vgl. Ganuza/Penalva (2006): S. 10 ff. und Ganuza/Penalva (2010): S. 1010.

¹⁴¹Auf Basis der Messung der Dispersion nach Bickel und Lehmann können Informationssysteme auch direkt verglichen werden und eine Aussage abgeleitet werden, welches der Systeme für ein beliebiges Entscheidungsproblem einen höheren unbedingten Erwartungsnutzen aufweist. Die Aussagen können auf Basis der Konvexität des unbedingten Erwartungsnutzens eines Informationssystems hergeleitet werden. (Vgl. Ganuza/Penalva (2010): S. 1010 sowie Shaked/Shanthikumar (2007): S. 146 ff. und S. 152 ff.)

¹⁴²Der Ansatz von Ganuza und Penalva wird im Rahmen eines Modells zur Analyse des Zusammenhangs von zusätzlicher Information und dem Verhalten von Aktionären verwendet. (Vgl. Ganuza/Penalva (2006): S. 10 ff. und Ganuza/Penalva (2010): S. 1010.)

¹⁴³Vgl. Ganuza/Penalva (2006): S. 10 ff und Ganuza/Penalva (2010): S. 1010.

¹⁴⁴Vgl. Eckwert/Zilcha (2008): S. 77-98.

¹⁴⁵Vgl. Definition B.2 in Anhang B.2. (Vgl. Karlin/Rubin (1956): S. 273 und Milgrom (1981): S. 383 f.)

Definition 3.3.6. *Gegeben seien die bedingten Verteilungsfunktionen¹⁴⁶ $F_{I_1}(s|y)$ und $F_{I_2}(s|y')$ für jedes Signal der Informationssysteme I_1 und I_2 auf Basis der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten. Die Informationssysteme weisen die MLR Eigenschaft auf.¹⁴⁷ Ein Informationssystem I_1 ist signal-sensitiver als ein System I_2 ($I_1 \succeq_{Sens} I_2$), wenn für alle Zustände s_i , mit $i = 1, \dots, N$, und alle \bar{y} gilt.¹⁴⁸*

$$F_{I_1}(s_i|\bar{y}) \geq F_{I_2}(s_i|\bar{y}). \quad (3.24)$$

Gemäß der Definition der Signal-Sensitivität werden die Informationssysteme als informativer bewertet, die eine höhere Korrelation zwischen dem Signal und dem unsicheren Umweltzustand aufweisen. Das Informationssystem, für welches der Wert der Verteilungsfunktion durch eine Erhöhung des Wertes des Informationssignals für jeden möglichen Umweltzustand stärker zurückgeht, ist das informativere System.¹⁴⁹

Der Blackwell-Ansatz¹⁵⁰ basiert auf einer Transformation eines Informationssystems in ein anderes weniger informatives System. Ein ähnlicher Ansatz zum Vergleich von Informationssystemen wurde von Lehmann im Jahr 1988 vorgestellt. Es wird eine Funktion definiert, die ein weniger informatives Signal in ein anderes informativeres Signal transformiert. Durch diesen Transformationsprozess wird aus einem weniger informativen System ein informativeres System erzeugt. Die Ermittlung bzw. Aufstellung der Transformationsfunktion ist nur für solche Verteilungsfunktionen möglich, die die MLR Eigenschaft erfüllen.^{151 152}

¹⁴⁶Vgl. Definition B.1 in Anhang B.1.

¹⁴⁷Vgl. Definition B.2 in Anhang B.2.

¹⁴⁸Vgl. Eckwert/Zilcha (2008): S. 85 f.

¹⁴⁹Vgl. Eckwert/Zilcha (2008): S. 85 f.

¹⁵⁰Vgl. Kapitel 3.2.

¹⁵¹Vgl. Definition B.2 in Anhang B.2. (Vgl. Karlin/Rubin (1956): S. 273 und Milgrom (1981): S. 383 f.)

¹⁵²Vgl. Athey/Levin (2001): S. 8 f., Jewitt (2007): S. 2 ff. und Persico (2000): S. 139 f.

Definition 3.3.7. Gegeben seien die bedingten Verteilungsfunktionen¹⁵³ $F_{I_1}(y|s)$ und $F_{I_2}(y'|s)$ der Informationssysteme I_1 und I_2 auf Basis der Likelihood-Wahrscheinlichkeiten. Die Informationssysteme weisen die MLR Eigenschaft auf.¹⁵⁴ Ein Informationssystem I_1 ist informativer als ein System I_2 ($I_1 \succeq_{Inf} I_2$), wenn die Funktion¹⁵⁵

$$h(s_i, y'_{m'}) = F_{I_1}^{-1}(F_{I_2}(y = y'_{m'}|s = s_i)|s = s_i), \quad (3.25)$$

für jedes Signal, $y'_{m'}$, mit $m' = 1, \dots, M'$, eine in s_i nicht fallende Funktion ist.

Der Ansatz von Lehmann zum Vergleich von Informationssystemen basiert auf der Festlegung einer Transformationsfunktion, die ein weniger effektives bzw. im Sinn von Lehmann ein weniger informatives Signal in ein anderes Signal transformiert, welches einen höheren Informationsgehalt aufweist. Da die Funktion $h_{y'_{m'}}(s_i)$ eine in s_i , mit $i = 1, \dots, N$, nicht fallende Funktion ist, wird durch den Transformationsprozess ein engerer stochastischer Zusammenhang zwischen dem unsicheren Umweltzustand und dem neuen Informationssignal erzeugt. Die Informationssignale, die durch den Transformationsprozess erzeugt werden, weisen eine geringere Distanz zum jeweils unterstellten Umweltzustand auf als das ursprüngliche Signal. Das neue Signal weist höhere Realisationen auf als das ursprüngliche Signal, wenn die Realisationen des Umweltzustandes oder der vom Umweltzustand abhängigen Ergebnisgröße höhere Werte aufweist. Das neue Signal weist niedrigere Realisationen auf als das ursprüngliche Signal, wenn die Realisationen des Umweltzustandes niedrigere Werte annehmen. Das Informationssystem, welches die gemäß Gleichung (3.25) erzeugten Signale enthält, ist informativer, da dieses einen tendenziell höheren Korrelationszusammenhang zum unsicheren Umweltzustand aufweisen.¹⁵⁶

Weitere mögliche Annahmen über den Zusammenhang der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen zweier Informationssysteme, I_1 und I_2 , die eine Rangordnung über die unbedingten Erwartungsnutzen beider Informationssysteme, $V_{I_2}^*$ und $V_{I_1}^*$, ermöglichen, sind z. B. die stochastische Dominanz erster Ordnung und die stochastische Dominanz zweiter Ordnung. Auf der Basis der signalabhängigen bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Informationssysteme kann überprüft werden, ob stochastische Dominanz erster oder zweiter Ordnung vorliegt. Die jeweiligen Voraussetzungen für die Dominanz erster oder zweiter Ordnung müssen dann für die Posteriori-

¹⁵³Vgl. Definition B.1 in Anhang B.1.

¹⁵⁴Vgl. Definition B.2 in Anhang B.2.

¹⁵⁵Vgl. Lehmann (1988): S. 527 und Persico (2000): S. 139 f.

¹⁵⁶Vgl. Goel/DeGroot (1979): S. 530 f., Persico (2000): S. 139 ff.

Wahrscheinlichkeiten für alle Signale der beiden Informationssysteme erfüllt sein. Dominieren die einzelnen bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen von System I_1 die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsverteilungen von I_2 folgt $V_{I_1}^* \geq V_{I_2}^*$.¹⁵⁷ Aus der Rangfolge über die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen gemäß der jeweiligen stochastischen Dominanz folgt dann die Rangfolge über die unbedingten Erwartungsnutzen und damit die Rangfolge über die zu den Informationssystemen gehörenden unbedingten maximalen Erwartungswerte. Die Rangfolge der Erwartungswerte kann durch die Konvexität des unbedingten Erwartungsnutzens eines Informationssystems in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten hergeleitet werden.^{158 159}

Der Vergleich von Informationssystemen basiert bei vielen Ansätzen auf der Ermittlung eines bestimmten stochastischen Zusammenhangs zwischen den Verteilungen zweier Informationssysteme. Wird ein bestimmter Zusammenhang ermittelt, kann daraus abgeleitet werden, welches der Systeme das informativere ist.¹⁶⁰ Ein ähnlicher Ansatz basiert auf dem Konzept Monotone Likelihood Ratio Property (im weiteren Verlauf als MLRP abgekürzt).¹⁶¹ Die Eigenschaft der MLRP wird auf die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der zu vergleichenden Informationssysteme übertragen.¹⁶²

Definition 3.3.8. *Das Informationssystem I_1 mit den Informationssignalen y ist vorteilhafter als System I_2 mit den Signalen y' , wenn die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Systeme, $p(s|y)$ und $p(s|y')$, die Monotone Likelihood Ratio Property (MLRP) erfüllen, so dass für $y > y'$ und $s > \bar{s}$ gilt.¹⁶³*

$$p(y|s)p(y'|\bar{s}) - p(y|\bar{s})p(y'|s) > 0. \quad (3.26)$$

Weisen die bedingten Verteilungen von zwei Systemen, I_1 und I_2 , die MLRP Eigenschaft auf, impliziert dies, dass die bedingten Verteilungen der Likelihood-Wahrscheinlichkeiten von System I_1 die entsprechenden Verteilungen von System I_2 im Sinne

¹⁵⁷Vgl. Definition B.4 und B.5 in Anhang B.4 und B.5 sowie Hadar/Russel (1971): S. 289 ff., Lawrence (1999): S. 218 ff., Levy (2006): S. 52 ff. und S. 257 ff.

¹⁵⁸Vgl. Beweis der Konvexität des unbedingten Erwartungsnutzen in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten in Kapitel 2.2.2.1.

¹⁵⁹Vgl. Definitionen B.4 und B.5 in Anhang B.4 und B.5 sowie z. B. Hadar/Russel (1971): S. 289 ff., Ingersoll (1987): S. 115 ff., Levy (2006): S. 257 ff. oder Rothschild/Stiglitz (1970): S. 225 ff.

¹⁶⁰Vgl. z. B. den Ansatz von Blackwell in Kapitel 3.2 oder die Majorisierung sowie die auf der Dispersion basierenden Ansätze, die in diesem Kapitel vorgestellt wurden.

¹⁶¹Vgl. Definition B.2 in Anhang B.2.

¹⁶²Vgl. Milgrom (1981): S. 383 ff.

¹⁶³Vgl. Jewitt (1988): S. 1080 f., Milgrom (1981): S. 383 f., Smith/Ulu (2009): S. 743 f.

der stochastischen Dominanz erster und damit auch zweiter Ordnung dominieren.¹⁶⁴ Aufgrund der stochastischen Dominanz erster Ordnung kann dann eine Aussage über die Relation der unbedingten Erwartungswerte der beiden Informationssysteme getätigt werden. Um Aussagen auf Basis der stochastischen Dominanz erster und zweiter Ordnung für die Relation der unbedingten Erwartungswerte abzuleiten, muss gezeigt werden, dass der unbedingte Erwartungsnutzen eine monoton steigende sowie konvexe oder konkave Funktion ist.¹⁶⁵

Neben den in diesem Kapitel und den beiden vorherigen Kapiteln vorgestellten Ansätzen existieren verschiedene weitere Ansätze zum Vergleich des Informationsgehalts von Informationssystemen.^{166 167}

3.4 Zusammenhänge zwischen verschiedenen Ansätzen zur Analyse des Informationsgehalts von Informationssystemen

Wie bereits bei der Einführung der verschiedenen Ansätze, die zum Vergleich des Informationsgehalts von Informationssystemen herangezogen werden können, in den vorangegangenen Kapiteln gezeigt, basieren diese häufig auf einer Erfassung der Streuung der bedingten Verteilungen der Informationssysteme.¹⁶⁸ Eine Erhöhung der Streuung der bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten führt zu einem tendenziell höheren Informationsgehalt des Systems. Dieses Kapitel gibt einen Überblick über einige Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Ansätzen zum Vergleich des Informationsgehalts von Informationssystemen. Zudem wird für einige Ansätze eine strukturelle Äquivalenz nachgewiesen bzw. gezeigt, dass die Rangfolgen über den Informationsgehalt von Systemen gleich sind.

¹⁶⁴Vgl. Definition B.4 in Anhang B.4 sowie Landsberger/Meilijson (1990): S. 205 f., Smith/Ulu (2009): S. 744 f. und Whitt (1979): S. 425.

¹⁶⁵Vgl. z. B. Fishburn (1974): S. 144 fff, Hadar/Seo (1992): S. 673 ff., Smith/Ulu (2009): S. 743 f. oder Wolfstetter (1996): S. 8 f.

¹⁶⁶Vgl. z. B. Athey (2002): S. 187-223, Epstein/Tanny (1980): S. 16-34, Holmstrom (1979): S. 83 ff., Kim (1995): S. 89-102, Persico (2000): S. 136 ff. oder Shaked/Tong (1990): S. 81 ff.

¹⁶⁷Die folgenden Artikel geben einen Überblick über verschiedene Ansätze, die zur Analyse der Wirkung von zusätzlicher Information im Rahmen verschiedener ökonomischer Fragestellungen verwendet werden. (Vgl. Ganuza/Penalva (2010): S. 1007-1030, Goel/Ginebra (2003): S. 515-537, LeCam (1996): S. 127-138, Topkis (1978): S. 305-321 und Topkis (1995): S. 370-401.)

¹⁶⁸Vgl. Kapitel 3.1, 3.2 und 3.3.

Der Ansatz von Blackwell basiert auf einer Transformation der bedingten Wahrscheinlichkeiten eines informativeren Systems. Das Ergebnis der Transformation ist ein neues Informationssystem, dessen bedingte Verteilungen durch eine Durchschnittsbildung über die Eintrittswahrscheinlichkeiten des ursprünglichen Systems entstehen. Dieser Vorgang wird für jedes der Signale durchgeführt, so dass die bedingten Verteilungen des neu erzeugten Systems eine Stauchung der bedingten Verteilungen des ursprünglichen Systems darstellen. Die bedingten Verteilungen des weniger informativen Systems liegen deshalb in der konvexen Hülle der bedingten Wahrscheinlichkeiten des informativeren Systems.¹⁶⁹ Durch den Transformationsprozess entsteht ein System, dessen bedingte Verteilungen im Vergleich zum ursprünglichen System um einen additiven Störterm erweitert werden. Der Störterm weist einen Erwartungswert in Höhe von null und eine positive Varianz auf.¹⁷⁰ Der Vergleich von Informationssystemen auf Basis des Konzeptes der Erwartungswert-neutralen Spreizung basiert ebenfalls auf dem Vergleich der Streuung der Wahrscheinlichkeiten. Gemäß Satz 3.3.5 in Kapitel 3.3 ist ein System I_1 informativer als ein System I_2 , wenn I_1 durch eine Erwartungswert-neutrale Spreizung I_2 erhalten wird.¹⁷¹

Bei beiden Konzepten basiert der Vergleich auf dem Vergleich der Streuung der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten in den bedingten Verteilungen. Aufgrund der strukturellen Verwandtschaft kann eine Äquivalenz beider Konzepte hergeleitet werden.

Satz 3.4.1. *Seien I_1 und I_2 Informationssysteme mit den Informationssignalen y und y' , die jeweils die gleichen unbedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Umweltzustände $p(s_i)$, mit $i = 1, \dots, N$, implizieren, dann gilt.¹⁷²*

$$I_1 \succeq_{Black} I_2 \Rightarrow I_1 \succeq_{MPS} I_2 \Leftrightarrow I_1 \succeq_{SSD} I_2.$$

Beweis Es wurde bereits durch Lemma B.1 in Anhang B.6 gezeigt, dass jede Erwartungswert-neutrale Spreizung einer Zufallsvariablen zu einer Erhöhung des Erwartungswertes einer in den Wahrscheinlichkeiten konvexen Funktion führt. Weisen

¹⁶⁹Vgl. Goel/Ginebra (2003): S. 534, Jones/Ostroy (1984): S. 15 ff. und Marschak/Miyasawa (1968): S. 155 f.

¹⁷⁰Vgl. Kim (1995): S. 96 ff. und Rothschild/Stiglitz (1970): S. 225 ff.

¹⁷¹Vgl. Blackwell (1953): S. 266 f., Baker (2006): S. 28 ff., Gollier (2001): S. 366 ff.

¹⁷²Vgl. Blackwell (1953): S. 266 f., Baker (2006): S. 28 ff., Beladi et al. (2006): S. 845 f., Ganuza/Penalva (2010): S. 1014 oder Gollier (2001): S. 366 ff.

zwei Zufallsvariablen, \tilde{x}^1 und \tilde{x}^2 , den gleichen Erwartungswert auf und ist für die Zufallsvariable, \tilde{x}^1 , der Erwartungswert einer konvexen Funktion größer als der Erwartungswert der anderen Zufallsvariable, \tilde{x}^2 , dann gilt $\tilde{x}^1 \succeq_{MPS} \tilde{x}^2$. Beim Vergleich von zwei Informationssystemen, I_1 und I_2 , die die gleichen Priori-Wahrscheinlichkeiten aufweisen, sind folglich die unbedingten Erwartungswerte für den Umweltzustand \tilde{s} gleich.¹⁷³ In Verbindung mit Lemma B.1 in Anhang B.6 folgt dann aus einem höheren unbedingten Erwartungswert für das informativere System, I_1 , nach Blackwell sowie der Konvexität des Erwartungsnutzen, dass I_1 eine Erwartungswert-neutrale Spreizung von I_2 darstellen muss.¹⁷⁴ Folglich muss nur gezeigt werden, dass für das gemäß Blackwell informativere System der Erwartungswert von jeder Funktion $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, die konvex in den bedingten Wahrscheinlichkeiten ist, größer ist als für das weniger informativere System. Dieser Nachweis wurde bereits in Kapitel 3.2 durch die Gleichungen (3.16) bis (3.19) erbracht. Hier wurde gezeigt, dass der maximale unbedingte Erwartungsnutzen für das informativere System nicht kleiner sein kann als der entsprechende Erwartungsnutzen des weniger informativen Systems. Der Nachweis, dass der Erwartungswert einer in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten konvexen Funktion $F(\cdot)$ für das nach Blackwell informativere System nicht geringer ist als der Wert für das weniger informative System erfolgt analog. Damit wurde gezeigt, dass aus einem höheren Informationsgehalt nach Blackwell folgt, dass das informativere System eine Erwartungswert-neutrale Spreizung des weniger informativen Systems darstellt.¹⁷⁵ Da eine Erwartungswert-neutrale Spreizung eine spezielle Form der stochastischen Dominanz darstellt folgt ebenfalls, dass durch den Blackwell-Zusammenhang zwischen zwei Systemen stochastische Dominanz zweiter Ordnung impliziert wird.¹⁷⁶ \square

Auch der Vergleich von Informationssystemen auf Basis ihrer Präzision gemäß Definition 3.3.5 in Kapitel 3.3 steht in einem engen Zusammenhang zur Streuung der bedingten Wahrscheinlichkeiten eines Informationssystems. Bei dem Vergleich von Informationssystemen gemäß Definition 3.3.5 erfolgt der Vergleich auf Basis der Verteilung der signalabhängigen bedingten Erwartungswerte eines Informationssystems. Zunächst wird deutlich, dass der Vergleich der Streuung von zwei Verteilungen nach Bickel und Leh-

¹⁷³Durch den Index des Erwartungswertes wird gekennzeichnet, auf Basis welches Informationssystems der Erwartungswert ermittelt wird.

¹⁷⁴Vgl. Beweis zum Nachweis der Konvexität des maximalen Erwartungsnutzens eines Informationssystems in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten in Kapitel 2.2.2.1.

¹⁷⁵Vgl. Gollier (2001): S. 370, Lawrence (1999): S. 201 f. und Marschak/Miyasawa (1968): S. 155 ff.

¹⁷⁶Vgl. Athey/Levin (2001): S. 12 ff., Levy (2006): S. 257 ff. und Rothschild/Stiglitz (1970): S. 227 ff.

mann¹⁷⁷ identisch ist mit dem Vergleich der Präzision gemäß Definition 3.3.5. Bezogen auf den Vergleich von Informationssystemen auf Basis der Bickel-Lehmann Dispersion, wird die Streuung der Umkehrfunktion der bedingten Verteilungsfunktionen für zwei Informationssignale betrachtet, was äquivalent ist zum Vergleich der Streuung der Verteilung der signalabhängigen bedingten Erwartungswerte, $V_I^*(a^*(\tilde{y}))$. Das Informationssystem mit der größeren Streuung der bedingten Erwartungswerte im Sinne der Bickel-Lehmann Dispersion ist das informativere System.¹⁷⁸ Eine größere Bickel-Lehmann Dispersion ist äquivalent zur stochastischen Dominanz zweiter Ordnung¹⁷⁹ in Bezug auf die Verteilungen der bedingten Erwartungswerte der beiden betrachteten Informationssysteme. In Verbindung mit Satz 3.3.4 und dem bereits erbrachten Nachweis der Konvexität des unbedingten Erwartungsnutzens eines Informationssystems, folgt aus einer stärkeren Bickel-Lehmann Dispersion der bedingten Verteilungen von I_1 im Vergleich zu I_2 , dass der unbedingte Erwartungsnutzen von System I_1 größer ist als der unbedingte Erwartungsnutzen von System I_2 .¹⁸⁰ Werden zwei Informationssysteme betrachtet, die die gleichen Priori-Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten eines Umweltzustandes haben, kann gefolgert werden, dass aus der stärkeren Bickel-Lehmann Dispersion von System I_1 und dem höheren Erwartungsnutzen für das präzisere System, aufgrund der stochastischen Dominanz zweiter Ordnung, System I_1 eine Erwartungswert-neutrale Spreizung von I_2 darstellen muss.¹⁸¹

Die Vergleiche von Informationssystemen nach Blackwell und auf Basis der Entropie- bzw. auf Basis der Unsicherheitsfunktion können ebenfalls jeweils auf die Streuung der Wahrscheinlichkeiten zurückgeführt werden. Eine Erhöhung der Streuung der Wahrscheinlichkeiten der Verteilung führt bei beiden Ansätzen tendenziell zu einer Erhöhung des Informationsgehalts.^{182 183} Bei der Verwendung von Unsicherheitsfunktionen zur Analyse bedeutet ein höherer Informationsgehalt einer Verteilung einen geringeren Wert der Unsicherheitsfunktion. Die Unsicherheitsfunktion ist konkav in den Wahrscheinlichkeiten der Verteilung und der geringere Wert der Unsicherheitsfunktion für die informativere Verteilung im Vergleich zu weniger informativen Verteilung wird als

¹⁷⁷Vgl. Definition B.3 in Anhang B.3.

¹⁷⁸Vgl. Ganuza/Penalva (2010): S. 1011.

¹⁷⁹Vgl. Definition B.5 in Anhang B.5.

¹⁸⁰Vgl. Diamond/Stiglitz (1974): S. 338 ff. und Landsberger/Meilijson (1994): S. 104 ff.

¹⁸¹Vgl. Lemma B.1 in Anhang B.6 sowie Satz 3.3.4 in Kapitel 3.3.

¹⁸²Vgl. Kapitel 3.1 und Kapitel 3.2.

¹⁸³Die Entropie-Funktion stellt eine Konkretisierung einer Unsicherheitsfunktion dar. (Vgl. DeGroot (1970): S. 429 ff.)

eine Reduktion des Risikos der unsicheren Variablen in größerem Umfang aufgefasst.¹⁸⁴ Ist ein System informativer im Sinne des Ansatzes von Blackwell gemäß Definition 3.2.1, so führt dies zu einer Erhöhung des Erwartungswertes einer in den Eintrittswahrscheinlichkeiten konvexen Funktion.¹⁸⁵ Beide Informationskriterien treffen Aussagen über die Auswirkung einer Verbesserung des Informationsstandes auf den Erwartungswert einer konvexen bzw. konkaven Funktion. Wird die Entropie-Funktion für den Vergleich des Informationsgehalts von zwei Informationssystemen, I_1 und I_2 , verwendet, ist der Erwartungswert der Entropie-Funktion der bedingten Wahrscheinlichkeiten der Systeme, $H(p(\tilde{s}|\tilde{y}))$, für das informativere System geringer. Da die Entropie-Funktion eine Unsicherheitsfunktion darstellt und deshalb konkav in den bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten ist, gilt die Relation von Satz 3.1.1 bzw. Satz 3.1.2 in umgekehrter Richtung, wenn eine konvexe Funktion bzw. eine Funktion, deren Erwartungswert konvex in den bedingten Wahrscheinlichkeiten ist, unterstellt wird.¹⁸⁶ Ist eine Funktion $L(\cdot)$ konkav, so ist die Funktion $-L(\cdot)$ konvex.

Folglich führt die Multiplikation der Gleichungen (3.5) und (3.7) mit dem Faktor -1 zu einer Umkehrung der Kleiner-Gleichzeichen und der Wert von $-H(p(\tilde{s}|\tilde{y}))$ bzw. der unbedingte Erwartungswert gemäß Gleichung (3.7) ist für das informativere System gleich bzw. nicht kleiner als der des weniger informativen Systems.¹⁸⁷ Aus diesen Überlegungen folgt, dass eine Verbesserung des Informationsstandes nach dem Ansatz Blackwell auch zu einer Verbesserung des Informationsstandes auf Basis des Vergleichs von Entropie- bzw. Unsicherheitsfunktionen führt.¹⁸⁸

Satz 3.4.2. *Werden zwei durch ihre Posteriori-Wahrscheinlichkeiten gegebenen Informationssysteme, I_1 und I_2 , mit den Informationssignalen, y und y' , verglichen, dann folgt aus $I_1 \succeq_{Black} I_2$ die Relation $H_1(p(\tilde{s}|\tilde{y})) \leq H_2(p(\tilde{s}|\tilde{y}'))$.*^{189 190}

Gemäß Satz 3.4.2 kann lediglich gefolgert werden, dass ein System, das informativer nach Blackwell ist, auch einen höheren durchschnittlichen Informationsgehalt auf

¹⁸⁴Vgl. DeGroot (1970): S. 429 ff.

¹⁸⁵Vgl. Definition 3.2.1 in Kapitel 3.2.

¹⁸⁶Vgl. Satz 3.1.1 in Kapitel 3.1 oder Lawrence (1999): S. 62 f. und 203 f. und Lindley (1956): S. 989 ff.

¹⁸⁷Vgl. Satz 3.1.1 und Satz 3.1.2 in Kapitel 3.1.

¹⁸⁸Vgl. Kihlstrom (1984): S. 21 ff., Goel/DeGroot (1979): S. 1067 ff., Lawrence (1999): S. 62 f. und 203 f. und Lindley (1956): S. 989 ff.

¹⁸⁹Vgl. Lawrence (1999): S. 62 f. und 203 f. und Lindley (1956): S. 989 ff. und Marschak (1971): S. 214 ff.

¹⁹⁰ $H(p(\tilde{s}|\tilde{y}))$ stellt den durchschnittlichen Informationsgehalt gemäß Definition 3.1.3 in Kapitel 3.1 dar.

Basis der Entropie-Funktion aufweist. Der umgekehrte Zusammenhang gilt nicht, da Beispiele ermittelbar sind, für die $H_1(p(\tilde{s}|\tilde{y})) \leq H_2(p(\tilde{s}|\tilde{y}'))$ gilt, aber der Blackwell-Zusammenhang zwischen den Systemen I_1 und I_2 nicht besteht.¹⁹¹

Für den Vergleich von Informationssystemen auf Basis der Ansätze von Lehmann¹⁹² und dem Ansatz von Blackwell¹⁹³ kann keine allgemeine Äquivalenz hergeleitet werden. Ein wichtiger Faktor für diese Tatsache ist die Einschränkung der Anwendung des Informationskriteriums von Lehmann auf Funktionen, die die MLR Eigenschaft aufweisen. Diese Anforderung besteht bei der Anwendung des Ansatzes von Blackwell nicht. Soll eine Vereinbarkeit für beide Konzepte hergeleitet werden, können daher nur Informationssysteme betrachtet werden, deren Verteilungen die MLR Eigenschaft aufweisen.¹⁹⁴ Nur für den Fall, dass der unsichere Umweltzustand sowie das unsichere Informationssignal zwei Ausprägungen annehmen können und die Verteilungen der Informationssysteme die MLR Eigenschaft aufweisen, kann ein Zusammenhang für die Konzepte von Lehmann und Blackwell hergestellt werden.^{195 196}

Satz 3.4.3. *Werden zwei durch ihre Posteriori-Wahrscheinlichkeiten gegebenen Informationssysteme, I_1 und I_2 , mit den Informationssignalen, y und y' , verglichen und weisen beide Systeme die MLR Eigenschaft auf, dann gilt für den Fall, dass der Umweltzustand und das Informationssignal nur zwei Ausprägungen annehmen kann:¹⁹⁷*

$$I_1 \succeq_{Black} I_2 \Leftrightarrow I_1 \succeq_{Inf} I_2.$$

Zwischen dem Konzept der Majorisierung und dem Ansatz von Blackwell besteht ein enger Zusammenhang. Beide Ansätze treffen eine Aussage über den Effekt einer Erhöhung des Informationsgehalts auf eine in den Wahrscheinlichkeiten der Informationssysteme konvexen Funktion. Dabei wird bei beiden Ansätzen ein bestimmter Zusammenhang zwischen dem informativeren und dem weniger informativen System unterstellt. Das weniger informative System wird jeweils durch Multiplikation mit einer Übergangsmatrix aus dem informativeren System erhalten. Im Rahmen des Konzeptes der Majorisierung wird unterstellt, dass die Übergangsmatrix doppeltstochastisch

¹⁹¹Vgl. Lawrence (1999): S. 203 f., Lindley (1956): S. 996 und Marschak (1971): S. 214 f.

¹⁹²Vgl. Satz 3.3.7 in Kapitel 3.3.

¹⁹³Vgl. Satz 3.2.1 in Kapitel 3.2.

¹⁹⁴Vgl. Jewitt (2007): S. 8.

¹⁹⁵Vgl. Holden (2008): S. 18 ff., Jewitt (2007): S. 9 ff.

¹⁹⁶Der Beweis für den folgenden Satz 3.4.3 wird im Artikel von Ganuza und Penalva vorgestellt. (Vgl. Ganuza/Penalva (2010): S. 1027 f.)

¹⁹⁷Vgl. Ganuza/Penalva (2010): S. 1014 f. und Jewitt (2007): S. 6 ff.

ist. Bei Anwendung des Blackwell-Ansatzes wird eine spalten- bzw. zeilenstochastische Übergangsmatrix unterstellt. Bei beiden Ansätzen erfolgt eine Ermittlung der Wahrscheinlichkeiten des weniger informativen Systems auf Basis der Ermittlung der durchschnittlichen Wahrscheinlichkeiten des informativeren Systems. Der Prozess der Durchschnittsbildung basiert jeweils auf der Übergangsmatrix.¹⁹⁸ Wird das Konzept der Majorisierung auf Informationssysteme angewendet, d. h. auf Matrizen, deren Einträge bedingte Wahrscheinlichkeiten darstellen, wird der Zusammenhang der beiden Konzepte deutlich.¹⁹⁹ Wird unterstellt, dass die betrachteten Informationssysteme die gleichen Priori-Wahrscheinlichkeiten für die Umweltzustände implizieren, unterscheiden sich der Ansatz von Blackwell und das Konzept der Majorisierung von Matrizen nur durch die Anforderungen an die Übergangsmatrizen. Die Verwendung einer doppeltstochastischen Übergangsmatrix im Rahmen der Majorisierung beinhaltet damit die beiden Unterscheidungen für die jeweiligen bedingten Wahrscheinlichkeiten der Informationssysteme im Rahmen des Blackwell-Ansatzes. Folglich ist ein Informationssystem I_1 , das ein anderes System I_2 majorisiert auch informativer im Sinne der Definition von Blackwell. Aufgrund der einfachstochastischen Übergangsmatrix folgt aus einem höheren Informationsgehalt von System I_1 nach Blackwell nicht zwingend, dass I_1 das System I_2 majorisiert.²⁰⁰

Eine andere Möglichkeit einen Zusammenhang zwischen dem Blackwell-Ansatz und der Majorisierung herzustellen ist die Betrachtung der sogenannten multivariaten, p- bzw. r-Majorisierung²⁰¹, bei der es sich um eine spezielle Form der Majorisierung handelt, die weniger restriktive Anforderungen an die Übergangsmatrix stellt. Bei dieser Form der Majorisierung wird u. a. eine nur einfachstochastische Übergangsmatrix gefordert. Insbesondere bezogen auf den Vergleich von Informationssystemen auf Basis der Likelihood-Wahrscheinlichkeiten besteht eine Verwandtschaft der beiden Konzepte.²⁰²

Wie bereits in Satz 3.4.1 gezeigt, ist der Zusammenhang zwischen zwei Informationssystemen auf Basis des Blackwell-Ansatzes äquivalent zu einer Erwartungswert-neutralen

¹⁹⁸Vgl. Definition 3.2.1 in Kapitel Blackwell sowie Satz 3.3.1 in Kapitel 3.3.

¹⁹⁹Zum Vergleich des Informationsgehalts von Informationssystemen kann z. B. die Matrix-Majorisierung oder auch unter Einschränkung auf durch Likelihood-Wahrscheinlichkeiten gegebene Informationssysteme die p-Majorisierung verwendet werden. (Vgl. z. B. Marshall/Olkin (1979): S. 417 ff. sowie 429 ff. oder Pería et al. (2005): S. 350 ff.)

²⁰⁰Vgl. Goel/Ginebra (2003): S. 534 und Safra/Sulganik (1995): S. 215.

²⁰¹Die Bezeichnungen für diese Form der Majorisierung variieren in der Literatur. (Vgl. Borcea (2007): S. 3211 ff., Joe (1990): S. 288, Marshall/Olkin (1979): S. 417 ff.)

²⁰²Vgl. z. B. Borcea (2007): S. 3211 ff., Burtea (2010): S. 93, Joe (1990): S. 288 ff., Marshall/Olkin (1979): S. 417 ff.

Spreizung der Verteilungen des informativeren Systems im Vergleich zum weniger informativen System.²⁰³ Im vorherigen Absatz wurde zudem erläutert, dass der Blackwell-Ansatz und die Majorisierung zwei nahezu äquivalente Ansätze sind. Folglich ist die Existenz eines Zusammenhangs zwischen dem Konzept der Majorisierung und dem Ansatz von Erwartungswert-neutralen Spreizungen naheliegend.

Satz 3.4.4. *Seien I_1 und I_2 zwei durch ihre Posteriori-Wahrscheinlichkeiten gegebenen Informationssysteme, die jeweils die gleichen unbedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten der Umweltzustände $p(s_i)$, mit $i = 1, \dots, N$, implizieren, dann gilt:*²⁰⁴

$$I_1 \succeq_{MAJ} I_2 \Rightarrow I_1 \succeq_{MPS} I_2 \Leftrightarrow I_1 \succeq_{SSD} I_{2,p(s|y')}.$$

Beweis Der Beweis von Satz 3.4.4 erfolgt analog zu dem Beweis von Satz 3.4.1 in diesem Kapitel. Aufgrund der Majorisierung von System I_2 durch System I_1 ist der Erwartungsnutzen von System I_1 nicht geringer als der von System I_2 .²⁰⁵ Durch Lemma B.1 in Anhang B.6 wurde gezeigt, dass jede Erwartungswert-neutrale Spreizung einer Zufallsvariablen zu einer Erhöhung des Erwartungswertes einer in den Wahrscheinlichkeiten konvexen Funktion führt bei unverändertem Erwartungswert der Zufallsvariablen.²⁰⁶ Bei dem Vergleich von zwei Informationssystemen wird angenommen, dass beide Systeme die gleichen Priori-Wahrscheinlichkeiten aufweisen und somit die unbedingten Erwartungswerte über \tilde{s} gleich sind.²⁰⁷ In Verbindung mit Lemma B.1 in Anhang B.6 folgt dann aus einem höheren unbedingten Erwartungswert des Nutzens für das informativere System, I_1 , aufgrund des Majorisierungszusammenhangs sowie der Konvexität des Erwartungsnutzens, dass I_1 eine Erwartungswert-neutrale Spreizung von I_2 darstellen muss.²⁰⁸ Da eine Erwartungswert-neutrale Spreizung eine spezielle Form der stochastischen Dominanz zweiter Ordnung darstellt, wird Aussage (iii) durch Aussage (ii) impliziert.²⁰⁹ \square

²⁰³Vgl. z. B. Kim (1995): S. 96 ff.

²⁰⁴Vgl. Rothschild/Stiglitz (1970): S. 227 ff., Egozcue/Wong (2010): S. 896 f., Levy (1992): S. 556 ff. oder Marshall/Olkin (1979): S. 435.

²⁰⁵Vgl. Satz in Kapitel 3.3.

²⁰⁶Vgl. z. B. Diamond/Stiglitz (1974): S. 338 ff., Fishburn (1974): S. 143 oder Levy (1992): S. 556 ff.

²⁰⁷Durch den Index des Erwartungswertes wird gekennzeichnet, auf Basis welches Informationssystems der Erwartungswert ermittelt wird.

²⁰⁸Vgl. Beweis zum Nachweis der Konvexität des maximalen Erwartungsnutzens eines Informationssystems in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten in Kapitel 2.2.2.1.

²⁰⁹Vgl. Levy (2006): S. 257 ff. und Rothschild/Stiglitz (1970): S. 227 ff.

Kapitel 4

Gestaltung des Risikos der CO₂ - Emissionskosten

Das folgende Kapitel umfasst zwei Teile. In den Kapiteln 4.1.1 und 4.1.2 werden der deutsche Strommarkt, seine Regulierung und dessen Entwicklung sowie der europäische und internationale Markt für CO₂-Emissionszertifikate vorgestellt. Es werden insbesondere die Prozesse der Entstehung und die Funktionsweise des Marktes für CO₂-Emissionszertifikate erläutert.

Im zweiten Teil des Kapitels wird ein mathematisches Modell vorgestellt, mit dessen Hilfe das Entscheidungsverhalten eines stromerzeugenden Unternehmens untersucht wird. Von besonderem Interesse ist dabei die Berücksichtigung eines unsicheren Preises für die Emission von CO₂. In Kapitel 4.2.1 werden zunächst die Annahmen des Modells des Stromerzeugers vorgestellt und die Entscheidung über die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren Gas und Kohle unter Preissicherheit bzgl. CO₂-Emissionszertifikate betrachtet. Im Rahmen von Kapitel 4.2.2 wird das im vorherigen Kapitel vorgestellte Modell um Unsicherheit bzgl. der CO₂-Emissionszertifikate erweitert und die Entscheidung über die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren mit den optimalen Verwendungsmengen unter Sicherheit aus Kapitel 4.2.1 verglichen. Zudem wird untersucht, wie sich die optimalen Verwendungsmengen z. B. durch eine Erhöhung der Fixkosten, der Risikoaversion oder durch eine Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der unsicheren Preise der CO₂-Emissionszertifikate verändern. In Kapitel 4.2.3 wird die Beeinflussung der optimalen Entscheidung über die Verwendung der Produktionsfaktoren und der Stromerzeugung durch die Existenz eines Termin-

marktes untersucht. Hierfür werden zunächst die Annahmen des Modells ergänzt und dann die optimale Produktionsfaktor- sowie die Absicherungsentscheidung untersucht.

4.1 Der deutsche Strommarkt und der Markt für CO₂-Zertifikate

4.1.1 Der deutsche Strommarkt

Strom weist physische Besonderheiten auf, die dieses Gut von anderen Gütern abgrenzen und somit den Handel bzw. die Preisbildung beeinflussen. Die Qualität und die Eigenschaften sind unabhängig von seiner Art der Erzeugung bzw. der zur Erzeugung verwendeten Produktionsfaktoren, so dass Strom ein homogenes Gut darstellt.¹ Der Transport von Strom ist leitungsgebunden und erfolgt über Verbundnetze. In Abhängigkeit der Spannungsebene unterscheidet man Hoch-, Mittel- und Niederspannungsnetze. Die Netze sind ausschließlich zur Verteilung von Strom geeignet. Der Begriff Verbundnetz basiert auf der Verbindung von einzelnen Stromübertragungsnetzen zu einem flächendeckenden Netz. Das europäische Verbundnetz reicht bis an die Grenze von Weißrussland und der Ukraine.² Mit einer Zunahme der Übertragungsstrecke gehen Energieverluste einher. Diese Verluste sind für niedrige Spannungsebenen höher als für höhere Spannungsebenen. In Deutschland beträgt die durchschnittliche Übertragungsentfernung etwa 100 Kilometer. Trotz dieser eher geringeren Übertragungsstrecke im Vergleich zur Länge des Stromnetzes, sind Verbundnetze für die Sicherstellung der Stromversorgung wichtig, da im Fall eines Ausfalls einer Stromerzeugungseinheit Strom z. B. aus einem weiter entfernten Kraftwerk bezogen werden kann. Verbundnetze erhöhen folglich die Versorgungssicherheit. Zudem erfordert der Bau von Kraftwerken, die eine hohe Leistung produzieren, einen großen Absatzmarkt, so dass der produzierte Strom auch weiter entfernte Abnehmer erreichen muss.^{3 4} Eine weitere charakteristische

¹Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 292 f. oder Monjau/Vollmer (2015): S. 41.

²Die Verbindung von nationalen Stromnetzen wurde in Europa durch die Bildung der Union of Coordination of Transmission of Electricity im Jahr 1951 maßgeblich vorangetrieben. (Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): S. 296.)

³Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 295 ff.

⁴Das europäische Verbundnetz ermöglicht folglich auch den Import und Export von Strom in andere Länder. So wurden im Jahr 2014 14.799 Terawattstunden aus Frankreich importiert und 24.129 Terawattstunden in die Niederlande exportiert. (Vgl. Arbeitsgemeinschaft Energiebilanzen e.V. (2014a): S. 7.1.)

Eigenschaft von Strom ist die stark eingeschränkte Speicherbarkeit. Konsumenten von Strom haben typischerweise einen variierenden Strombedarf, der z. B. tageszeit- oder jahreszeitabhängig sein kann. Die zeitliche Abhängigkeit des Strombedarfs hängt auch von der Art der Verwendung ab, wie z. B. die Verwendung von Strom für Haushalte oder für das verarbeitende Gewerbe.⁵ Aufgrund der unterschiedlichen Nachfragerprofile ergeben sich Stromverbrauchsspitzen und Zeiträume, in denen der Verbrauch niedriger ist.⁶

Energie kann als potentielle Energie in Brennstoffen oder Wind enthalten sein sowie in Form von kinetischer Energie, z. B. bei der Rotation von Windrädern. Die physikalische Einheit, mit der Energie gemessen wird, ist Joule (1 Joule (J) = kg m²/s², mit kg = Kilogramm, m = Meter, und s = Sekunden).⁷ Produktionsfaktoren für die Erzeugung von Strom werden häufig nicht in Energieeinheiten gehandelt, sondern beispielsweise in Einheiten wie Tonnen bei Kohle oder Kubikmeter bei Gas. Physikalisch ist bekannt, in welchem Umfang Energie aus einem Brennstoff erzeugt werden kann. Der Umrechnungsfaktor wird als Heizwert bezeichnet und gibt die nutzbare Energie, gemessen in Joule oder Watt, an, die pro Handelseinheit des Brennstoffes erzielt werden kann. Durch Kenntnis des Heizwertes kann folglich aus dem Preis pro Handelseinheit direkt auf den Preis pro Einheit erzielbarer Energie geschlossen werden.⁸ Physikalisch wird Energie als Arbeitsleistung betrachtet. 1 Joule entspricht der Leistung einen Körper mit einem Gewicht von 102 Gramm um einen Meter anzuheben.⁹ Die Leistung pro Zeiteinheit wird durch die Einheit Watt erfasst und entspricht einer Energie von 1000 J/s ($\hat{=}$ kg m²/s³). Steht die Leistung von einem Kilowatt (KW), d. h. 1.000 Watt, für eine Stunde zur Verfügung, entspricht dies der Energie von einer Kilowattstunde (KWh).¹⁰ Die umgangssprachliche Formulierung des Verbrauchs von Strom ist in physikalischer Hinsicht falsch, da in einem geschlossenen System die Menge an Energie nicht verändert werden kann, sondern lediglich die Erscheinungsform von Energie verändert wird.¹¹

⁵Im Jahr 2013 wurden jeweils 28,3% des gesamten Stromverbrauchs in Deutschland für die Sektoren Verkehr und Bergbau sowie verarbeitendes Gewerbe verwendet. 28,2% des Verbrauchs entfielen auf Haushalte und 15,2% auf den Sektor Gewerbe, Handel und Dienstleistungen. (Vgl. Statista GmbH (2015).)

⁶Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 294 ff. oder Zhaoguang/Zheng (2013): S. 4 ff.

⁷Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): S. 16 f.

⁸Vgl. Konstantin (2013): S. 3.

⁹Vgl. Ströbele et al. (2012): S. 4.

¹⁰Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): S. 16 f.

¹¹Dies ist die Kernaussage des ersten Satzes der Thermodynamik. (Vgl. z. B. Ströbele et al. (2012): S. 6.)

Strom stellt eine spezielle Form der Energie dar, die aus Energieträgern gewonnen wird. Energie kann in chemischer Form gebunden sein, wie z. B. Braun- und Steinkohle, Gas sowie Öl oder in anderen Energieträgern, wie z. B. Wasserdampf, Wind, Sonnenstrahlung oder heißem Wasser. Eine weitere Art Energie zu erzeugen bzw. freizusetzen ist die Kernspaltung. Bei dieser Art der Energieerzeugung werden radioaktive Stoffe verwendet, die den Energieträger darstellen. Die Erzeugung von Strom durch Nutzung von fossilen Energieträgern und der Kernenergie basiert dabei auf thermischen Kraftwerken, bei denen durch freigesetzte Wärme Turbinen angetrieben werden, die wiederum Strom erzeugen. Bei der Erzeugung von Strom aus erneuerbaren Energien werden Windräder, Wasserkraftwerke oder Photovoltaikanlagen verwendet. Der Prozess der Stromerzeugung stellt folglich einen chemischen bzw. physikalischen Vorgang dar, bei dem Energie in eine andere Form umgewandelt wird.¹² Insbesondere fossile Energieträger stellen ein knappes Gut dar und sind nur beschränkt bzw. nur noch mit einer eingeschränkten Dauer verfügbar. Fossile Energieträger werden zwar natürlich regeneriert, dieser Prozess dauert aber mehrere Millionen Jahre. Aus diesem Grund wird stetig versucht neue Gas- oder Kohlevorkommen zu erschließen und zu fördern.¹³

Im Gegensatz zu fossilen Brennstoffen sind erneuerbare Energien uneingeschränkt nutzbar bzw. erzeugt die Nutzung keine Verringerung der Vorkommen. Die zeitlich eingeschränkte Nutzbarkeit von fossilen Brennstoffen in Kombination mit der im Vergleich zur Nutzung von erneuerbaren Energien hohe erzeugte Umweltverschmutzung, z. B. durch CO₂-Emission, machen erneuerbare Energien attraktiv.¹⁴ Für eine sinnvolle Nutzung der erneuerbaren Energien müssen die technischen Voraussetzungen erfüllt sein, beispielsweise die geografische Möglichkeit zur Installation von Windrädern oder Photovoltaikanlagen sowie die Verbindung zu einem Stromnetz.¹⁵ Aufgrund der tendenziell geringeren Umweltbelastung werden erneuerbare Energien gefördert, z. B. durch eine Subventionierung der Stromerzeugungsanlagen oder durch eine Förderung der Einspeisung von Strom.¹⁶

¹²Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 298 ff., Steger et al. (2008): S. 38 f. oder Ströbele et al. (2012): S. 244 ff.

¹³Vgl. Ströbele et al. (2012): S. 244 ff.

¹⁴Vgl. Ströbele et al. (2012): S. 204 ff.

¹⁵Ein Beispiel, das die Probleme der Nutzung erneuerbarer Energie verdeutlicht, sind Windkraftwerke auf dem offenen Meer. Die Windstärken sind hier häufig höher als auf dem Festland, jedoch ist die Installation sowie die Anbindung an ein Stromnetz mit hohen Kosten verbunden. Zudem ist die Möglichkeit der Durchführung von Wartungs- oder Reparaturarbeiten unter Umständen nur bedingt möglich. (Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 141 ff. und Ströbele et al. (2012): S. 214 f.)

¹⁶Ein Beispiel für die Förderung von aus erneuerbaren Energien erzeugtem Strom ist das Erneuerbare-

Die Nachfrage nach Strom kann als unelastisch bzgl. des Strompreises bezeichnet werden, da der Konsum durch die spezifische Nutzung von Strom nur bedingt flexibel ist. Dies trifft insbesondere auf den Stromkonsum von Haushalten zu. Wird beispielsweise in der Nacht eine Beleuchtung benötigt, kann die Nutzung nicht auf die Mittagszeit verschoben werden, bis Strom z. B. durch Solarenergie erzeugt werden kann. Aus der zeitlich nicht flexiblen Nachfrage resultiert eine Preisunelastische Nachfrage. Unternehmen sind hingegen flexibler in der Lage, Strom selbst herzustellen, z. B. durch Verbrennung von Öl, Benzin oder Erdgas, oder den Energieverbrauch, durch Umstieg auf verbrauchseffizientere Anlagen, zu reduzieren. Dennoch kann insgesamt die Stromnachfrage als unelastisch bezeichnet werden. Aufgrund der relativ schwachen Preisabhängigkeit der Stromnachfrage erfolgt der Ausgleich zwischen Angebot und Nachfrage durch kurzfristige Anpassungen auf der Angebotsseite.¹⁷ ¹⁸ Die Höhe der Nachfrage ist Tages- und Jahreszeitabhängig. Gleichzeitig sind aber auch nationale Faktoren für die Nachfrage relevant, wie z. B. die industrielle Struktur, der technische Entwicklungsstand, regionale witterungsbedingte Unterschiede, das Exportvolumen von Strom oder das Bewusstsein von Konsumenten für eine effiziente Verwendung von Strom.¹⁹ Insbesondere die steigende Verwendung von elektronischen Geräten hat einen erhöhenden Effekt auf den Stromverbrauch. Demgegenüber stehen Effizienzsteigerungen der Stromverbraucher, die zum Teil regulatorisch vorangetrieben werden.²⁰ ²¹ Für Unternehmen stellt Strom einen wichtigen Produktionsfaktor dar, da dieser häufig für die Produktion oder den Prozess der Leistungserstellung benötigt wird. Die Bereitstellung von Strom mit einer hohen Versorgungssicherheit zu angemessenen und konstanten Preisen ist folglich ein wichtiges Element für die Wettbewerbsfähigkeit von Unternehmen

Energien-Gesetz (EEG), das im Jahr 2000 eingeführt und im Jahr 2014 zuletzt überarbeitet wurde. (Vgl. Bundesgesetzblatt (2014).) Zudem existieren Förderungen, die z. B. die Anschaffung von Photovoltaikanlagen auf Basis der Richtlinie zur Förderung von Maßnahmen zur Nutzung erneuerbarer Energien im Wärmemarkt subventionieren. (Vgl. Bundesanzeiger (2012).) Diese Förderungen werden beispielsweise von der Bundesanstalt für Wirtschaft und Ausfuhrkontrolle durchgeführt. (Vgl. www.bafa.de/bafa/energie/erneuerbare-energien/ (Stand: 17.01.2015).)

¹⁷Vgl. z. B. Aichele (2012): S. 9 f., Erdmann/Zweifel (2008): S. 294 ff. oder Harges/Uhly (2007): S. 155 ff.

¹⁸Für Stromerzeuger und Regulatoren besteht aufgrund der ungleichen Verteilung der Stromnutzung der Anreiz die maximale Nutzung in den Hauptnutzungszeiten zu verringern und auf Zeiträume geringeren Stromkonsums zu verschieben. Dies kann durch preisliche Anreize erzielt werden, durch effizientere Stromnutzung oder Speicherung. (Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): S. 294 oder Zhao-guang/Zheng (2013): S. 16 ff.)

¹⁹Vgl. z. B. Burger et al. (2007): S. 132 ff. oder Ströbele et al. (2012): S. 242 ff.

²⁰Vgl. Richtlinie 2012/27/EU des Europäischen Parlaments und des Rates vom 25. Oktober 2012 zur Energieeffizienz, zur Änderung der Richtlinien 2009/125/EG und 2010/30/EU und zur Aufhebung der Richtlinien 2004/8/EG und 2006/32/EG. (Vgl. Europäisches Parlament (2012).)

²¹Vgl. z. B. Aichele (2012): S. 9 f., Maubach (2014): S. 251 ff. oder Steger et al. (2008): S. 25 ff.

im internationalen Vergleich.²²

Das Stromangebot wird durch die Anzahl der stromerzeugenden Kraftwerke bestimmt.²³ Die Leistung eines Kraftwerks wird durch die installierte Leistung in Megawatt (MW) gemessen. In Abhängigkeit der Anzahl der möglichen Stunden, die das Kraftwerk im Jahr erzeugt, ergibt sich die Jahresleistung in Megawattstunden (MWh). Die maximale Stundenzahl von 24 Stunden am Tag über das Jahr hinweg entspricht 8.760 Stunden und wird planmäßig durch kraftwerksabhängige Reparatur- und Wartungszeiten sowie ungeplante Ausfallzeiten verringert.²⁴ ²⁵ Des Weiteren wird die Laufzeit eines Kraftwerkes durch seine Einsatzplanung zur gesamten Stromerzeugung beeinflusst. Die Reihenfolge, mit der Stromerzeugungskraftwerke zur Bedienung der Nachfrage eingesetzt werden, hängt wesentlich von den Grenzkosten der Kraftwerke ab. Andere technische Nebenbedingungen, wie z. B. die Zeit, die die Aktivierung eines Kraftwerkes benötigt, sind ebenfalls relevant.²⁶ Kurzfristig wird die Einsatzreihenfolge von Stromerzeugungskraftwerken auf Basis der Grenzkosten durch die sog. Merit-Order abgebildet. Die Merit-Order bildet grafisch die Reihenfolge ab, mit der Kraftwerke gemäß ihrer Grenzkosten zur Stromerzeugung und zur Bedienung der Nachfrage eingesetzt werden.²⁷ Die Bestandteile, die die Grenzkosten eines Kraftwerks bestimmen, sind die Kosten der Brennstoffe, die Kosten für das An- und Abfahren eines Kraftwerkes, fiskalische Belastungen wie z. B. Steuern, regulatorische Kosten wie z. B. die Kosten der CO₂-Emission und weitere variable Betriebskosten.²⁸ Die folgende Abbildung stellt eine für Deutschland typische Merit-Order dar.²⁹

²²Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 7, Ströbele et al. (2012): S. 12 f. oder Zhaoguang/Zheng (2013). S. 10 ff.

²³Kraftwerke zur Stromerzeugung sind z. B. thermische Kraftwerke bzw. Dampfturbinenkraftwerke, bei denen durch die Verbrennung von fossilen Energieträgern oder Kernspaltung Wasser in einem Kreislauf erhitzt wird, Gasturbinenkraftwerke, bei denen eine stromerzeugende Turbine durch die Verbrennung von Gas angetrieben wird, Gas- und Dampfkraftwerke, die eine Kombination der beiden zuvor genannten Kraftwerkstypen darstellen, Wasserkraftwerke und Windkraftanlagen, bei denen kinetische Energie aus der Bewegung von Wasser durch Turbinen bzw. Wind in Strom umgewandelt wird, sowie Solarstromanlagen, die Strom auf verschiedene Arten aus Sonnenlicht erzeugen. (Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 298 ff. oder Ströbele et al. (2012): S. 243 ff.)

²⁴Es werden 365 Jahrestage unterstellt.

²⁵Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): S. 300 f. und Monjau/Vollmer (2015): S. 46 f.

²⁶Vgl. Ströbele et al. (2012): S. 248 f. oder Monjau/Vollmer (2015): S. 46 f.

²⁷Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): S. 303 f., Große/Heymann (2015): S. 279, Konstantin (2013): S. 312 und Malcher/Puffe (2015): S. 23.

²⁸Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 303 f.

²⁹Vgl. Ströbele et al. (2012): S. 250.

³¹In Anlehnung an: Erdmann/Zweifel (2008): S. 304 und Ströbele et al. (2012): S. 250.

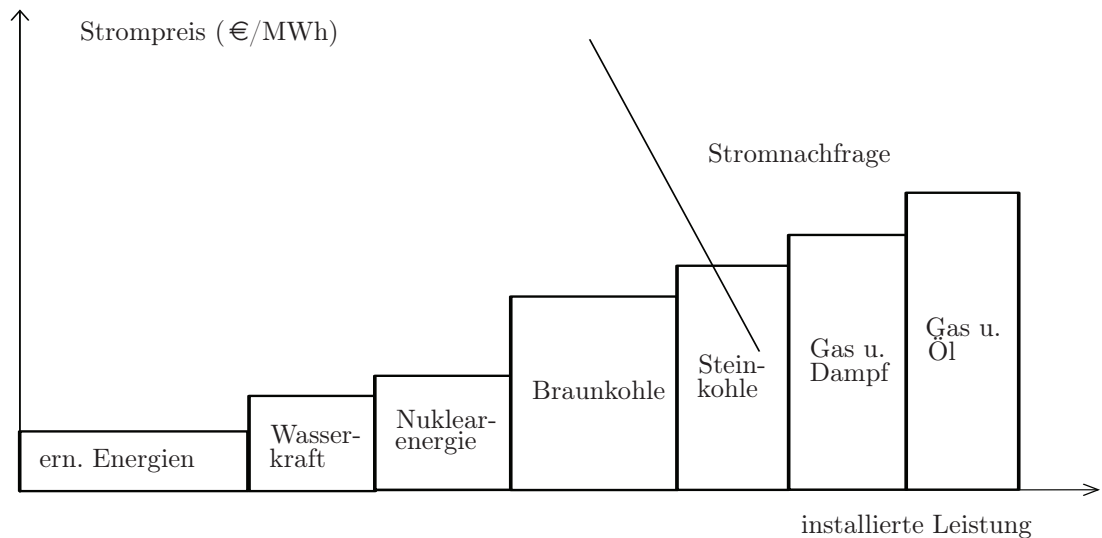


Abbildung 4.1: Die Merit-Order der deutschen Stromerzeugungskraftwerke.³¹

Die variablen Kosten der erneuerbaren Energien und von Wasserkraftanlagen sind aufgrund der fehlenden Kosten für Brennstoffe am niedrigsten. Auch für die Stoffe zum Betrieb von Kernkraftwerken fallen relativ geringe Kosten an.^{32 33} Kraftwerke, die Strom durch verschiedene Prozesse der Verbrennung von fossilen Brennstoffen erzeugen, haben höhere Grenzkosten im Vergleich zu den erneuerbaren Energien. In Abhängigkeit der Brennstoffe variieren die Grenzkosten durch unterschiedliche Kosten des Energieträgers sowie durch die variierende CO₂-Emission, für die ebenfalls Kosten anfallen. Der Einsatz der Kraftwerke erfolgt in Abhängigkeit der Nachfrage, unter Berücksichtigung der technischen Möglichkeiten der Nutzung, wie An- und Abfahrzeiten. Im Jahr 2013

³²Nach dem Ende der Nutzung von radioaktiven Brennstäben fallen Kosten für die Wiederaufbereitung der Brennstäbe an. Ist eine Aufbereitung nicht mehr möglich, müssen die abgebrannten Brennstäbe sehr langfristig und sicher gelagert werden, da die Brennstäbe weiterhin Strahlung abgeben. Die Kosten für Entsorgung und Strahlung werden üblicherweise nicht in den Grenzkosten berücksichtigt. Zudem sind Kosten, die im Fall eines Schadens eines Kernkraftwerks durch Verstrahlung entstehen können, nicht berücksichtigt. Die mit dem Unfallrisiko von Kernkraftwerken verbundenen Kosten können enorm sein, wie anhand des Vorfalls in Fukushima (Japan) deutlich wurde. (Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): S. 274 ff. und S. 279 ff. sowie Monjau/Vollmer (2015): S. 44 f.)

³³Im Jahr 2011 wurde nach dem Reaktorunfall in Fukushima der Ausstieg aus der Nutzung von Kernenergiekraftwerken bis zum Jahr 2022 durch die Regierung der Bundesrepublik Deutschland beschlossen. (Vgl. z.B. Maubach (2014): S. 9 ff. oder Monjau/Vollmer (2015): S. 44 f.) Die entsprechende Regierungserklärung ist abrufbar unter: www.bundesregierung.de/Content/DE/Bulletin/2011/06/59-1-bk-regerkl-bt.html (Stand: 11.01.2015).

wurden in Deutschland ca. 25,8% des Stroms durch die Verbrennung von Braunkohle, 23,5% aus der Nutzung von erneuerbaren Energien und 19,7% aus der Verbrennung von Steinkohle erzeugt. Der Anteil, der aus Kernenergie erzeugt wurde, beträgt 15,4%. Die restlichen ca. 16% wurden beispielsweise aus Erdgas oder Öl gewonnen.^{34 35}

Eine Herausforderung für den Strommarkt im Zusammenhang mit einem hohen Anteil von erneuerbaren Energien bei der Stromerzeugung entsteht durch den Bedarf an Reservekapazitäten. Bei viel Wind und hoher Sonneneinstrahlung ist die Einspeisung sowie die Abdeckung des Strombedarfs hoch und entsprechend der Merit-Order werden andere Kraftwerke nur in geringem Umfang benötigt. Tritt dieser Zustand häufig auf, reduziert dies aufgrund der geringen Auslastung über ein Jahr hinweg z. B. die Attraktivität ein Braunkohlekraftwerk zu betreiben. Um eine Versorgungssicherheit mit Strom zu gewährleisten, ist es jedoch notwendig, Reservekapazitäten in Form von Kraftwerken vorzuhalten, so dass ein Spannungsabfall im Stromnetz verhindert wird in Situationen, in denen aus erneuerbaren Energien nur wenig Strom eingespeist wird. Zudem werden Reservekapazitäten benötigt, um zu gewährleisten, dass der Strombedarf gedeckt werden kann bzw., um zu verhindern, dass am Strommarkt Preisspitzen durch Angebotsengpässe entstehen. Damit stehen die Interessen der Betreiber, Kraftwerke, die nur eine geringe Auslastung aufweisen, still zu legen und das allgemeine Interesse der Versorgungssicherheit oder der Strompreisstabilität im Widerspruch zueinander. Dieser Widerspruch würde durch eine weitere Erhöhung des Stroms aus erneuerbaren Energien tendenziell verstärkt und erfordert eine Umlegung der Kosten der Haltung von Reservekapazitäten auf den Konsumenten oder eine Toleranz für die Verringerung der Versorgungssicherheit und der Preisstabilität.^{36 37} Die schwankende Einspeisung

³⁴Vgl. Arbeitsgemeinschaft Energiebilanzen e.V. (2014b): S. 27 ff. und Monjau/Vollmer (2015): S. 41 ff.

³⁵Politisch wurde eine Verringerung des Anteils von Braunkohle an der Gesamterzeugung angestrebt, da diese Art der Stromerzeugung mit einer relativ hohen CO₂-Emission verbunden ist. Da aber der Marktpreis der Zertifikate, die zur Emission von einer Tonne CO₂ berechtigen, geringer als erwartet ist, können die emissionsärmeren Gas- und Dampfkraftwerke die Braunkohlekraftwerke in der Merit-Order nicht verdrängen. (Vgl. z. B. Monjau/Vollmer (2015): S. 42.)

³⁶Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): S. 315 ff., Dinand/Reuter (2006): S. 80 und Steger et al. (2008): S. 38 f.

³⁷Durch schwankende Nachfrage und die schwankende Einspeisung von Strom aus erneuerbaren Energien in Kombination mit einer zeitlich verzögert möglichen Aktivierung von Kraftwerken, die z. B. Braun-, Steinkohle oder Kernenergie nutzen, können bei großen Anstiegen der Nachfrage die Strompreise kurzfristig stark ansteigen. Diese Preissprünge übersteigen die Grenzkosten des jeweils teuersten Kraftwerkes der Merit-Order um ein Vielfaches. (Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): 305 ff. und Lang (2007): S. 101.) Um flexibel auf Nachfragespitzen reagieren zu können, ist es nötig, Reservekapazitäten vorzuhalten, die auch schnell zur Stromerzeugung genutzt werden können. Für diesen Zweck sind z. B. Gaskraftwerke mit ihren geringen Anfahrtszeiten geeignet. Gemäß Abbildung 4.1 weisen

von Strom z. B. durch erneuerbare Energie in Kombination mit der verzögerten Möglichkeit konventionelle Kraftwerke herunter zu fahren, kann auch zu einem Überangebot führen. In diesen Situationen treten negative Preise als Signal für den Markt auf, die Produktion zu drosseln. Da zum Teil die Abschaltung von konventionellen Kraftwerken mit höheren Kosten verbunden ist als die Kosten durch die negativen Strompreise für die Erzeuger, wird der negative Preis am Markt temporär toleriert.³⁸

Der produzierte Strom wird über Strombörsen an den Abnehmer vertrieben, so dass der Preis das über die Börsen ermittelte Ergebnis von Angebot und Nachfrage darstellt.³⁹ An der deutschen Strombörse kann Strom am Spotmarkt oder über den Terminmarkt gehandelt werden. Am Spotmarkt werden Zeiteinheiten der Strombelieferung für den gleichen Tag (Intraday) oder für den nächsten Tag (Day ahead) gehandelt. Die Kontrakte umfassen verschiedene Eigenschaften für die Dauer der Lieferung sowie der gelieferten Leistung. An der deutschen Strombörse EEX existieren beispielsweise Kontrakte mit einer Lieferdauer von einer oder 0,25 Stunden sowie Blockkontrakte über die Lieferung über mehrere Stunden hinweg. Die Blockkontrakte werden nach Baseload, d. h. Lieferung von einem Megawatt über 24 Stunden, und Peakload, d. h. Lieferung von einem Megawatt zwischen 8 Uhr und 20 Uhr, unterschieden.^{40 41} Die durchschnittlichen Preise für Base- und Peakload-Strom sowie ein gleichgewichtiger Preis für die verschiedenen Stundenkontrakte werden von der EEX täglich veröffentlicht.⁴² Der Preis, der sich am Strommarkt ergibt, hängt z. B. von der konjunkturellen Lage, der Tageszeit auf der Nachfrageseite und den Preisen der Produktionsfaktoren zur Stromerzeugung oder der Wetterlage, die für die Angebotsseite relevant ist ab.⁴³

Am Terminmarkt werden Kontrakte gehandelt, deren Stromlieferung erst zukünftig, z. B. in einer Woche, in einem Monat oder in einem Jahr erfolgt. Der Handel mit

diese Kraftwerke jedoch deutlich höhere Grenzkosten auf als z. B. Braunkohlekraftwerke. (Vgl. z. B. Monjau/Vollmer (2015): S. 46 f. und Abbildung 4.1.)

³⁸Vgl. z. B. Däuper et al. (2015): S. 82 ff.

³⁹Z. B. die Nord Pool Spot in Norwegen (<http://www.nordpoolspot.com>), New England Power Pool in den Vereinigten Staaten von Amerika (<http://www.nepool.com>), der EPEX in Frankreich (<http://www.epexspot.com>) oder der European Energy Exchange (EEX) in Deutschland (www.eex.com). (Vgl. z. B. Eydeland/Wolyniec (2003): S. 6, Malcher/Puffe (2015): S. 22 f. oder Ströbele et al. (2012): S. 255 ff.)

⁴⁰Andere Kontrakte sind z. B. EEX-Night (Lieferung von 0.00 bis 6.00 Uhr) oder EEX-Business (Lieferung von 8.00 bis 16.00 Uhr). (Vgl. European Energy Exchange (2015): S. 5 ff. und Konstantin (2013): S. 51.)

⁴¹Vgl. z. B. Konstantin (2013): S. 48 ff., Malcher/Puffe (2015): S. 20 ff. oder Ströbele et al. (2012): S. 256 f.

⁴²Vgl. Konstantin (2013): S. 56.

⁴³Vgl. z. B. Malcher/Puffe (2015): S. 24 ff.

Terminkontrakten kann über Börsen oder direkt zwischen zwei Vertragspartnern erfolgen.⁴⁴ An der EEX können Futures- und Optionskontrakte⁴⁵ gehandelt werden, die häufig zur Absicherung von Risiken genutzt werden.⁴⁶ Die an der EEX gehandelten Terminkontrakte sind hinsichtlich Lieferzeit, Lieferdauer, Lieferbeginn, Leistung sowie Lieferort standardisiert.⁴⁷ Die an der EEX gehandelten Terminkontrakte können zum Teil physisch durch Lieferung oder durch einen Barausgleich auf Basis der Differenz zwischen Terminpreis und dem am Abwicklungstag gültigen Spotpreis abgewickelt werden.^{48 49}

4.1.2 Die Regulierung des deutschen Strommarkts und der Markt für CO₂-Emissionszertifikate

Vor dem Beginn der Liberalisierung war der deutsche Strommarkt durch das Energiewirtschaftsgesetz aus dem Jahr 1935 geregelt und ermöglichte es einigen wenigen Anbietern Monopole für festgelegte Versorgungsgebiete zu etablieren.⁵⁰ Innerhalb eines Versorgungsgebietes existierte nur ein Anbieter, der auf dem wettbewerbslosen

⁴⁴Der Handel von Terminkontrakten zwischen zwei Vertragspartnern ohne die Einbeziehung einer Börse wird als Over-The-Counter Geschäft bezeichnet. (Vgl. z. B. Hull (2012): S. 59 ff.)

⁴⁵Futures und Forwards zählen zu den unbedingten Termingeschäften. Bei einer Option hat der Halter die Wahl von seinem Ausübungsrecht Gebrauch zu machen. Optionen zählen daher zu den bedingten Termingeschäften. (Vgl. Franke/Hax (2009): S. 370 f. und Hull (2012): S. 62 ff.)

⁴⁶Vgl. z. B. Burger et al. (2007): S. 28 f. oder Konstantin (2013): S. 53 ff.

⁴⁷An der EEX werden beispielsweise Week- Month- oder Weekend-Futures gehandelt. Die Futures können ebenfalls wieder nach Base- und Peakload unterschieden werden. (Vgl. European Energy Exchange (2015): S. 26 und Ströbele et al. (2012): S. 255 f.)

⁴⁸German-Power-Futures werden durch physische Lieferung zum vereinbarten Terminpreis abgewickelt. PHELIX-Futures zeichnen sich u. a. durch eine finanzielle Erfüllung aus. (Vgl. European Energy Exchange (2015): S. 26 und Ströbele et al. (2012): S. 255.)

⁴⁹Ein weiteres Element des deutschen Strommarktes stellt der Markt für Regelenergie dar. Regelenergie wird benötigt, um einen Spannungsabfall im Stromnetz zu verhindern, aufgrund von Ungleichgewichten von Einspeisung und Entnahme in bzw. aus dem Netz. Die Ungleichgewichte können z. B. durch den Ausfall von Kraftwerken, unerwartete Schwankungen der Einspeisungen aus erneuerbaren Energien oder durch überplanmäßige Entnahmen entstehen und würden ohne den Ausgleich durch Regelenergie zu einem Spannungsabfall führen. Die Beschaffung der Regelenergie in Form von bereitgehaltenen Reservekapazitäten zur Stromerzeugung erfolgt über Auktionen. (Vgl. Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (2014): S. 10 f., Erdmann/Zweifel (2008): S. 332 ff. oder Ströbele et al. (2012): S. 255 ff.)

⁵⁰Ziel des Gesetzes aus dem Jahr 1935 war der Schutz der Elektrizitätswirtschaft vor volkswirtschaftlich schädlichem Wettbewerb, da die regionalen Erzeuger sowie das Verteilungsnetz als natürliches Monopol betrachtet wurden. (Vgl. Reichsgesetzblatt (1935).) Ein natürliches Monopol zeichnet sich u. a. dadurch aus, dass ein auf diesem Markt erzeugtes Gut durch mehrere konkurrierende Anbieter nicht günstiger angeboten werden kann, als in der Situation, in der der Monopolist das Gut allein am Markt anbietet. (Vgl. Varian (2010): S. 451 ff.)

Markt gleichzeitig Erzeuger sowie Netzbetreiber war.⁵¹ Die Strompreise für den Vertrieb an den Endabnehmer wurden kostenbasiert sowie unter Berücksichtigung eines Gewinnaufschlags ermittelt und durch das Landwirtschaftsministerium genehmigt.⁵²

Durch die Einführung des Energiewirtschaftsgesetzes sollte die Liberalisierung und damit die Erhöhung des Wettbewerbs auf dem Elektrizitätsmarkt vorangetrieben werden.⁵³ ⁵⁴ Ein wesentliches Element war die gesetzlich verpflichtende Auflösung der vertikalen Strukturen der bisherigen Anbieter durch eine buchhalterische, organisatorische und möglichst auch eigentumsrechtliche Trennung der Erzeugung und des Vertriebs von Strom sowie dem Betrieb der Übertragungsnetze.⁵⁵ Durch die neue Regulierung sollte zudem ein diskriminierungsfreier Zugang zu den Verteilernetzen für neue Anbieter gewährleistet werden, um Markteintrittshemmnisse zu verringern und somit den Wettbewerb zu erhöhen.⁵⁶ Die Besitzer der Netze mussten anderen Akteuren den Netzzugang und die Netznutzung zu den gleichen Bedingungen und Kosten gewährleisten wie sie auch intern in Rechnung gestellt werden. Auf Basis dieses Ansatzes der Netznutzung sowie der Entflechtung der Energieunternehmen sollten Quersubventionen und Wettbewerbsverzerrungen unterbunden werden. Die Kriterien der diskriminierungsfreien Nutzung und Durchleitung wurden durch eine Verbändevereinbarung der verschiedenen Marktteilnehmer festgelegt.⁵⁷ ⁵⁸ Durch die Liberalisierung des Strommarktes entstand für den Konsumenten die Möglichkeit den Stromanbieter zu wechseln, wodurch der Wettbewerb unter den Anbietern weiter gefördert wurde. Von den zuvor neun monopolistischen Stromerzeugern am Markt existieren nach Unternehmenszusammenschlüssen nach einigen Jahren noch vier.⁵⁹ Durch das Energiewirtschaftsgesetz

⁵¹Vgl. z. B. Aichele (2012): S. ff.

⁵²Vgl. z. B. Zahornsky et al. (2010): S. 446 ff.

⁵³Das Gesetz zur Neuregelung des Energiewirtschaftsrechts (Energiewirtschaftsgesetz) ist die Umsetzung der europäischen Binnenmarktsrichtlinie Elektrizität 96/92/EG vom 19.12.1996 in nationales Recht. (Vgl. z. B. Bundesgesetzblatt (1998), Amtsblatt der Europäischen Union (1997) oder Dinand/Reuter (2006): S. 7.)

⁵⁴Auch in anderen Ländern und zum Teil auch schon früher wurden die Erhöhung des Wettbewerbs und die Liberalisierung der Elektrizitätsmärkte gefördert. (Vgl. Maubach (2014): S. 37 oder Steger et al. (2008): S. 19 f.) Zudem wird europaweit der grenzüberschreitende Handel mit Strom gefördert. (Vgl. Steger et al. (2008): S. 27.)

⁵⁵Dieser Prozess wird als Unbundling bezeichnet. (Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 334 ff., Dinand/Reuter (2006): S. 7 f. oder Konstantin (2013): S. 46.)

⁵⁶Die Stromnetze wurden dabei weiterhin von den vorherigen Besitzern der Netze betrieben.

⁵⁷Vgl. Konstantin (2013): S. 46, Steger et al. (2008): S. 47 f. und Ströbele et al. (2012): S. 229 ff.

⁵⁸Durch die Verbändevereinbarung erfolgte eine Selbstregulierung ohne den Einbezug von weiteren Regulierungsbehörden. Im Jahr 1999 und 2001 erfolgten Erweiterungen bzw. Anpassungen der Verbändevereinbarung, durch die z. B. entfernungsabhängige Netznutzungskosten festgelegt wurden. (Vgl. Dinand/Reuter (2006): S. 22 f.)

⁵⁹Vgl. Maubach (2014): S. 57 ff.

wird auch die Öffnung des Marktes für Erdgas vorangetrieben. Ähnlich wie auf dem Strommarkt wurde hier eine Erhöhung des Wettbewerbs z. B. durch Gewährleistung des Netzzugangs für Dritte angestrebt.⁶⁰

In den Jahren 2003, 2005, 2008 sowie 2011 erfolgten Novellierungen des Energiewirtschaftsgesetzes.⁶¹ Im Rahmen der Novellierung im Jahr 2005 wurde die Selbstregulierung für die Netznutzungsentgelte durch die Einführung einer Regulierungsbehörde, der Bundesnetzagentur, ersetzt. Die Ermittlung der Entgelte zur Nutzung der Netze wurde durch die Bundesnetzagentur reguliert und erfolgte kostenbasiert und setzte Anreize für eine kosteneffiziente Leistungserbringung der Netzbetreiber, indem Erlösobergrenzen festgelegt wurden.⁶² Zudem wurde für Stromerzeuger, die die meisten Haushalte im Netz der allgemeinen Versorgung beliefern eine Grundversorgungspflicht festgelegt.⁶³ Die letzte Änderung des Energiewirtschaftsgesetzes geht einher mit einer Reihe von weiteren Rechtsvorschriften, die den Energiemarkt betreffen. Diese beziehen sich auf ökologische Themen wie z. B. die Förderung der Stromerzeugung aus erneuerbaren Energien oder einer klimagerechten Entwicklung der Infrastruktur sowie den Ausstieg aus der Nutzung von Atomenergie.^{64 65}

Parallel zur Liberalisierung des deutschen Strommarktes wurde auch die Nutzung von erneuerbaren Energien durch entsprechende gesetzliche Regelungen gefördert. Im Jahr 1990 wurden erstmalig Elektrizitätsversorger durch das Stromeinspeisegesetz dazu verpflichtet, die Einspeisung von Strom aus erneuerbaren Energien zuzulassen und zu vergüten.⁶⁶ Im Zuge der Öffnung des Strommarktes wurde das Stromeinspeisegesetz durch das Erneuerbare-Energien-Gesetz (EEG) ersetzt. Durch die Einführung des Gesetzes wurden die Einspeisevergütungen von Strom aus erneuerbaren Energien im Detail festgelegt, mit dem Ziel, den Anteil von Strom aus erneuerbaren Energien zu erhöhen. Zudem sollten durch langfristig festgelegte Preise für die Einspeisungen Investitionen in den Bereich der Erzeugung von Strom aus erneuerbaren Energien gefördert und attraktiver gemacht werden. Um Strom aus Sonnenenergie zu fördern, wurden die Ver-

⁶⁰Vgl. Ströbele et al. (2012): S. 159 ff.

⁶¹Vgl. Bundesgesetzblatt (2003), Bundesgesetzblatt (2005), Bundesgesetzblatt (2008) und Bundesgesetzblatt (2011).

⁶²Vgl. z. B. Dinand/Reuter (2006): S. 28 f. oder Steger et al. (2008): S. 51 ff.

⁶³Vgl. Wollschläger (2015): S. 127 ff.

⁶⁴Vgl. Zahornsky et al. (2010): S. 455 f.

⁶⁵Die entsprechende Regierungserklärung ist abrufbar unter:

www.bundesregierung.de/Content/DE/Bulletin/2011/06/59-1-bk-regerkl-bt.html

(Stand:

11.01.2015)

⁶⁶Vgl. Bundesgesetzblatt (1990).

gütungen für Strom von Photovoltaikanlagen besonders hoch festgelegt, was zu einer positiven Entwicklung für den Sektor der Produktion von Solarmodulen führte. Insgesamt lagen die Vergütungen für die Einspeisung von Strom aus erneuerbaren Energien über den Vergütungen der konventionellen Anlagen. Die Vergütung für den eingespeisten Strom, die durch die Netzbetreiber an die Erzeuger zu zahlen war, erfolgte über ein Umwälzungsverfahren. Dabei erfolgte ein Aufschlag durch die sog. EEG-Umlage auf den Strompreis, den der Endverbraucher zahlte, so dass die zusätzlichen Kosten der Netzbetreiber durch den Verbraucher gedeckt wurden.⁶⁷ Auch auf der europäischen Ebene wurden Ziele zur Erhöhung des Anteils von Strom aus erneuerbaren Energien verfolgt, die z. B. durch die Richtlinie 2001/77/EG umgesetzt wurden.⁶⁸

Das EEG wurde seit der Einführung mehrfach überarbeitet und besteht in seiner derzeitigen Fassung seit dem Jahr 2014. Die Ergänzungen enthalten beispielsweise Fortschreibungen der Ziele für die Erhöhung des Anteils von Strom aus erneuerbaren Energien. Zudem erfolgten Anpassungen der Vergütungspreise für die Einspeisung von Strom aus erneuerbaren Energien um einem Überangebot entgegenzuwirken. Mit der Novellierung des EEG im Jahr 2012 wurde das Vergütungssystem für die Einspeisung vereinfacht und eine Marktprämie eingeführt, die eine dem Bedarf des Marktes gerechte Einspeisung von Strom sicherstellen sollte. Den Stromerzeugern wurde die Möglichkeit eingeräumt den erzeugten Strom direkt über die Börse am Markt zu vertreiben. Mit der Marktprämie sollten mögliche Mindereinnahmen im Vergleich zur Einspeisevergütung durch das EEG kompensiert werden.⁶⁹ Durch die Verabschiedung der aktuellen Fassung des EEGs im Jahr 2014 erfolgten weitere Anpassungen. Änderungen durch die Einführung sind z. B. der Wegfall des Privilegs von Unternehmen, die Strom vertreiben, unter bestimmten Voraussetzungen von der EEG-Umlage befreit zu sein, die Förderung der Direktvermarktung über den Strommarkt von neuen Anlagen ab dem Jahr 2017 sowie die Absenkung der Förderung von Strom aus Windenergie von Anlagen auf dem Meer, Strom aus Biomasse und Strom aus Solarenergie.⁷⁰

Neben der Förderung von Strom aus erneuerbaren Energien werden auf europäischer Ebene umweltpolitische Ziele verfolgt, z.B. durch die Richtlinie 2003/87/EG zur Einführung eines Handelssystems von Zertifikaten, die zur Emission von Kohlendioxid

⁶⁷Vgl. Bundesgesetzblatt (2000), Maubach (2014): S. 60 ff., Monjau/Vollmer (2015): S. 57 f. oder Ströbele et al. (2012): S. 206 ff.

⁶⁸Vgl. Europäisches Parlament (2001).

⁶⁹Vgl. Aichele (2012): S. 36 f., Bundesgesetzblatt (2012a), Konstantin (2013): S. 109.

⁷⁰Vgl. Bauer et al. (2014): S. 23 ff., Bundesgesetzblatt (2014).

(CO₂) berechtigen.⁷¹ CO₂ stellt den größten Anteil der Treibhausgase⁷² dar und wird für eine Erhöhung der durchschnittlichen Oberflächentemperatur der Erde verantwortlich gemacht. Der Temperaturanstieg ist seit mehreren Jahrzehnten messbar und verläuft gleichgerichtet zur Emission von Treibhausgasen. Die Zunahme der Verbrennung von fossilen Brennstoffen zur Stromerzeugung oder zum Betrieb von Fahrzeugen und Flugzeugen führt zu einer Zunahme der CO₂-Emission. Dieser Anstieg ist z. B. durch die industrielle Weiterentwicklung von Ländern begründet, die zuvor noch nicht oder wenig industriell entwickelt waren.⁷³ Aus der wissenschaftlichen Betrachtung wird ein Zusammenhang zwischen der Emission von verschiedenen Treibhausgasen, wie z. B. CO₂, und der Änderung der klimatischen Bedingungen auf der Erde vermutet und diskutiert. Die Emission von Treibhausgasen und anderen verschmutzenden Partikeln, die sich in der Erdatmosphäre ansammeln, erhöhen deren Durchlässigkeit bzgl. der Sonnenstrahlung. Die stärkere Durchlässigkeit führt zu einer Erhöhung der Temperatur.⁷⁴ Die erzeugte Änderung der Temperaturverhältnisse kann sich wiederum auf die meteorologische Entwicklung auswirken. Es wird ein kausaler Zusammenhang zwischen der Zunahme von extremen Stürmen und der Erhöhung der Durchschnittstemperaturen vermutet.⁷⁵

Auf der Basis dieser Entwicklung wurde auf der Welt-Klimakonferenz⁷⁶ im japanischen Kyoto im Jahr 1997 von den 168 teilnehmenden Ländern die verbindliche Einführung eines CO₂-Handelssystems beschlossen. Die Umsetzung hatte bis zum Jahr 2005 zu erfolgen und sah u. a. eine Verringerung der CO₂-Emissionen bezogen auf die Emissionen des Referenzjahres 1990 von mindestens 5% vor. Die Europäische Union und ca. 40 andere Länder strebten sogar eine größere Reduktion der Emissionen an.⁷⁷ Länder, die das Protokoll nicht unterzeichnet haben, sind z. B. die Volksrepublik China, Brasilien, die

⁷¹Vgl. Europäisches Parlament (2003).

⁷²Ein anderes Treibhausgas ist z. B. Lachgas oder Methan, das im Rahmen der Fleischproduktion von Tieren emittiert wird. (Vgl. Konstantin (2013): S. 128.)

⁷³Vgl. Maubach (2014): S. 82 ff., Reich/Reppich (2013): S. 29 ff. oder Ströbele et al. (2012): S. 339 ff.

⁷⁴Vgl. z. B. Burger et al. (2007): S. 37 ff., Erdmann/Zweifel (2008): S. 345 ff., Konstantin (2013): S. 125 f oder Zwingmann (2007): S. 16 ff.

⁷⁵Vgl. Reich/Reppich (2013): 31 ff.

⁷⁶United Nations Framework Convention on Climate Change. Die Konferenz findet jährlich an verschiedenen Standorten statt, mit dem Ziel der Reduktion von Schadstoffen und der Verhinderung des Temperaturanstieges durch Treibhausgasemissionen. Das erste Treffen fand im Jahr 1995 in Berlin statt.

⁷⁷In Deutschland sollte eine Reduzierung um 20% bis zum Jahr 2020 im Vergleich zum Referenzjahr 1990 erzielt werden. Später wurde das Reduktionsziel auf 40% bis zum Jahr 2020 erhöht. (Vgl. Maubach (2014): S. 85.)

Vereinigten Staaten von Amerika oder Russland.⁷⁸ Insbesondere Entwicklungsländer lehnten das Protokoll ab mit der Begründung, dass die CO₂-Reduktion Wachstum vermindere, welches entwickelte Länder bereits vollzogen haben. Erst einige Jahre später folgten auch größer Volkswirtschaften wie die Vereinigten Staaten von Amerika, Volksrepublik China und Brasilien und stimmten den Umsetzungen des Kyoto-Protokolls zu.⁷⁹ In den vereinigten Staaten von Amerika wurde bereits im Jahr 1990 durch George H. W. Bush das Gesetz "Clean Air Act Amendments" unterzeichnet mit dem Ziel, die Emission an Schwefeldioxid, SO₂, zu verringern und so die Luftbelastung zu reduzieren. Ähnlich wie bei dem CO₂-Zertifikatehandelssystem darf nur dann Schwefeldioxid emittiert werden, wenn Berechtigungszertifikate in entsprechendem Umfang vorliegen. Mit Hilfe des in den vereinigten Staaten eingeführten Systems konnten angestrebten Emissionsverringerungen von Schwefeldioxid erreicht werden. Das amerikanische System zur Emissionsverringerung von Schwefeldioxid diente als Umsetzungsvorlage für das CO₂-Zertifikatehandelssystem.⁸⁰

Mit Hilfe der Einführung des Handels von Zertifikaten, die zur Emission von CO₂ berechtigen, soll die Emissionsmenge reduziert werden. Zudem werden durch die Unterzeichner der Vereinbarung von Kyoto auch nicht teilnehmende Länder bei der Reduktion von Emissionen finanziell unterstützt. Dies kann z. B. zu einer günstigeren Reduktion der Emissionen in Schwellenländern führen im Vergleich zu entwickelten Wirtschaftsnationen und fördert den Austausch von CO₂-Emissionen reduzierenden Technologien.⁸¹ Ein weiteres Element der Vereinbarung ist die Förderung von Bodenflächen, wie Wälder oder andere Grünflächen die durch Photosynthese CO₂ aus der Luft filtern und binden und somit einen Beitrag zur CO₂-Reduktion leisten. Solche Flächen werden als CO₂-Senken bezeichnet und können nach Genehmigung zu einer Erhöhung der erlaubten Emission führen.⁸² Die Notwendigkeit, Zertifikate zur Emission zu besitzen gilt nur eingeschränkt, da beispielsweise die Emission durch den Flugverkehr, den Betrieb von Kraftfahrzeugen, durch private Haushalte oder durch die chemische Industrie zunächst nicht in den Handel von Emissionszertifikaten eingeschlossen waren. Ca. 50% der CO₂-Emission wurden im Jahr 2005 durch den Zertifikatehandel erfasst.^{83,84}

⁷⁸Vgl. Zahornsky et al. (2010): S. 453 und 470.

⁷⁹Vgl. z. B. Ströbele et al. (2012): S. 345 ff. oder Zahornsky et al. (2010): S. 469 ff.

⁸⁰Vgl. Schmalensee/Stavins (2013): S. 103-122.

⁸¹Dieser Teil der Vereinbarung zur finanziellen Förderung der Emissionsreduktion wird als Clean Development Mechanismus (CDM) bezeichnet. (Vgl. Zahornsky et al. (2010): S. 471 ff.)

⁸²Vgl. Burger et al. (2007): S. 37 ff. und Zahornsky et al. (2010): S. 471 ff.

⁸³Vgl. z. B. Maubach (2014): S. 85 oder Zahornsky et al. (2010): S. 472.

⁸⁴Der Flugverkehr wurde im Jahr 2012 und die Aluminiumindustrie im Jahr 2013 zur Beschaffung

Durch die Richtlinie 2003/87/EG⁸⁵ hat die Europäische Union die Voraussetzungen für den Handel von CO₂-Zertifikaten geschaffen. Der Handel mit den Emissionszertifikaten ist innerhalb von Handelsperioden, die mehrere Jahre umfassen, möglich. Die erste Periode begann im Jahr 2005 und endete im Jahr 2007, die zweite Periode dauerte von 2008 bis 2012 und die aktuelle Periode begann im Jahr 2013 und wird im Jahr 2020 enden. Die folgende Periode umfasst den Zeitraum von 2021 bis 2028.⁸⁶ Der Handel der Zertifikate findet über Strombörsen, wie z. B. die European Energy Exchange (EEX) in Leipzig statt. An der EEX werden am Spotmarkt die Emissionsberechtigungs-zertifikate für die normale Emission sowie für die Emission durch den Flugzeugbetrieb gehandelt. Zudem werden Zertifikate, die aus der Reduktion der CO₂-Emission aus einem Clean-Development-Mechanismus-Projekt (Green Certified Emission Reductions) stammen, gehandelt. Diese Zertifikate berechtigen zur Emission von CO₂, da durch ein von der Aufsichtsbehörde genehmigtes Clean-Development-Mechanismus-Projekt an einem anderen Ort durch dieses Projekt CO₂-Emissionen reduziert werden. So können auch in Ländern, die nicht am Emissions-Handel teilnehmen, finanzielle Anreize für emissions-reduzierende Projekte geschaffen werden. Am Terminmarkt werden über den Primär- und Sekundärmarkt monatliche, quartalsweise oder auf den Monat Dezember bezogene Futures auf Emissionszertifikate gehandelt. Zusätzlich können Futures Green Certified-Emission-Reductions-Zertifikate, die jeweils immer im Dezember fällig sind, gehandelt werden.⁸⁷ In einem ersten Schritt wurden für CO₂-Emittenten jeweils Konten eingerichtet, auf die entsprechend der Emission im Vorjahr Zertifikate übertragen wurden, die zur Emission berechtigen. Zertifikate, die nicht für die Emission benötigt werden, können am Markt für CO₂-Zertifikate verkauft werden. Ab der zweiten Periode ist zudem ein Übertrag von Zertifikaten von einer Handelsperiode in die Nächste möglich.⁸⁸ Durch die sukzessive Verringerung der Anzahl der Zertifikate wird eine Verringerung der Emissionen erreicht. In der ersten Periode erfolgte die Zuteilung der Zertifikate zu einem Preis von null. Erst in der zweiten Periode wurden die Zertifikate nur noch teilweise kostenlos zur Verfügung gestellt. Die restlichen Zertifikate mussten z. B. bei der Kreditanstalt für Wiederaufbau gekauft werden.⁸⁹ In der aktuellen Periode werden die

von der Emission entsprechenden Anzahl von Zertifikaten verpflichtet. (Vgl. z. B. Böhringer/Lange (2012): S. 12. und Konstantin (2013): S. 135.)

⁸⁵Vgl. Europäisches Parlament (2003).

⁸⁶Vgl. z. B. Burger et al. (2007): S. 39 ff., Maubach (2014): S. 86 oder Konstantin (2013): S. 132 ff.

⁸⁷Vgl. www.eex.com/en/products/emission-allowances (Stand: 17.01.2015), European Energy Exchange (2015): S. 9 ff. oder Konstantin (2013): S. 129 ff.

⁸⁸Vgl. Konstantin (2013): S. 132 f.

⁸⁹Vgl. Benz/Sturm (2008): S. 813 oder Maubach (2014): S. 86 ff.

Zertifikate durch Auktionen und durch die kostenlose Bereitstellung an die Emittenten verteilt. Der Anteil, der durch Auktionen verteilten Zertifikate, soll jährlich erhöht werden und im Jahr 2020 70% betragen.^{90 91} Die Verteilung der kostenlosen Zertifikate erfolgt auf Basis von europaweit vorgegebenen Zielwerten der Emission und nicht mehr auf Basis der Vorjahresemission.⁹² Um wirtschaftliche Entwicklungen seit dem Referenzjahr 1990 bei der Vergabe der Emissionszertifikate auf internationaler Ebene zu berücksichtigen, müssen die Länder eine nicht handelbare Reserve vorhalten. Durch diese Handelseinschränkung wird z. B. die durch den Zusammenbruch der Industrie der sowjetischen Staaten erzeugte Verringerung der Industrie und damit der CO₂-Emission berücksichtigt. Dies verhindert ein Überangebot an Zertifikaten, die von heute russischen Unternehmen nicht benötigt werden, dann am Markt verkauft werden und so den Preis der CO₂-Zertifikate senken könnten. Der Preisverfall würde die ökonomische Wirkung der Zertifikate einschränken.^{93 94}

In Deutschland wird die dem Besitz entsprechende Emission an CO₂ durch die Emittenten von der Deutschen Emissionshandelsstelle überwacht. Bei einer zu hohen Emissionsmenge werden durch die Deutsche Emissionshandelsstelle Strafzahlungen verhängt. Zudem wurden hier z. B. in den ersten beiden Handelsperioden die kostenlosen Emissionszertifikate beantragt und die Konten für die Zertifikate der Emittenten verwaltet.^{95 96} Durch die Europäische Kommission wird überwacht, dass die Summe der in den einzelnen Ländern vergebenen Zertifikate mit den Zielen für die maximale CO₂-Emission übereinstimmt.⁹⁷ Der Handel von Emissionszertifikaten ist nicht auf ein Land beschränkt, so dass Länder, die einen Teil ihrer Zertifikate nicht benötigen, diese an andere Länder, die einen entsprechenden Bedarf haben, verkaufen können. Durch den in der Richtlinie 2003/87/EG⁹⁸ geforderten Aufbau eines einheitlichen Handelssystems, ist es auch Unternehmen möglich Emissionszertifikate in einem anderen Land zu kaufen

⁹⁰Vgl. Benz/Sturm (2008): S. 810 ff.

⁹¹Mit Beginn der dritten Handelsperiode erfolgt keine kostenlose Zuteilung von Zertifikaten für Stromerzeuger mehr.

⁹²Vgl. Konstantin (2013): S. 136 ff. und Maubach (2014): S. 91 ff.

⁹³Vgl. Zahornsky et al. (2010): S. 476 ff. und Zwingmann (2007): S. 38 ff.

⁹⁴Trotz der vorgeschriebenen Reserven an Zertifikaten besteht durch die unberücksichtigten wirtschaftlichen Veränderungen und andere Faktoren ein Überangebot an Zertifikaten. (Vgl. Ehrenfeld (2008): S. 105 ff.)

⁹⁵Für jede Tonne an CO₂, die unberechtigt emittiert wird fielen Strafzahlungen in Höhe von 40 € pro Tonne CO₂ bzw. seit 2008 in Höhe von 100 € pro Tonne CO₂ an. (Vgl. Ehrenfeld (2008): S. 107.)

⁹⁶Die Verwaltung der Konten für die Zertifikate wird seit dem Jahr 2012 auf europäischer Ebene zentral durchgeführt. (Vgl. Konstantin (2013): S. 134 ff.)

⁹⁷Vgl. Konstantin (2013): S. 136 ff.

⁹⁸Vgl. Europäisches Parlament (2003).

und diese zu nutzen bzw. zu verkaufen.⁹⁹ ¹⁰⁰ Der Preis der Zertifikate wird durch die Knappheit am Markt, durch die CO₂-Vermeidungskosten, die als Opportunitätskosten zu betrachten sind, die konjunkturelle Entwicklung sowie durch politische Entscheidungen bestimmt.¹⁰¹ Für den Handel mit CO₂-Zertifikaten an der European Energy Exchange in Leipzig sind Verkäufe nur zulässig, wenn der Verkäufer über einen entsprechenden Bestand an CO₂-Zertifikaten verfügt, wodurch Leerverkäufe unzulässig sind. Der politische Nutzen des CO₂-Zertifikate Handelssystem soll nicht nicht durch spekulativen Handel beeinflusst werden. ¹⁰²

Im ersten Jahr des Handels der CO₂-Zertifikate wurde ein Volumen von 320 Mio. Tonnen mit einem Marktwert von 8,2 Mrd. € gehandelt. Zum Beginn der Handelsperiode lag der Preis bei etwa 7 € pro Tonne und Zertifikat und stieg auf über 25 €/St. bzw. ca. 30 €/St. zur Mitte des Jahres 2006 an.¹⁰³ Der Einbezug der Kosten der CO₂-Emission in die Grenzkosten der verschiedenen Stromerzeugungstechnologien verändert die Einsatzreihenfolge der Kraftwerke in der Merit-Order.¹⁰⁴ Betrachtet man die Einsatzrangfolge der Kraftwerke der Merit-Order in Abbildung 4.1 kann ein ausreichend hoher Preis für die CO₂-Emission dazu führen, dass die Grenzkosten von Gaskraftwerken geringer sind als die von Steinkohlekraftwerken, da die CO₂-Emission bei der Verbrennung geringer ist als bei der Verbrennung von Steinkohle. Die Emissionen von Braunkohle übersteigen die Emissionen von Steinkohle und Gas, so dass bei ausreichend hohem Preis der CO₂-Emissionszertifikate auch Braunkohle durch Gas in der Merit-Order verdrängt wird. Dies war die intentionierte ökonomische Wirkung der Einführung der Zertifikate. Der Tausch in der Einsatzreihenfolge der Kraftwerke in der Merit-Order hängt von der Höhe der Marktpreise der Zertifikate sowie der anderen Grenzkosten der Technologien ab und ist daher dynamisch.¹⁰⁵ Der starke Anstieg der Preise der Emissionszertifikate im Jahr 2006 steht im Zusammenhang zur fehlenden Kenntnis, wie viele Zertifikate am Markt tatsächlich benötigt werden und verfügbar sind. Da gleichzeitig zur geringeren Belastung von Gaskraftwerken durch die CO₂-Emissionskosten der Gaspreis anstieg, wurde dieser Vorteil gegenüber Kohlekraftwerken kompensiert bzw. sogar überkom-

⁹⁹Vgl. Europäisches Parlament (2003): Artikel 12 und 25 und Zwingmann (2007): S. 37 ff.

¹⁰⁰Auf der Homepage der Deutschen Emissionshandelsstelle sind Informationen zu der Anzahl der verkauften bzw. versteigerten CO₂-Emissionszertifikate einsehbar. (Vgl. www.dehst.de/DE/Emissionshandel/Versteigerung_node.html (Stand: 17.01.2015).)

¹⁰¹Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): S. 360 ff.

¹⁰²Vgl. European Energy Exchange (2011): S. 4.

¹⁰³Vgl. Abbildung C.2 in Anhang C.4

¹⁰⁴Vgl. Abbildung 4.1 in Kapitel 4.1.1 oder Erdmann/Zweifel (2008): S. 360 ff.

¹⁰⁵Vgl. Erdmann/Zweifel (2008): S. 347 ff. sowie 360 ff., Maubach (2014): S. 87 f.

pensiert und die Einsatzreihenfolge gemäß der Merit-Order nicht verändert. Dadurch wurden weiterhin emissionsstärkere Technologien zur Stromerzeugung verwendet, für die die Zertifikate benötigt wurden. Zusätzlich haben z. B. Großbritannien oder Spanien Reserven an CO₂-Zertifikaten vorgehalten, die nicht dem Markt zugeführt wurden und so für eine starke Nachfrage aus diesen Ländern führten.¹⁰⁶ Energieproduzenten mussten die notwendigen Kosten der Beschaffung der Zertifikate auf den Strompreis umlegen, so dass in den ersten Jahren nach der Einführung der CO₂-Zertifikate und ihren steigenden Preisen sich auch der Strompreis erhöhte.¹⁰⁷ In den Monaten März bis Juni des Jahres 2006 kam es zu einem starken Rückgang der Preise von zuvor ca. 30 €/St. auf ca. 13 €/St.¹⁰⁸ Der Preisverfall kann mit der Unsicherheit über die ausreichende Ausstattung des Marktes mit Zertifikaten bzw. der Erkenntnis, dass keine Knappheit bzgl. der Zertifikate besteht erklärt werden. Die Emissionsdaten von CO₂ wurden im Mai 2006 veröffentlicht und machten deutlich, dass keine Knappheit vorlag. Bis zum Ende der erste Handelsperiode ging der Preis der Zertifikate auf den Wert null zurück, da die Zertifikate nicht in die nächste Handelsperiode übertragbar waren.¹⁰⁹

110

Mit dem Beginn der zweiten Handelsperiode stiegen die Preise auf über 25 €/St. Im Zuge der Finanzkrise und der Abschwächung der Konjunktur ging der Preis auf ein Niveau von ca. 15 €/St. zurück. Ab dem Jahr 2011 erfolgten weitere Preisrückgänge bis zu Preisen von unter 5 €/St. zum Ende der zweiten Handelsperiode. Der auch aktuell noch geringe Preis der Zertifikate ist u. a. das Ergebnis eines hohen Anteils an erneuerbaren Energien in der Stromerzeugung und setzt auf dem niedrigen Niveau nur wenig Anreiz für Investitionen in Anlagen mit geringer CO₂-Emission.¹¹¹ Auch politische Ereignisse wie der Ausstieg aus der Kernenergie nach dem Reaktorunfall in Fukushima, Japan haben keinen nachhaltig steigernden Effekt auf den Preis der Zertifikate. Gemäß Abbildung C.2 in Anhang C.4 steigt der Preis der Zertifikate vorübergehend auf über

¹⁰⁶Vgl. z. B. Ehrenfeld (2008): S. 105 ff. oder Ströbele et al. (2012): S. 353 ff.

¹⁰⁷Vgl. Maubach (2014): S. 90 ff. oder Ströbele et al. (2012): S. 353 ff.

¹⁰⁸Vgl. Abbildung C.2 in Anhang C.4

¹⁰⁹Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S.360 ff., Ehrenfeld (2008): S. 105 ff., ifo Institut (2012): S. 80 ff. oder Ströbele et al. (2012): S. 355 ff.

¹¹⁰Sind die Zertifikate nicht von einer Handelsperiode in die nächste Periode übertragbar, wird zum Ende der Handelsperiode immer deutlicher, ob eine Knappheit bzgl. der Emissionszertifikate besteht. Sind zu wenige Zertifikate für die realisierte Emission am Markt vorhanden, steigt der Preis der Zertifikate zum Ende der Handelsperiode. Andernfalls kommt es zu einem Preisverfall. (Vgl. Ehrenfeld (2008): S. 106.)

¹¹¹Vgl. Abbildung C.2 in Anhang C.4 oder Maubach (2014): S. 161 f.

15 € und fällt dann wieder innerhalb des Jahres 2012 auf unter 5 €. ¹¹²

In der dritten Periode, die im Jahr 2013 begann, bewegte sich der Preis der CO₂-Zertifikate in einem Bereich zwischen 5 €/St. und 7 €/St. Wesentliche Unterschiede zur zweiten Handelsperiode sind ein jährlich sinkendes Angebot an Zertifikaten sowie der Verkauf der Zertifikate über Auktionsverfahren. Zudem wird die Planung für den Bedarf an Zertifikaten eines Marktes unter Berücksichtigung der geplanten Reduktion nicht mehr auf nationaler Ebene sondern zentral auf europäischer Ebene koordiniert. Der Bedarf wird auf Basis von strengen Zielwerten der Emission für die verschiedenen Technologien und Industriesektoren bestimmt. ¹¹³ Durch verschiedene Änderungsvorschläge soll der Preis der CO₂-Zertifikate durch eine Verknappung der in den Auktionen ausgegebenen Zertifikate erhöht werden. Dieses Ziel kann z. B. durch eine dauerhafte Verringerung der Anzahl der Zertifikate, durch eine Erhöhung der Reduktion der CO₂-Emission in jedem Jahr oder durch eine Ausweitung der einbezogenen Industrie- und Wirtschaftssektoren erreicht werden. Umgesetzt wird bereits das sogenannte Backloading-Verfahren, nach dem eine Verknappung der Anzahl der Zertifikate durch eine zeitlich beschränkte Einbehaltung von Zertifikaten erzielt wird. Die Umsetzung des Backloading-Verfahrens sowie die politische Diskussion um weitere Mechanismen zur Verknappung haben zu einem Anstieg des Preises von 4,5 €/St. im Mai 2014 auf ca. 7 €/St. zum Ende des Jahres 2014 geführt. ¹¹⁴

4.2 Optimale Produktions- und Absicherungsentscheidung eines stromerzeugenden Unternehmens

4.2.1 Das Grundmodell eines stromerzeugenden Unternehmens und die optimale Entscheidung unter Sicherheit

In diesem Abschnitt von Kapitel 4.2 wird das Grundmodell eines Unternehmens vorgestellt, das unter Verwendung von zwei möglichen Erzeugungstechnologien Strom erzeugt und diesen am Strommarkt verkauft. Zunächst wird der Fall betrachtet, in dem

¹¹²Vgl. Maubach (2014): S. 26 ff.

¹¹³Vgl. Konstantin (2013): S. 136 ff.

¹¹⁴Vgl. www.ec.europa.eu/clima/policies/ets/reform/index_en.htm (Stand: 18.01.2015), Emissionshändler (2014a): S. 1 ff., Emissionshändler (2014b): S. 2 ff. oder Europäische Kommission (2013): S. 5.

alle durch den Markt gegebenen Preise deterministisch sind. Das Modell basiert auf dem industrieökonomischen Ansatz zur Modellierung von Unternehmen auf Basis der Gewinngleichung, welcher die Ableitung der optimalen Produktions- und Absicherungsentscheidung ermöglicht.¹¹⁵

Das vorgestellte Partial-Modell basiert auf Modellen aus den Arbeiten von Batra und Ullah¹¹⁶, von Holthausen¹¹⁷ und von Paroush und Wolf¹¹⁸, welche wiederum Erweiterungen des Modells von Sandmo¹¹⁹ aus dem Jahr 1971 darstellen. Dem hier vorgestellten Modell liegen die folgenden Annahmen zu Grunde, die aus Gründen der Übersichtlichkeit blockweise angeführt werden:¹²⁰

- 1) Bei dem vorgestellten Partial-Modell handelt es sich um ein Zwei-Zeitpunkt-Modell. Sämtliche Erträge aus dem Verkauf von Strom bzw. sämtliche Kosten sind unmittelbar zahlungswirksam.¹²¹
- 2) Es wird ein vollkommener Kapitalmarkt unterstellt, mit einem Kapitalmarktzinssatz in Höhe von 0% für eine Anlage zwischen den beiden betrachteten Zeitpunkten.¹²²
- 3) Das Unternehmen hat die Möglichkeit Strom durch die Nutzung von Gaskraftwerken und von Kohlekraftwerken zu erzeugen. Die Entscheidung über die Menge der zu verwendenden Produktionsfaktoren Gas und Kohle, x_G und x_K , wird im Zeitpunkt $t = 0$ getroffen. Es wird vereinfachend unterstellt, dass die erzeugte Menge Strom im zweiten Zeitpunkt am Spot-Markt zum in $t = 1$ gültigen Preis, P_S , verkauft wird.¹²³

¹¹⁵Der industrieökonomische Ansatz findet häufig mit unterschiedlichen Untersuchungsgegenständen Anwendung bei der Untersuchung von ökonomischen Entscheidungen. Es finden sich Untersuchungen zur optimalen Produktions- und/oder Absicherungsentscheidung bei Unsicherheit über den Absatzpreis und bzw. oder die Absatzmenge, zur optimalen Verwendung von Produktionsfaktoren sowie zu Absicherungsentscheidungen bei verzerrten Terminmärkten oder bei Existenz von nicht perfekten Absicherungsmöglichkeiten. (Vgl. u. a. Anderson/Danthine (1981), Batra/Ullah (1974), Feder et al. (1980), Hey (1981a), Hey (1981b), Ishii (1977), Katz et al. (1982), Kawai/Zilcha (1986), Leland (1972), Rolfo (1980) oder Sandmo (1971).)

¹¹⁶Vgl. Batra/Ullah (1974): S. 538 ff.

¹¹⁷Vgl. Holthausen (1976): S. 94 ff.

¹¹⁸Vgl. Paroush/Wolf (1992): S. 832 ff.

¹¹⁹Vgl. Sandmo (1971): S. 66 ff.

¹²⁰Die Annahmen basieren auf den Annahmen der Modelle von Paroush und Wolf, Batra und Ullah sowie auf denen des Modells von Sandmo und wurden entsprechend erweitert. (Vgl. Batra/Ullah (1974): S. 538 ff., Paroush/Wolf (1992): S. 832 ff. und Sandmo (1971): S. 66 ff.)

¹²¹Das Modell ist partial-analytisch, da das Verhalten von Konkurrenten als exogen gegeben betrachtet wird. Etwaige Interaktionen zwischen Dritten und dem eigenen Verhalten bleiben unberücksichtigt.

¹²²Die vereinfachende Annahme eines vollkommenen Kapitalmarkts, der einen Kapitalmarktzins in Höhe von 0% p. a. impliziert, beeinflusst die aus dem Modell erzielten Ergebnisse nicht. (Vgl. Broll/Wahl (1992a): S. 512 und Broll/Wahl (1992b): S. 65.)

- 4) Der Eigentümer des betrachteten Stromerzeugungsunternehmens ist gleichzeitig alleiniger Entscheidungsträger.¹²⁴ Die Präferenzen des Entscheiders sind im Rahmen der Unternehmensentscheidungen durch Risikoaversion gekennzeichnet und können durch eine von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion $U(\cdot): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, mit positivem und abnehmendem Grenznutzen dargestellt werden.¹²⁵ ¹²⁶ ¹²⁷ Da sich die Gewinnschwankungen des Unternehmens direkt auf das Einkommen des alleinigen Eigentümers und gleichzeitigen alleinigen Entscheider übertragen und der Eigentümer risikoavers ist, wird angenommen, dass sich die Risikoaversion des Eigentümers auf das Verhalten des Unternehmens überträgt.¹²⁸
- 5) Gemäß der Annahme über das Verhalten des Entscheidungsträgers wird der Nutzen durch die Wahl der Menge der Produktionsfaktoren x_G und x_K maximiert. Die für den Nutzen relevante Größe ist der Gewinn des Unternehmens in Zeitpunkt $t = 1$ in Abhängigkeit der verwendeten Produktionsfaktoren, $\Pi(x_G, x_K)$.¹²⁹ ¹³⁰ In Verbindung mit einem Zinssatz in Höhe von null gemäß Annahme 2) sind zwischenzeitlich anfallende Kosten mit dem gleichen Betrag im Gewinn des Unternehmens in Zeitpunkt $t = 1$ vorhanden.
- 6) Es wird unterstellt, dass die hinreichenden und notwendigen Optimalbedingungen¹³¹ eine innere Lösung für das Maximierungsproblem darstellen.¹³² ¹³³

¹²³Die Lagerung von Strom wird aufgrund der tatsächlich nur sehr eingeschränkten Möglichkeit der Speicherung ausgeschlossen. (Vgl. Kapitel 4.1.1.)

¹²⁴Diese Annahme führt dazu, dass im Rahmen des Modells Interessenkonflikte zwischen Eigentümern sowie Konflikte zwischen Eigentümern und Entscheidungsträgern ausgeschlossen werden. (Vgl. z. B. Sandmo (1971): S. 65 f.)

¹²⁵Die Verwendung einer von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion zur Abbildung der Präferenzen des Entscheiders impliziert die Akzeptanz der Verhaltensaxiome aus Kapitel 2.1.1. (Vgl. Satz 2.1.1 in Kapitel 2.1.1.)

¹²⁶Vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 538 ff., Holthausen (1976): S. 95 ff. oder Sandmo (1971): S. 66.

¹²⁷Die Aussagen, dass das Management des stromerzeugenden Unternehmens risikoavers ist sowie, dass das Stromerzeugungsunternehmen risikoavers ist, werden synonym verwendet.

¹²⁸Vgl. z. B. Sproule (1987): S. 1129 ff.

¹²⁹Vgl. z. B. Feder et al. (1980): S. 319, Kawai/Zilcha (1986): S. 86, Leland (1972): S. 279 f.

¹³⁰Die Verwendung des Gewinns als für den Nutzen relevante Größe ist in der Literatur häufig anzutreffen. (Vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 539 ff., Broll/Wahl (1992b): S. 65 ff. oder Leland (1972): S. 279 ff.) Die Verwendung der Gewinns als Zielgröße für den Nutzen eines Entscheiders führt jedoch nicht zwingend zu den gleichen Resultaten. Das Bernoulli-Prinzip wurde auf Basis des Endvermögens des Entscheiders hergeleitet. (Vgl. z. B. Allais (1953): S. 516 ff., Allais (1991): S. 111 ff., Bernoulli (1954): S. 23-36, Ingersoll (1987): S. 35 ff. oder Schoemaker (1982): S. 550.) In Abhängigkeit der Höhe des unterstellten Anfangsvermögens können z. B. bei steigender oder abnehmender Risikoaversion Vermögenseffekte auftreten, die das Entscheidungsverhalten beeinflussen. Ist die Risikoaversion unabhängig vom Anfangsvermögen oder ist das Anfangsvermögen null, treten die genannten Effekte nicht auf. (Vgl. Definition 2.1.5 in Kapitel 2.1.3.) Artikel, die ökonomische Entscheidungen von Unternehmen unter Risiko bzw. die Auswirkungen von Vermögensunterschieden auf das Entscheidungsverhalten untersuchen und das Endvermögen als Zielgröße verwenden, sind

Entsprechend der Annahme 3) wird ein Unternehmen betrachtet, das Strom durch Nutzung von Gas- und Kohlekraftwerken erzeugt. Durch die beiden gewählten Stromerzeugungstechnologien können beispielhaft die verschiedenen Abwägungen, die der Stromerzeuger im Zusammenhang zur Entscheidung über die Nutzung beider Technologien durchführt, analysiert werden. Zudem kann das Verständnis über die Faktoren, die eine Technologie für einen Stromerzeuger attraktiv zur Nutzung für die Stromerzeugung machen, erhöht werden. Das Unternehmen nutzt folglich zwei fossile Brennstoffe, die zwar unterschiedliche Effizienzgrade der Stromerzeugung und der Schadstoffemission aufweisen, die aber in der Merit-Order in der Einsatzreihenfolge direkt aufeinander folgen. Beide Technologien stehen somit in einer direkten Konkurrenzbeziehung bzgl. der Stromerzeugung. Da ein besonderer Fokus der Arbeit auf der Untersuchung der Auswirkungen der Preisunsicherheit der CO₂-Emissionszertifikate auf die Entscheidung über die Verwendung von Stromerzeugungstechnologien liegt und durch die Einführung des Emissionshandelssystems eine Substitution von Kohlekraftwerken durch Gaskraftwerke angestrebt wurde, wird die Betrachtung eines Stromerzeugers, der Gas- und Kohlekraftwerke nutzt, ebenfalls gerechtfertigt. Grundsätzlich können die beiden Stromerzeugungstechnologien auch durch andere Formen der Energieerzeugung, wie z. B. Wind- und Wasserkraftwerke oder Nuklearkraftwerke ersetzt werden. Dabei sind dann die entsprechenden technologiespezifischen Parameter anzupassen.¹³⁴ Gemäß Annahme 5) werden die Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren Gas und Kohle so gewählt, dass der erwartete Nutzen aus dem durch die Stromerzeugung erzielten Gewinn maximiert wird. Entsprechend den Risikopräferenzen des Stromerzeugers erfolgt somit eine Abwägung von erwartetem Gewinn und dem Gewinnrisiko, das durch den Absatz bzw. die zum Teil unsicheren Kosten entsteht. Die Festlegung der optimalen

z. B. die folgenden Arbeiten: Vgl. Battermann et al. (2002): S. 210 ff., Briys et al. (1993): S. 951 ff., Lence (1995): S. 386 ff. bzw. Kimball (1990): S. 58 ff. und Kimball (1993): S. 592 ff.

¹³¹Vgl. Definition B.6 in Anhang B.9, Dixit (1990): S. 106 ff., Silberberg/Suen (2001): S. 68 ff. oder Sydsæter et al. (2005): S. 100.

¹³²Vgl. Sydsæter et al. (2005): S. 98.

¹³³Ein innerer Punkt stellt eine Lösung zur Maximierung der Zielfunktion dar, wenn der innere Punkt stationär und die Zielfunktion konkav ist. Ein stationärer Punkt liegt vor, wenn der Gradient null ist, d. h. alle partiellen Ableitungen den Wert null aufweisen. (Vgl. Mavron/Phillips (2007): S. 140 oder Sydsæter et al. (2005): S. 97 f.)

¹³⁴In den Kapiteln 4.2.2.1 und 4.2.2.2 erfolgt beispielsweise u. a. die Betrachtung eines Unternehmens, welches die Möglichkeit hat, CO₂-emissionsfrei Strom durch Nutzung von Kernenergie zu erzeugen, so dass nur eine von zwei zur Verfügung stehenden Technologien CO₂ emittiert. Auch die Einbeziehung der Stromerzeugung aus erneuerbaren Energien, die ebenfalls keine CO₂-Emission verursachen ist möglich.

Verwendungsmengen von Gas und Kohle führt zur gemäß der Nutzenfunktion optimalen Kombination von erwartetem Gewinn und Risiko des Gewinns. Aus der ökonomischen Perspektive betrachtet sind negative Lösungen für x_G und x_K nicht sinnvoll, da dies nicht mit dem Prozess der Stromerzeugung vereinbar ist. Da nur die Optimallösungen mit positiven Werten für x_G und x_K von Interesse sind, wird unterstellt, dass die hinreichenden und notwendigen Optimalbedingungen positive optimale Verwendungsmengen von Gas und von Kohle ergeben.

Für die Abbildung der Besonderheiten bei der Erzeugung von Strom aus der Verbrennung von fossilen Brennstoffen ist die Einführung von verschiedenen technologischen Faktoren notwendig. Mit Hilfe dieser Faktoren kann die Umwandlung von in den Brennstoffen gebundener Energie in elektrische Energie abgebildet werden. So wird eine möglichst realitätsbezogene Einbeziehung des Stromerzeugungsprozesse in das Modell ermöglicht. Der Umwandlungsprozess wird durch den Heizwert h_i und den Wirkungsgrad η_i einer Stromerzeugungstechnologie i abgebildet. Der Heizwert h_i gibt die Menge an thermischer Energie an, die pro Mengeneinheit des Rohstoffs erzeugt wird, und wird z. B. für Kohle in Megawattstunden pro Tonne (MWh_{th}/T) gemessen. Der Wirkungsgrad η_i einer Stromerzeugungstechnologie gibt das Verhältnis von erzeugter elektrischer Energie MWh_e zur aus dem Stoff gewonnener thermischer Energie an ($\text{MWh}_e/\text{MWh}_{th}$). Durch das Produkt von Heizwert und Wirkungsgrad ist der technologiespezifische Faktor t_i (MWh_e/T) gegeben, der pro Mengeneinheit des verwendeten Stoffes die erzeugte Menge an elektrischer Energie angibt.¹³⁵

$$t_i := \eta_i h_i, \text{ in der Einheit } \left[\frac{\text{MWh}_e \text{ MWh}_{th}}{\text{MWh}_{th} T} = \frac{\text{MWh}_e}{T} \right]. \quad (4.1)$$

Mit Hilfe des Faktors für die Umwandlung von verwendetem Brennstoff in elektrische Energie, t_i , kann eine Produktionsfunktion festgelegt werden, die auf Basis der verwendeten Faktormengen die Menge an erzeugtem Strom festlegt. Werden zwei Technologien betrachtet, mit denen Strom erzeugt werden kann, müssen beide Technologien aufgrund der Homogenität von Strom Substitute darstellen. Eine bestimmte Menge an Strom kann folglich durch verschiedene Kombinationen der Mengen der Faktoren erzeugt werden und es kann ein Austauschverhältnis beider Faktoren bestimmt werden, so dass eine entsprechende Erhöhung des einen Faktors sowie eine Verringerung des anderen Fak-

¹³⁵Vgl. z. B. Erdmann/Zweifel (2008): S. 21 ff., Ströbele et al. (2012): S. 19 ff. oder Zahornsky et al. (2010): S. 17 ff.

tors die produzierte Menge an Strom nicht verändert.¹³⁶ Eine Produktionsfunktion, die diese Substitutionalität zwischen den zur Stromerzeugung verwendeten Technologien abbildet ist eine additive separable Produktionsfunktion. Insbesondere die Eigenschaft der Unabhängigkeit der Stromproduktion einer Technologie sowie der Unabhängigkeit der Grenzproduktivitäten einer Erzeugungstechnologie von der jeweils anderen Technologie spiegeln die Charakteristika der Stromerzeugung mit zwei Technologien wider. Entscheidungen über die Nutzung bzw. die Auslastung eines Kraftwerkes hat folglich keinen Effekt auf die Produktivität von anderen Kraftwerken.¹³⁷ Die Kreuzableitung der additiv separablen Produktionsfunktion ist folglich null. Es wird zunächst unterstellt, dass die Produktion mit Hilfe von einem Gas- und einem Kohlekraftwerk erfolgt, wobei x_G und x_K die verwendeten Mengen Gas und Kohle unter Sicherheit darstellen.¹³⁸ Die Produktionsfunktion ist gegeben durch:^{139 140 141}

$$f(x_G, x_K) := t_G x_G^\alpha + t_K x_K^\beta. \quad (4.2)$$

Die Ausbringungsmenge ist gemäß Gleichung (4.2) abhängig von den technologischen Faktoren der Technologien sowie den Faktormengen. Aus der Summe der durch die beiden einzelnen Technologien produzierten Mengen an Strom ergibt sich die gesamte Ausbringungsmenge, wobei das Unternehmen über die Aufteilung der Produktion entscheidet. Durch die Parameter α und β , mit $0 < \alpha, \beta \leq 1$, weisen die Produktionsfunktionen des Gas- und des Kohlekraftwerkes einen konkaven Verlauf auf, so dass

¹³⁶Produktionsfaktoren, die einen anderen Produktionsfaktor in der Produktion vollständig ersetzen können, ohne dabei das Produktionsniveau zu verändern, werden als Substitute bezeichnet. Dabei kann eine bestimmte Ausbringungsmenge auch ausschließlich durch Verwendung eines Faktors erzielt werden. Diese Eigenschaft der Faktoren wird als Alternativsubstitution bezeichnet. Produktionsfaktoren werden als perfekte oder vollkommene Substitute bezeichnet, wenn die Austauschrate der Faktoren für eine gegebene Produktionsmenge unabhängig vom Produktionsniveau ist. (Vgl. z. B. Henderson/Quandt (1971): S. 37, Varian (2010): S. 335 oder Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 30 f.)

¹³⁷Eine indirekte Beeinflussung der Entscheidung zur Nutzung eines Kraftwerks durch die Höhe der Nutzung von anderen Kraftwerken, wird in der Gewinngleichung durch die Betriebskostenfunktion erzeugt. Durch die konvexe Betriebskostenfunktion, kann eine hohe Nutzung eines Kraftwerkes und folglich einer hohen Verwendungsmenge des Brennstoffes zu hohen Grenzkosten der Betriebskosten führen. Dies kann die Attraktivität der Nutzung von anderen Kraftwerken verringern.

¹³⁸Variablen oder Faktoren, die im Zusammenhang zu den Brennstoffen Kohle und Gas stehen, werden jeweils im Index durch die Buchstaben G und K gekennzeichnet.

¹³⁹Vgl. z. B. Linde (1977): S. 284 ff.

¹⁴⁰Additive und separable Funktionen finden auch Anwendung in der Nutzentheorie. (Vgl. Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 334.)

¹⁴¹Andere Produktionsfunktionen sind z. B. die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion oder die lineare Produktionsfunktion. (Vgl. Henderson/Quandt (1971): S. 80 f. oder Varian (2010): S. 335 ff.)

die Grenzproduktivität bzgl. beider Technologien positiv aber abnehmend ist. Diese Eigenschaft stimmt mit einer vorhandenen Obergrenze der Leistungserzeugung eines Kraftwerkes überein.^{142 143} Die abnehmenden Zuwächse der Produktionsmenge für eine gleichbleibende sukzessive Erhöhung der Verwendung der Produktionsfaktoren, wird auch als abnehmender Skaleneffekt bezeichnet.¹⁴⁴ Die Erlöse des Unternehmens werden durch den Verkauf der produzierten Menge an Strom zum deterministischen Preis P_S im Zeitpunkt $t = 1$ erzielt.

Gemäß dem eingeführten Handelssystem für CO₂-Emissionszertifikate, führt die Emission von CO₂ im Rahmen der Stromerzeugung zu Kosten für CO₂-Zertifikate.¹⁴⁵ Diese Kosten sind abhängig von den verwendeten Mengen der Produktionsfaktoren Gas und Kohle und den damit verbundenen Emissionsmengen. Physikalisch besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen verbrannter Menge eines Stoffes und der Menge an emittiertem CO₂. Der entsprechende Umrechnungsfaktor, e_i der Technologie i wird als Emissionsfaktor bezeichnet und gibt die Menge von emittiertem CO₂ in Tonnen pro Tonne verbranntem Brennstoff der Technologie an.¹⁴⁶ Der Preis eines Emissionszertifikats, P'_{CO_2} , welches zur Emission von einer Tonne CO₂ berechtigt, ist im Zeitpunkt $t = 0$ unsicher. Die Kosten der CO₂-Emission sind abhängig von der durch beide Technologien emittierten Mengen, $e_G x_G + e_K x_K$. Für den Stromerzeuger fallen zusätzliche Kosten für die Beschaffung der Brennstoffe Gas und Kohle an, die zu den Preis deterministischen Kosten P_G und P_K im Zeitpunkt $t = 0$ gekauft werden. Des Weiteren fallen von der Menge der verwendeten Produktionsfaktoren abhängige variable Betriebskosten an. Es wird angenommen, dass diese Kosten konvex in den Mengen x'_G und x'_K sind und durch $C(x_G, x_K) = 0,5(x_G + x_K)^2$ gegeben sind.^{147 148} Es wird

¹⁴²Vgl. B.8 in Anhang B sowie Henderson/Quandt (1971): S. 60 ff.

¹⁴³Die verwendete Funktion weist eine Verwandtschaft zur CES-Produktionsfunktion auf. Wird der Wert $-\rho$ für den Faktor m gewählt und gilt $\alpha = \beta = -\rho$ sowie $t_G = a$, $t_K = b$ stellt die Funktion in Gleichung (4.2) eine spezielle Form der CES-Produktionsfunktion dar. Dementsprechend sind auch die Eigenschaften der CES-Produktionsfunktion übertragbar. (Vgl. B.7 in Anhang B.)

¹⁴⁴Vgl. z. B. Varian (2010): S. 340 ff.

¹⁴⁵Vgl. Kapitel 4.1.2 oder Erdmann/Zweifel (2008): S. 303 ff.

¹⁴⁶Vgl. Ströbele et al. (2012): S. 62 ff.

¹⁴⁷Es gilt daher: $C''_{x_G, x_G}(x_G, x_K)C''_{x_K, x_K}(x_G, x_K) - (C''_{x_G, x_K}(x_G, x_K))^2 > 0$ sowie $C''_{x_G, x_G}(x_G, x_K), C''_{x_K, x_K}(x_G, x_K) > 0$. (Vgl. Sydsæter et al. (2005): S. 93.)

¹⁴⁸Die Annahme einer konvexen Kostenfunktion wird in der Literatur häufig gestellt und dient der Sicherstellung eines Maximums. (Vgl. Anderson/Danthine (1981): S. 95, Henderson/Quandt (1971): S. 70 ff., Katz et al. (1982): S. 390 oder Paroush/Wolf (1986): S. 140.) Es existieren auch Arbeiten, in denen die Kosten als lineare Funktion der Produktionsfaktoren unterstellt werden. (Vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 539, Holthausen (1976): S. 95 oder Paroush/Wolf (1992): S. 832 ff.) Werden unsichere Größen in der Gewinnfunktion berücksichtigt, so dass der erwartete Nutzen auf Basis des unsicheren Gewinns maximiert wird, ist die Annahme einer konvexen Kostenfunktion nicht

angenommen, dass ohne die Verbrennung von Rohstoffen die variablen Betriebskosten den Wert null haben, so dass $C(0,0) = 0$. Anfallende Fixkosten werden mit C_F bezeichnet. Die folgende Tabelle enthält eine zusammenfassende Übersicht der für das Modell verwendeten Variablen und Parameter.

$U(\cdot)$	=	Nutzenfunktion des Stromerzeugers,
$\Pi(x_G, x_K)$	=	Gewinn des Stromerzeugers,
x_G	=	Verwendungsmenge des Produktionsfaktors Gas,
x_K	=	Verwendungsmenge des Produktionsfaktors Kohle,
$f(x_G, x_K)$	=	Produktionsfunktion des Stromerzeugers,
t_G, t_K	=	Umwandlungsfaktoren der Stromerzeugung,
$C(x_G, x_K)$	=	Funktion der Betriebskosten der Kraftwerke,
C_F	=	Fixkosten der Stromerzeugung,
P'_{CO_2}	=	der unter Sicherheit relevante Preis eines CO ₂ -Zertifikates,
\tilde{P}_{CO_2}	=	der unter Unsicherheit relevante Preis eines CO ₂ -Zertifikates,
P_G, P_K	=	Kosten der Brennstoffe Gas und Kohle pro Einheit,
e_G, e_K	=	CO ₂ -Emissionsraten pro verwendeter Mengeneinheit von Gas und Kohle.

Tabelle 4.1: Übersicht der für das Modell des Stromerzeugers verwendeten Variablen und Parameter.¹⁵⁰

Der deterministische Gewinn des stromerzeugenden Unternehmens kann dargestellt werden als:¹⁵¹

$$\begin{aligned} \Pi(x_G, x_K) = & f(x_G, x_K) P_S - x_G P_G - x_K P_K \\ & - (e_G x_G + e_K x_K) P'_{CO_2} - C(x_G, x_K) - C_F. \end{aligned} \quad (4.3)$$

zwingend nötig für die Existenz eines Maximums. (Vgl. Sandmo (1971): S. 70 ff.)

¹⁵⁰Eigene Erstellung.

¹⁵¹Es wird zunächst angenommen, dass sämtliche Preise nicht stochastisch sind und folglich der Gewinn deterministisch ist.

Gemäß Annahme 4) wird der Nutzen auf Basis des Gewinns aus Gleichung (4.3) durch geeignete Wahl der Produktionsfaktoren x_G und x_K maximiert. Auf Basis des deterministischen Gewinns ist das Maximierungsproblem gegeben durch:¹⁵²

$$\max_{x_G \geq 0, x_K \geq 0} U(\Pi(x_G, x_K)). \quad (4.4)$$

Für die Ermittlung der Optimallösungen von x_G und x_K werden die Optimalbedingungen¹⁵³ ermittelt. Die Ermittlung der Bedingungen erster Ordnung liefert:^{154 155 156}

B.1.O:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(\Pi)}{\partial x_G} &\stackrel{!}{=} 0, \\ \Leftrightarrow f'(x_G^*) P_S &= P_G + e_G P'_{CO_2} + C'(x_G^*, x_K^*), \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(\Pi)}{\partial x_K} &\stackrel{!}{=} 0, \\ \Leftrightarrow f'(x_K^*) P_S &= P_K + e_K P'_{CO_2} + C'(x_G^*, x_K^*). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Die optimalen Lösungen gemäß den Gleichungen (4.5) und (4.6) stellen ein eindeutiges Maximum dar, wenn die Zielfunktion für den gegebenen Definitionsbereich konkav ist, da ein innerer Punkt eine Zielfunktion dann und nur dann maximiert, wenn er gleichzeitig auch stationär ist. Um sicherzustellen, dass x_G^* und x_K^* die Funktion $U(\Pi(x_G, x_K))$

¹⁵²Vgl. Satz 2.1.1 in Kapitel 2.1.1.

¹⁵³Vgl. Reinhardt et al. (2013): S. 49 ff. und Silberberg/Suen (2001): S. 68 ff.

¹⁵⁴Da die Produktionsfunktion additiv separabel ist, hängt ihre jeweilige erste Ableitung nur noch von dem entsprechenden Argument ab und kann dargestellt werden als $f'_{x_G}(x_G)$ bzw. $f'_{x_K}(x_K)$.

¹⁵⁵Optimallösungen werden durch ein Sternchen gekennzeichnet. Es wird unterstellt, dass die Bedingungen für eine Maximalstelle gemäß Definition B.6 in Anhang B.9 erfüllt sind.

¹⁵⁶Die Ableitung der Kostenfunktion führt nach Bildung der Ableitungen beiden Faktormengen jeweils zum gleichen Ergebnis, so dass die ersten und zweiten Ableitungen jeweils identisch sind. Es wird daher auf eine Kennzeichnung des Arguments, nach dem abgeleitet wurde, im Index der Ableitung verzichtet.

¹⁵⁷Da die Produktionsfunktion additiv separabel ist, hängen ihre ersten und zweiten Ableitung nur noch von dem entsprechenden Argument ab, nach dem abgeleitet wurde. Das in den Ableitungen verbleibende Argument ist jeweils in der Klammer angegeben. Aus diesem Grund ist die Kennzeichnung des Arguments, nach dem die Produktionsfunktion abgeleitet wurde, redundant und es wird bei der Darstellung aller Ableitungen der Produktionsfunktion im weiteren Verlauf der Arbeit darauf verzichtet. Es gilt daher: $f'_{x_G}(x_G) = f'(x_G)$, $f'_{x_K}(x_K) = f'(x_K)$, $f''_{x_G, x_G}(x_G, x_G) = f''(x_G)$, $f''_{x_K, x_K}(x_G, x_K) = f''(x_K)$. (Vgl. Gleichung (4.2) in diesem Kapitel 4.2.1.)

maximieren, muss die Konkavität gezeigt werden.¹⁵⁸ Aus der Konkavität der Nutzenfunktion folgt die Optimalität von x_G^* und x_K^* .^{159 160}

Durch die Gleichungen (4.5) und (4.6) werden die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle, x_G^* und x_K^* , eindeutig bestimmt. Im Optimum müssen für beide Produktionsfaktoren die Grenzerlöse den Grenzkosten der Stromerzeugung entsprechen.¹⁶¹ Mit Hilfe der Bildung des totalen Differentials kann die Sensitivität der Ergebnisse der optimalen Mengen x_G^* und x_K^* bzgl. Veränderungen von z. B. dem Strompreis oder dem Preis der CO₂-Zertifikate untersucht werden.¹⁶²

4.2.2 Das Grundmodell eines stromerzeugenden Unternehmens unter Unsicherheit

4.2.2.1 Die optimale Entscheidung über die Verwendung der Produktionsfaktoren

Das in Kapitel 4.2.1 vorgestellte Modell wird durch die Berücksichtigung von Unsicherheit bzgl. des Preises für die CO₂-Emissionszertifikate erweitert. Aus diesem Grund ergänzen die beiden folgenden Annahmen 7) bis 9) die bereits für das Modell unter Sicherheit getätigten Annahmen 1) bis 6).

- 7) Die unsichere Größe des Preises der CO₂-Emissionszertifikate, \tilde{P}_{CO_2} ¹⁶³ nimmt im Zeitpunkt $t = 1$ stets positive Werte an. \tilde{P}_{CO_2} kann in $t = 1$ Werte aus $\Omega = [P_{CO_2}^U, P_{CO_2}^O]$, mit $0 \leq P_{CO_2}^U < P_{CO_2}^O < \infty$ annehmen. Im Zeitpunkt $t = 0$ ist der Preis der Zertifikate, \tilde{P}_{CO_2} , durch seine Wahrscheinlichkeitsverteilung gegeben. Dementsprechend ist auch der Gewinn des Unternehmens im Zeitpunkt $t = 0$ unsicher und nur durch seine Wahrscheinlichkeitsverteilung bekannt. Das Anfangsvermögen des Unternehmens ist null.

¹⁵⁸Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 70 ff. oder Sydsæter et al. (2005): S. 97 f.

¹⁵⁹Die Konkavität der Nutzenfunktion wird in Anhang B.10 nachgewiesen.

¹⁶⁰Eine Voraussetzung für die Existenz einer Lösung des Entscheidungsproblems ist eine Kostenfunktion mit steigenden Grenzkosten. (Vgl. Sandmo (1971): S. 70.)

¹⁶¹Die ermittelte Bedingung für das Optimum ist ein gängiges Ergebnis für Modelle eines Unternehmens, bei dem eine Zielfunktion auf Basis von Kosten und Erlösen bzw. der Nutzen auf Basis des Gewinns maximiert wird. (Vgl. z. B. Henderson/Quandt (1971): S. 93 ff. oder Varian (2010): S. 350 ff.)

¹⁶²Vgl. Satz B.1 in Anhang B.11.

¹⁶³Eine Tilde kennzeichnet eine Größe als Zufallsvariable.

- 8) Um auch für den Fall unter Unsicherheit sicherzustellen, dass die optimalen Faktormengen, x_G^* und x_K^* , die Zielfunktion maximieren, wird für die Beträge der zweiten partiellen Ableitungen¹⁶⁴ unterstellt, dass $|H_{x_G, x_G}|, |H_{x_K, x_K}| > |H_{x_K, x_G}|$ gilt, so dass im Optimum $H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_K, x_G})^2 > 0$ gilt. In Verbindung mit $H_{x_G, x_G}, H_{x_K, x_K} < 0$ kann so die Konkavität der Zielfunktion nachgewiesen werden und die Lösungen, die durch die Bedingungen erster Ordnungen erhalten werden, maximieren die Zielfunktion.¹⁶⁵ Zudem wird $H_{x_G, x_K} < 0$ unterstellt. Es kann im Rahmen des Modells nicht gezeigt werden, dass die Bedingung $H_{x_K, x_K}, H_{x_G, x_G} < H_{x_K, x_G} < 0$ im Optimum stets erfüllt ist. Insbesondere kann das Vorzeichen der Kreuzableitung gemäß Gleichung (4.13) nicht allgemein bestimmt werden. Die Annahme $H_{x_K, x_G} < 0$ wird u. a. auch bei Modellen, die sich auf einen oligopolistischen Markt beziehen und strategisches Verhalten zwischen den Akteuren am Markt berücksichtigen, verwendet, um die Existenz eines Cournot-Gleichgewichts¹⁶⁶ sicherzustellen.¹⁶⁷
- 9) Für die Produktionsfunktion, die durch $f(x_G, x_K) := t_G x_G^\alpha + t_K x_K^\beta$ ¹⁶⁸ gegeben ist, wird angenommen, dass $\alpha = \beta$, mit $0 < \alpha, \beta < 1$, gilt.
- 10) Es wird unterstellt, dass die Nutzenfunktion Besonnenheit impliziert, so dass gemäß Satz 2.1.5, $U'''(\cdot) > 0$ gilt.¹⁶⁹

Aufgrund der Preisunsicherheit wird der erwartete Nutzen auf Basis des unsicheren Gewinns $\tilde{\Pi}(x_G, x_K)$ durch geeignete Wahl der Entscheidungsgrößen, x_G und x_K , maximiert.¹⁷⁰ Das an die Preisunsicherheit der CO₂-Emissionszertifikate angepasste Optimierungskalkül gemäß Gleichung (4.4)¹⁷¹ ist gegeben durch:

$$\max_{x_G \geq 0, x_K \geq 0} E \left[U(\tilde{\Pi}(x_G, x_K)) \right], \quad (4.7)$$

¹⁶⁴Die zweiten partiellen Ableitungen bzgl. des Erwartungsnutzens aus den Gleichungen (4.11), (4.12) und (4.13) werden mit $H_{x_G, x_G}, H_{x_K, x_K}$ und $H_{x_K, x_G} = H_{x_G, x_K}$ bezeichnet.

¹⁶⁵Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 70 oder Sydsæter et al. (2005): S. 93.

¹⁶⁶Vgl. z. B. Hey (1979): S. 149 ff. oder Tirole (1988): S. 218 ff.

¹⁶⁷Vgl. z. B. Dixit (1986): S. 110 f., Novshek (1985): S. 90 f. oder Tirole (1988): S. 224 ff.

¹⁶⁸Vgl. Gleichung 4.2 in Kapitel 4.2.1.

¹⁶⁹Vgl. Definition 2.13 in Kapitel 2.1.3

¹⁷⁰Vgl. Fishburn (1989): S. 132 ff., Friedman/Savage (1948): S. 287 ff. oder Hey (1979): S. 30 ff.

¹⁷¹Vgl. Gleichung 4.4 in Kapitel 4.2.1.

$$\begin{aligned} \text{mit } \tilde{\Pi}(x_G, x_K) &= f(x_G, x_K) P_S - x_G P_G - x_K P_K \\ &\quad - (e_G x_G + e_K x_K) \tilde{P}_{CO_2} - C(x_G, x_K) - C_F. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Gemäß Annahme 7) wird für das Stromerzeugungsunternehmen Unsicherheit über die Preise der CO₂-Emissionszertifikate eingeführt. Die Kosten der CO₂-Emission und damit auch der Gewinn des Stromerzeugers sind damit unsicher. Die Höhe des Gewinnrisikos wird durch den Faktor bestimmt, mit dem der unsichere CO₂-Preis in die Gewinngleichung eingeht. Dieser Faktor ist durch $e_G x_G + e_K x_K$ gegeben und ist abhängig von den Verwendungsmengen von Gas und Kohle sowie von der Höhe der CO₂-Emissionsraten der Kraftwerke. Bei gegebenen Emissionsraten hat der Stromerzeuger durch die Wahl der Verwendungsmengen von Gas und Kohle, x_G und x_K , die Möglichkeit, die Gewichtung des unsicheren Preises der CO₂-Zertifikate in der Gewinngleichung zu ändern. Entsprechend der durch die Nutzenfunktion gegebenen Risikopräferenzen des Stromerzeugungsunternehmens kann durch die Änderung der Verwendungsmengen die Höhe von erwartetem Gewinn und Gewinnrisiko beeinflusst werden und der erwartete Nutzen dementsprechend maximiert werden. Entsprechend der Annahme 8) wird unterstellt, dass die Änderung des Grenznutzens bzgl. eines Produktionsfaktors durch eine Änderung dieses Faktors immer größer ist als die Änderung dieses Grenznutzens durch eine Änderung des zweiten Faktors. Folglich ist beispielsweise die Änderung des Grenznutzens bzgl. des Faktors Gas durch eine marginale Änderung des Faktors Gas größer als die Änderung des Grenznutzens durch eine marginale Änderung des Faktors Kohle. Diese Annahme basiert auf der Überlegung, dass die Stromerzeugungskraftwerke voneinander unabhängig sind und die Grenzproduktivität maßgeblich durch das eigene Auslastungsniveau bestimmt wird. Der Grenznutzen bzgl. eines Produktionsfaktors hängt jedoch indirekt über die Grenzbetriebskostenfunktion auch von der Höhe des Auslastungsniveaus der zweiten Erzeugungstechnologie ab. Gemäß Annahme 8) ist die Wirkung dieses indirekten Effektes über die Betriebskostenfunktion stets geringer als die Wirkung der direkten Effekte auf den Grenznutzen. Durch Annahme 8) bzw. durch die Annahme $H_{x_K, x_G} < 0$ wird zudem ein substitutionaler Zusammenhang zwischen den Faktoren Gas und Kohle unterstellt, was durch die Homogenität von Strom motiviert ist. Für die Erzeugung von einer MWh_e Strom ist die Erzeugungstechnologie irrelevant, so dass die Erzeugungstechnologien für die Stromerzeugung untereinander austauschbar sind. Annahme 9) dient der später vereinfachten Ableitung von Aussagen, über die Voraussetzungen, dafür dass einer der Produktionsfaktoren intensiver zur

Stromerzeugung genutzt wird.¹⁷²

Für die Ermittlung der Optimallösungen von x_G und x_K werden die Optimalitätsbedingungen¹⁷³ ermittelt. Die Ermittlung der Bedingungen erster sowie der zweiten partiellen Ableitungen liefert:^{174 175}

B.1.O.:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G} &= E[U'(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))] \stackrel{!}{=} 0, \\ \Leftrightarrow f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO_2}] - C'(x_G^*, x_K^*) &= \frac{e_G \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]}, \quad (4.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_K} &= E[U'(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_K^*)P_S - P_K - e_K \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))] \stackrel{!}{=} 0, \\ \Leftrightarrow f'(x_K^*)P_S - P_K - e_K E[\tilde{P}_{CO_2}] - C'(x_G^*, x_K^*) &= \frac{e_K \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]}. \quad (4.10) \end{aligned}$$

Zweiten partiellen Ableitungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G \partial x_G} &= E \left[U''(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))^2 \right] \\ &\quad + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_G^*)P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) < 0, \quad (4.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_K \partial x_K} &= E \left[U''(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_K^*)P_S - P_K - e_K \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))^2 \right] \\ &\quad + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_K^*)P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) < 0, \quad (4.12) \end{aligned}$$

¹⁷²Vgl. Satz 4.2.1.

¹⁷³Vgl. Reinhardt et al. (2013): S. 49 ff. und Silberberg/Suen (2001): S. 68 ff.

¹⁷⁴Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird der optimale Gewinn $\Pi^*(x_G^*, x_K^*)$ abgekürzt durch Π^* dargestellt.

¹⁷⁵Die Kostenfunktion ist durch $C(x_G, x_K) = 0,5(x_G + x_K)^2$ gegeben. Folglich führen Ableitungen nach beiden Faktormengen jeweils zum gleichen Ergebnis, so dass die ersten und zweiten Ableitungen jeweils identisch sind. Es wird daher auf eine Kennzeichnung des Arguments nach dem abgeleitet wurde im Index der Ableitung verzichtet.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_G \partial x_K} &= E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_K^*) P_S - P_K - e_K \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right. \\
&\quad \left. \cdot (f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] \\
&\quad + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (-C''(x_G^*, x_K^*)). \tag{4.13}
\end{aligned}$$

Durch die Gleichungen (4.9) und (4.10) werden die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle bestimmt. Gemäß Annahme 6) in Kapitel 4.2.1 sind die Mengen x_G^* und x_K^* positiv. Die Optimalwerte x_G^* und x_K^* stellen gemäß Annahme 6) aus Kapitel 4.2.1 innere Lösungen sowie einen stationären Punkt dar. Folglich maximieren die Faktormengen x_G^* und x_K^* den Erwartungsnutzen aus Gleichung (4.7).^{176 177}

Gemäß Annahme 8) ist die Kreuzableitung des Erwartungsnutzens aus Gleichung (4.13) negativ.¹⁷⁸ Dies bedeutet, dass eine Erhöhung der Verwendung des einen Produktionsfaktors zu einer Verringerung des Grenznutzens des jeweils anderen Faktors führt. Zudem folgt aus Annahme 8) durch $H_{x_K, x_K}, H_{x_G, x_G} < H_{x_K, x_G} < 0$, dass der direkte Effekt der Änderung des Grenznutzens bzgl. eines Faktors durch eine Änderung der Verwendung dieses Faktors immer größer ist als die Wirkung einer Änderung der Verwendung des anderen Faktors.¹⁷⁹ Dieser Sachverhalt kann als ein substitutionaler Zusammenhang auf Basis des Erwartungsnutzens der beiden Stromerzeugungstechnologien Gas und Kohle aufgefasst werden. Bezogen auf die Grenzproduktivität der einzelnen Technologien kann diese Aussage nicht getätigt werden, da die Grenzproduktivität des einen

¹⁷⁶Vgl. Gemäß den Gleichungen (4.11) und (4.12) sind die beiden zweiten Ableitungen nach x_G^* und x_K^* jeweils negativ und in Verbindung mit Annahme 8) gilt für die Determinante der Hesse-Matrix $H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_K, x_G})^2 > 0$. (Vgl. Silberberg/Suen (2001): S. 70.)

¹⁷⁷Wird ein kompetitives Unternehmen und dessen Produktionsentscheidung unter Sicherheit betrachtet, ist die Existenz einer konvexen Kostenfunktion eine notwendige Bedingung für die Existenz einer Optimallösung. Für ein kompetitives Unternehmen unter Berücksichtigung von Preisunsicherheit ist diese Bedingung nicht mehr notwendig. Auch für den Fall von abnehmenden Grenzkosten können Lösungen für die optimale Produktionsentscheidung ermittelt werden. (Vgl. z. B. Hey (1979): S. 128 oder Sandmo (1971): S. 70.)

¹⁷⁸Die Kreuzableitung der Produktionsfunktion hat aufgrund ihrer Eigenschaften den Wert null.

¹⁷⁹Im Rahmen von Modellen, die Produktionsentscheidungen auf oligopolistischen Märkten untersuchen, wird mit einer ähnlichen Annahme festgelegt, dass ein Marktakteur mit einer Verringerung der eigenen Produktionsmenge auf eine Erhöhung der Produktionsmenge eines Konkurrenten reagiert. Die von beiden Akteuren erzeugten Produktionsmengen werden in diesem Fall als strategische Substitute bezeichnet. Zudem ist dies eine mögliche Annahme, um die Existenz eines Cournot-Gleichgewichts sicherzustellen. (Vgl. z. B. Athey/Schmutzler (2001): S. 2 ff., Bulow et al. (1985): S. 491 ff., Hahn (1962): S. 329 ff., Novshek (1985): S. 90 f., Tirole (1988): S. 218 ff. oder Vives (2005): S. 632 ff.)

Faktors unabhängig von der Höhe des anderen Faktors ist. Über die Kostenfunktion in der Gewinnfunktion, die nicht additiv separabel ist, wirken die Änderungen der Verwendung des einen Faktors über die Bedingung erster Ordnung gemäß Gleichung (4.9) und (4.10) auf die Verwendungsmenge des anderen Faktors.¹⁸⁰ Aus Annahme 8) resultiert die aus einer ökonomischen Betrachtung sinnvolle Implikation, dass zwei unabhängige Stromerzeugungskraftwerke in einem grundsätzlich substitutionalen Zusammenhang stehen. Da Strom ein homogenes Gut darstellt, sind die zur Stromerzeugung verwendeten Technologien bei Vernachlässigung von technischen Einschränkungen tatsächlich substituierbar. Im Rahmen der Maximierung des Erwartungsnutzens beeinflussen die Kosten der Brennstoffe sowie die Kosten der CO₂-Emission des einen Kraftwerks über die Gewinnfunktion die Produktion in dem anderen Kraftwerk und somit auch die Verwendungsmenge des anderen Produktionsfaktors.¹⁸¹

Mit Hilfe des folgenden Satzes kann eine Aussage über die Relation der Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren im Optimum getätigt werden.

Satz 4.2.1. *Weisen die zur Stromerzeugung verwendeten Gaskraftwerke geringere (höhere) Brennstoffkosten, geringere (höhere) Emissionsraten sowie höhere bzw. gleich hohe (niedrigere bzw. gleich hohe) technologische Umwandlungsfaktoren auf als die Kohlekraftwerke, so dass $P_G < P_K$, $e_G < e_K$ und $t_G \geq t_K$ ($P_G > P_K$, $e_G > e_K$ und $t_G \leq t_K$) gilt und ist die Produktionsfunktion konkav und additiv separabel, können die folgenden Zusammenhänge abgeleitet werden.¹⁸²*

$$(i) \text{ Für } P_G < P_K, e_G < e_K, t_G \geq t_K \text{ gilt: } f'(x_G) < f'(x_K) \Leftrightarrow x_G > x_K. \quad (4.14)$$

$$(ii) \text{ Für } P_G > P_K, e_G > e_K, t_G \leq t_K \text{ gilt: } f'(x_G) > f'(x_K) \Leftrightarrow x_G < x_K. \quad (4.15)$$

Beweis Die Aussage von Satz 4.2.1 kann auf Basis der Bedingungen erster Ordnung abgeleitet werden. Die Umformung der Bedingungen erster Ordnung liefert:¹⁸³

¹⁸⁰Vgl. z. B. Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 30 f. oder Varian (2010): S. 38 f. oder S. 335.

¹⁸¹Aufgrund von unterschiedlichen Anfahrzeiten der einzelnen Erzeugungstechnologien kann die tatsächliche Substituierbarkeit eingeschränkt sein. (Vgl. z. B. Konstantin (2013): S. 286 ff., Ströbele et al. (2012): S. 243 ff. oder Zahornsky et al. (2010): S. 19 ff.)

¹⁸²Es wird weiterhin angenommen, dass für die Exponenten α und β in der Produktionsfunktion aus Gleichung (4.2) in Kapitel 4.2.1 $\alpha = \beta$ gilt.

¹⁸³Vgl. Gleichung 4.9 und 4.10.

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow f'(x_G^*) P_S - P_G - C'(x_G^*, x_K^*) \\ - e_G \left(E[\tilde{P}_{CO_2}] + \frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) = 0, \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\Leftrightarrow f'(x_G^*) P_S - P_G - C'(x_G^*, x_K^*) - e_G B(x_G^*, x_K^*) = 0, \quad (4.17)$$

sowie

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow f'(x_K^*) P_S - P_K - C'(x_G^*, x_K^*) \\ - e_K \left(E[\tilde{P}_{CO_2}] + \frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) = 0, \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\Leftrightarrow f'(x_K^*) P_S - P_K - C'(x_G^*, x_K^*) - e_K B(x_G^*, x_K^*) = 0, \quad (4.19)$$

$$\text{mit } B(x_G^*, x_K^*) = E[\tilde{P}_{CO_2}] + \frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]}. \quad (4.20)$$

Da die erste Ableitung der Kostenfunktion unabhängig vom Argument ist, nach dem die Ableitung gebildet wurde, ist die Relation zwischen den Funktionen der Grenzproduktivität gemäß den Gleichungen (4.17) und (4.19) abhängig von den Relationen zwischen den Brennstoffkosten und den Emissionsraten der Technologien. Ist das Verhältnis der beiden Grenzproduktivitätsfunktionen bekannt, kann durch eine entsprechende Annahme über die Relation der Umwandlungsfaktoren, t_G und t_K , sowie auf Basis der Annahme $\alpha = \beta$ gemäß Annahme 9), darauf geschlossen werden, welcher Produktionsfaktor stärker eingesetzt wird. Die Verwendung der beiden Technologien zur Stromerzeugung hängt von den technologiespezifischen Kostenfaktoren, d. h. den Brennstoffkosten und der Emissionsrate, ab, die jeweils mit der Stromerzeugung verbunden sind. Der zweite relevante Faktor ist der Umwandlungsfaktor der jeweiligen Technologie, der ein Maß für die Effizienz der Technologie ist. Gemäß Satz 4.2.1 kann nur dann die Aussage getroffen werden, dass eine Technologie unabhängig von den Präferenzen des Entscheiders sowie unabhängig von der Wahrscheinlichkeitsverteilung der unsicheren Preise der CO₂-Zertifikate in größerem Umfang genutzt wird, wenn diese die andere Technologie hinsichtlich der Brennstoffkosten, der Emissionsrate und hinsichtlich des Umwandlungsfaktors dominiert. Weist ein Faktor einen höheren Wert für die erzeugbare Energie pro Einheit und gleichzeitig geringere Brennstoff- sowie

Emissionskosten auf, wird dieser Produktionsfaktor stärker genutzt.

Der Zusammenhang zwischen den Kosten der Brennstoffe einer Technologie und deren Einsatz zur Stromerzeugung kann anhand der folgenden Gleichung verdeutlicht werden. Die Gleichung wird aus den Bedingungen erster Ordnung erhalten, indem die Gleichungen jeweils so umgeformt werden, dass nur noch die Funktionen der Grenzproduktivität auf der linken Seite stehen und anschließend beide Bedingungen erster Ordnungen durch einander dividiert werden.^{184 185}

$$\frac{f'(x_G^*)}{f'(x_K^*)} = \frac{P_G + C'(x_G^*, x_K^*) + e_G B(x_G^*, x_K^*)}{P_K + C'(x_G^*, x_K^*) + e_K B(x_G^*, x_K^*)}, \quad (4.21)$$

$$\text{mit } B(x_G^*, x_K^*) = E[\tilde{P}_{CO_2}] + \frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]}.$$

□

Auf der linken Seite der Gleichung (4.21) steht das Verhältnis der Grenzproduktivitätsfunktionen. Die rechte Seite entspricht dem Verhältnis von zwei Termen, die den Grenzkosten der Brennstoffe, der CO₂-Emission und der Betriebskosten, $C(x_G^*, x_K^*)$, entsprechen. Zudem ist im Zähler und Nenner jeweils die Kovarianz zwischen unsicherem Nutzen und den Preisen der CO₂-Emissionszertifikate im Faktor $B(x_G^*, x_K^*)$ enthalten. Damit wird das Verhältnis der Grenzproduktivitäten beider Erzeugungstechnologien durch die Grenzkosten der Erzeugung bestimmt. Da das Grenzkostenelement $C'(x_G^*, x_K^*)$ im Zähler und Nenner enthalten ist und die Kosten pro emittierte Tonne CO₂ für beide gleich sind, wird das Verhältnis der Grenzproduktivitäten durch die Brennstoffkosten und die Emissionsraten bestimmt. Das Resultat, nach dem das Verhältnis der Grenzproduktivitäten durch die Grenzkosten bestimmt wird, findet sich häufig in mikroökonomischen Analysen zu Produktionsentscheidungen.¹⁸⁶ Sind beispielsweise die Grenzkosten der Stromerzeugung aus Gas größer als die der Erzeugung aus Kohle, ist gemäß (4.21) auch die Grenzproduktivität der Gaskraftwerke größer. Wird zusätzlich angenommen, dass der Umwandlungsfaktor in elektrische Energie für Gas kleiner ist als der für Kohle, kann gefolgert werden, dass die Verwendungsmenge von Kohle im Vergleich zu Gas größer ist, da zudem gemäß Annahme 9) $\alpha = \beta$ gilt.¹⁸⁷

¹⁸⁴Vgl. Gleichungen (4.12) und (4.13).

¹⁸⁵Vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 540 f., Holthausen (1980): S. 492, Paroush/Wolf (1992): S. 834 f., oder Pope/Kramer (1979): S. 492.

¹⁸⁶Vgl. Henderson/Quandt (1971): S. 64 ff., Hey (1979): S. 151 ff. oder Varian (2010): S. 364 ff.

¹⁸⁷Vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 540.

Der folgende Satz liefert eine Aussage über den Vergleich der optimalen Mengen an Gas und Kohle, die zur Stromerzeugung in den Situationen mit und ohne Unsicherheit bzgl. der Preise der CO₂-Emissionszertifikate verwendet werden. Die Einführung von Preisunsicherheit führt zu einer Verringerung der Verwendung der Faktormengen.

Satz 4.2.2. *Entspricht der erwartete Preis der CO₂-Emissionszertifikate, $E[\tilde{P}_{CO_2}]$, dem Preis der Zertifikate unter Sicherheit, P'_{CO_2} , kann eine Aussage über die Auswirkung der Einführung von Preisunsicherheit bzgl. des Preises der CO₂-Emissionszertifikate nur in Abhängigkeit des Verhältnisses der CO₂-Emissionsraten getätigt werden.*¹⁸⁸

189

a) *Für einen risikoaversen (risikoneutralen) [risikofreudigen] Stromerzeuger gelten die folgenden Relationen zwischen den optimalen Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren unter Sicherheit (x'_G, x'_K) und unter Unsicherheit (x^*_G, x^*_K):*

(i) *Für $e_G \leq e_K$ gilt:* $x'^*_K > x^*_K$ ($x'^*_K = x^*_K$) [$x'^*_K < x^*_K$].

(ii) *Für $e_G \geq e_K$ gilt:* $x'^*_G > x^*_G$ ($x'^*_G = x^*_G$) [$x'^*_G < x^*_G$].

(iii) *Für $e_G = e_K$ gilt:* $x'^*_G > x^*_G, x'^*_K > x^*_K$ ($x'^*_K = x^*_K, x'^*_G = x^*_G$) [$x'^*_G < x^*_G, x'^*_K < x^*_K$].

b) *Für einen risikoaversen (risikoneutralen) [risikofreudigen] Stromerzeuger ist die Summe der verwendeten Produktionsfaktoren unter Sicherheit größer als die Summe der verwendeten Produktionsfaktoren unter Unsicherheit, so dass $x'^*_G + x'^*_K > x^*_G + x^*_K$ ($x'^*_G + x'^*_K = x^*_G + x^*_K$) [$x'^*_G + x'^*_K < x^*_G + x^*_K$] gilt.*

c) *Für einen risikoaversen (risikoneutralen) [risikofreudigen] Stromerzeuger ist die Stromproduktion unter Sicherheit größer (unverändert) [kleiner] im Vergleich zum Unsicherheitsfall, wenn beide Erzeugungstechnologien, die gleichen Emissionsraten besitzen, so dass $e_G = e_K$ gilt.*

Der Beweis von Satz 4.2.2 erfolgt in Anhang B.12 in Anhang B.

Unter Sicherheit werden die Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren so festgelegt, dass im Optimum die jeweiligen Grenzerlöse einer Technologie ihren Grenzkosten

¹⁸⁸Die Auswirkung der Einführung von Preisunsicherheit bzgl. des Preises eines Produktionsfaktors wird in verschiedenen Arbeiten untersucht und es wird jeweils das gleiche Ergebnis erhalten. (Vgl. z. B. Alghalith (2003): S. 290, Batra/Ullah (1974): S. 541 f. oder Ratti/Ullah (1976): S. 705 ff.)

¹⁸⁹Dieses Ergebnis wird auch im Rahmen von Untersuchungen der optimalen Produktions- oder Exportentscheidung erhalten. Auch im Rahmen dieser Modelle kann gezeigt werden, dass die Einführung von Risiko bzgl. des Absatzpreises oder des Wechselkurses zu einer Verringerung der Produktionsmenge führt. (Vgl. z. B. Broll/Wahl (1992b): S. 66, Hey (1981b): S. 370, Katz et al. (1982): S. 393, Sandmo (1971): S. 66 f. oder Viane/Zilcha (1998): S. 593 f.)

entsprechen. Diese Bedingung findet sich in der mikroökonomischen Theorie häufig wieder als Optimalbedingung.¹⁹⁰ Wird Risikoaversion unterstellt, folgt aus der Unsicherheit bzgl. der Preise der Emissionszertifikate eine Erhöhung der Grenzkosten, aufgrund des positiven Wertes der Kovarianz $\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]$ in den Gleichungen (4.9) und (4.10).¹⁹¹ Der Faktor, mit dem die unsicheren Kosten der CO₂-Emission in die Gewinnfunktion eingehen, ist durch $e_G x_G + e_K x_K$ gegeben, so dass für jede Technologie die Verwendungsmenge und die Emissionsrate maßgeblich für die Gewichtung der unsicheren Größe in der Gewinngleichung sind. Gemäß Satz 4.2.2 wird durch die Einführung von Preisrisiko die Verwendung des Produktionsfaktors verringert, der zu einem größeren Gewichtungsfaktor der CO₂-Zertifikatepreise, d. h. mit einer höheren Emissionsrate, in der Gewinnfunktion führt. Durch die Anpassung der Verwendungsmengen von Gas und Kohle wird der risikobehaftete Teil der Kosten, der mit dem Faktor $e_G x_G + e_K x_K$ in die Gewinnfunktion eingeht, reduziert.¹⁹² Durch die beschriebenen Effekte ändern sich der erwartete Gewinn und das Gewinnrisiko und damit auch der Wert des Kovarianzterms in den Bedingungen erster Ordnung. Aufgrund der für den Stromerzeuger unterstellten Risikoaversion ist es nach der Einführung des CO₂-Preisrisikos optimal auf einen Teil des erwarteten Gewinns im Vergleich zum Gewinn unter Sicherheit zu verzichten, um dadurch das zu tragende Gewinnrisiko zu reduzieren. Zudem wird in jedem Fall die Verwendung des stärker CO₂-emittierenden Faktors verringert. Die gesamte Verwendung der Faktoren Gas und Kohle geht ebenfalls zurück, woraus auch eine Verringerung der Stromproduktion resultiert. Die Änderung des jeweils anderen Faktors kann nicht bestimmt werden und ist abhängig von der Relation der Brennstoffkosten, P_G und P_K , sowie der Umwandlungsfaktoren, t_G und t_K , der beiden Technologien.¹⁹³ ¹⁹⁴ Sind die Emissionsraten von Gas- und Kohlekraftwerken gleich hoch, kann gezeigt werden, dass die Verwendung von beiden Faktoren zurückgeht. Aus den Eigenschaften der Produktionsfunktion kann für diesen Fall abgeleitet

¹⁹⁰Vgl. Gleichungen (4.5) in Kapitel 4.2.1 und z. B. Henderson/Quandt (1971): S. 93 ff. oder Varian (2010): S. 350 ff.

¹⁹¹Vgl. auch Gleichung (4.21).

¹⁹²Da die Summe der verwendeten Produktionsfaktoren gemäß Satz 4.2.2 für einen risikoaversen Stromerzeuger zurückgeht und die Emissionsrate des Faktors, der reduziert wird, größer ist als die Emissionsrate des anderen Faktors, muss der Wert des Faktors $e_G x_G + e_K x_K$ im Unsicherheitsfall geringer sein als im Sicherheitsfall.

¹⁹³Vgl. z. B. Holthausen (1976): S. 96, Katz/Paroush (1979): S. 393 oder Ratti/Ullah (1976): S. 705.

¹⁹⁴Das beschriebene Verhalten kann auch im Rahmen von Modellen, die Produktions- und Exportentscheidungen von produzierenden bzw. exportierenden Unternehmen untersuchen, nachgewiesen werden. (Vgl. z. B. Broll/Wahl (1992b): S. 65 f., Sandmo (1971): S. 66f. oder Viane/Zilcha (1998): S. 594.)

werden, dass damit auch die gesamte Stromproduktion zurückgeht.

Wird ein Unternehmen betrachtet, das zwei Stromerzeugungstechnologien nutzt, von der aber nur eine zu CO₂-Emissionen führt, kann ebenfalls eine Aussage über die Auswirkung der Einführung von Unsicherheit bzgl. der CO₂-Zertifikatepreise getätigt werden. Eine Technologie zur Stromerzeugung, für die gleichzeitig auch die Stromerzeugung durch das Unternehmen aktiv gesteuert werden kann, sind Kernkraftwerke. Im Gegensatz zu Wind- oder Wasserenergie kann die Erzeugung von Strom bei Kernkraftwerken gezielt gesteuert werden. Es kann gezeigt werden, dass für den beschriebenen Fall die Einführung von Preisrisiko bzgl. der CO₂-Zertifikate zu einer Verringerung der Nutzung der CO₂-emittierenden Technologie und zu einer Erhöhung der nicht CO₂-emittierenden Technologie im Vergleich zum Sicherheitsfall kommt.¹⁹⁵

Anhand der Gleichungen (B.45) und (B.47) ist erkennbar, dass das Vorzeichen der Änderungen der optimalen Faktormengen aus einer Summe besteht, in der der erste Summand stets negativ und der zweite Term in Abhängigkeit der Relation der Emissionsraten von Gas und Kohle positiv, negativ oder null ist. Das Vorzeichen der Änderung der Verwendung des Faktors mit der höheren Emissionsrate ist eindeutig bestimmbar, da beide Summanden einen negativen Wert haben. Für den jeweils anderen Produktionsfaktor ist der zweite Summand dann positiv. Die entgegengesetzten Vorzeichen der Summanden für den Faktor mit der geringeren Emissionsrate lassen eine Interpretation der Summanden als zwei entgegengesetzt wirkende Effekte auf die Verwendung dieses Faktors zu. Die Einführung von Risiko hat durch den ersten Summanden, der jeweils die zweite Ableitung der Produktionsfunktion enthält, eine reduzierende Wirkung auf die Verwendung beider Faktoren. Dieser Term bildet den Anreiz für einen risikoaversen Entscheider ab, die risikobehaftete Komponente des Gewinns zu reduzieren, was einer Verringerung des Kostenrisikos in der Gewinngleichung entspricht.¹⁹⁶ Der zweite Summand in den Gleichungen (B.45) und (B.47) ist für die Technologie mit der geringeren Emissionsrate positiv und wirkt daher dem ersten Effekt entgegen. Im Vergleich zum Sicherheitsfall geht die Verwendung des emissionsstärkeren Faktors zurück, da dieser zu einer größeren Gewichtung des risikobehafteten Preises der CO₂-Zertifikate führt. Dies steigert aber auch die relative Attraktivität der Nutzung der emissionsärmeren Tech-

¹⁹⁵Vgl. Untersuchung von Unsicherheit bzgl. der Preise von CO₂-Zertifikaten bei nur einer CO₂-emittierenden Erzeugungstechnologie in Anhang B.13 in Anhang B.

¹⁹⁶Der beschriebene Effekt der Reduzierung der optimalen Entscheidungsvariable, um die risikobehaftete Komponente des Gewinns zu verringern, kann bei verschiedenen ökonomischen Fragestellungen beobachtet werden. (Vgl. z. B. Broll/Wahl (1992b): S. 66, Hartman (1976): S. 679 f. oder Viane/Zilcha (1998): S. 594.)

nologie, so dass ein Teil des Rückgangs des anderen Faktors durch eine Erhöhung der Verwendung des Faktors, der zu geringeren Emissionen führt, kompensiert wird. Durch diesen Substitutionsprozess wird eine zu starke Reduktion der Stromproduktion verhindert. Da die beschriebenen Effekte in entgegengesetzte Richtungen wirken, kann für die emissionsärmere Technologie nicht festgestellt werden, welcher Effekt überwiegt. Die genannten Wirkungen auf die Verwendung beider Faktoren stellen eine Analogie zum Substitutions- und Einkommenseffekt aus der Mikroökonomie dar.^{197 198} Die Einführung von Risiko verändert die relative Vorteilhaftigkeit der Produktionstechnologien aufgrund ihrer unterschiedlichen Emissionsraten. Der erste Summand in den Gleichungen (B.45) und (B.47) kann als Einkommenseffekt aufgefasst werden. Dieser Effekt ist eindeutig negativ. Durch den zweiten Faktor ist der Substitutionseffekt gegeben, da in Abhängigkeit der relativen Vorteilhaftigkeit der Nutzung der Gas- und Kohlekraftwerke bzgl. ihrer CO₂-Emission der Rückgang der Nutzung der emissionsstärkeren Technologie durch die emissionsärmere Technologie teilweise oder vollständig kompensiert werden kann. Die Wirkungsrichtung des Substitutionseffektes ist abhängig von den relativen Vorteilhaftigkeiten der Stromerzeugungstechnologien und wirkt bei beiden Technologien jeweils in unterschiedliche Richtungen. Für die Änderung der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren ist nur der Einkommenseffekt maßgeblich, so dass der Rückgang der Summe der Produktionsfaktoren aus Gleichung (B.48) folgt.

¹⁹⁷Mit Hilfe des Substitutions- und Einkommenseffekts, lassen sich Wirkungsprozesse in verschiedenen mikroökonomischen Fragestellungen beschreiben und zerlegen. (Vgl. z. B. Henderson/Quandt (1971): S. 31 ff., S. 69 f. und S. 307 ff., Silberberg/Suen (2001): S. 276 ff. oder Varian (2010): S. 137 ff.)

¹⁹⁸Wird beispielsweise ein Entscheider betrachtet, dem ein gegebenes Anfangsvermögen zur Verfügung steht und der mit diesem Anfangsvermögen die nutzenmaximale Kombination von zwei Gütern kauft, kann der Effekt einer Preisreduzierung von einem der Güter in den Substitutions- und in den Einkommenseffekt zerlegt werden. Der Substitutionseffekt entspricht der Änderung des optimalen Konsumplans bei konstantem Nutzenniveau nach dem Preisrückgang. Der Preisrückgang führt zu einer gestiegenen Attraktivität des Konsums des nun günstigeren Gutes und zu einem Rückgang der Attraktivität des Konsums des anderen Gutes, so dass der Konsum entsprechend angepasst wird. Dieser Effekt ist stets negativ, d. h. der Konsum des nun günstigeren Gutes nimmt zu und der des relativ teureren Gutes nimmt ab. Im Vergleich zur Situation des als konstant unterstellten Nutzens, führt der Preisrückgang indirekt zu einer Erhöhung der Konsummöglichkeiten bzw. des Realeinkommens, wodurch eine Anpassung des Konsumplans erforderlich wird, damit die nutzenmaximale Konsumententscheidung getroffen wird. Dieser Effekt wird als Einkommenseffekt bezeichnet. Die Auswirkung dieses Effekts auf den optimalen Konsumplan kann nicht allgemein ermittelt werden. (Vgl. z. B. Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 64 ff.)

4.2.2.2 Der Effekt einer Änderung der Risikoaversion sowie einer Fixkostenerhöhung

Im Rahmen des Bernoulli-Prinzips wird für einen rationalen Entscheider angenommen, dass seine Präferenzen Risikoaversion implizieren und sich diese Risikoaversion in einem konkaven Verlauf der Nutzenfunktion widerspiegelt.¹⁹⁹ ²⁰⁰ Im Rahmen dieses Abschnitts wird die Auswirkung einer höheren Risikoaversion auf die optimale Entscheidung der Verwendung der Produktionsfaktoren zur Stromerzeugung untersucht. Es werden zwei Unternehmen betrachtet, die dem gleichen Entscheidungsproblem gemäß Gleichung (4.7) in Kapitel 4.2.2 über den optimalen Kraftwerkseinsatz gegenüberstehen und sich nur hinsichtlich ihrer Nutzenfunktionen unterscheiden. Die Auswirkung einer Fixkostenerhöhung steht in einem engen Zusammenhang zu den Auswirkungen einer geänderten Risikoaversion, da durch die Fixkostenerhöhung einer deterministischen Verringerung der Zielgröße entspricht. Impliziert die unterstellte Nutzenfunktion steigende, konstante oder abnehmende Risikoaversion, führt die Erhöhung der Fixkosten zu einer Verringerung, keiner Veränderung oder einer Erhöhung der absoluten Risikoaversion.²⁰¹ Für die Auswirkung einer erhöhten Risikoaversion auf die optimale Entscheidung gilt der folgende Satz.

Satz 4.2.3. *Eine Aussage über die Auswirkung der Erhöhung des Grades der absoluten Risikoaversion kann in Abhängigkeit der Relationen der Emissionsrate der Stromerzeugungstechnologien Gas und Kohle getätigt werden.*²⁰² ²⁰³

a) *Für einen risikoaversen Entscheider führt die Erhöhung der absoluten Risikoaversion:*

- (i) *für $e_G \geq e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung des Faktors Gas,*
- (ii) *für $e_G \leq e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung des Faktors Kohle und*
- (iii) *für $e_G = e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung der Faktoren Gas und Kohle.*

¹⁹⁹Vgl. Kapitel 2.1.2 sowie z. B. Franke/Hax (2009): S. 303 ff. oder Ingersoll (1987): S. 37 ff.

²⁰⁰Vgl. Definition 2.1.5 in Kapitel 2.1.3.

²⁰¹Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 58 f. oder Leland (1972): S. 283.

²⁰²Die Auswirkung der Einführung von Preisunsicherheit bzgl. des Preises eines Produktionsfaktors wird in verschiedenen Arbeiten untersucht und es wird jeweils das gleiche Ergebnis erhalten. (Vgl. z. B. Alghalith (2009): S. 14, Holthausen (1976): S. 98 ff. oder Pope/Kramer (1979): S. 494 f.)

²⁰³Dieses Ergebnis wird auch im Rahmen von Untersuchungen der optimalen Produktions- oder Exportentscheidung erhalten. (Vgl. z. B. Holthausen (1979): S. 991, Hey (1981a): S. 755 f. oder Sandmo (1971): S. 68 f.)

b) Weisen beide Erzeugungstechnologien die gleichen Emissionsraten auf, so dass $e_G = e_K$ gilt, führt die Erhöhung des Grades der absoluten Risikoaversion zu einer Verringerung der Stromproduktion.

Der Beweis von Satz 4.2.3 wird in Anhang B.15 in Anhang B vorgestellt.

Eine Erhöhung der Risikoaversion hat im Rahmen des betrachteten Modells eines stromerzeugenden Unternehmens jeweils einen eindeutigen Effekt auf die Verwendung des Faktors, der die höhere Emissionsrate aufweist. Durch das Produkt aus Emissionsrate und Verwendungsmenge der Produktionsfaktoren, x_G bzw. x_K , ist der jeweilige Faktor gegeben, mit dem der unsichere Preis der CO₂-Emissionszertifikate in die Gewinngleichung eingeht. Eine Erhöhung der Risikoaversion bedeutet eine höhere Bereitschaft sich gegen Risiken abzusichern bzw. eine höhere Bereitschaft auf einen Teil des erwarteten Gewinns zu verzichten, um das Gewinnrisiko vollständig zu vermeiden.²⁰⁴ Dementsprechend führt die Erhöhung der Risikoaversion zu einer Anpassung der optimalen Entscheidung, nach der der Faktor, der den größeren Beitrag zum Kostenrisiko in der Gewinngleichung aufweist, reduziert wird. Infolge dessen kann keine Aussage über die Änderung der Verwendung des anderen Faktors gemacht werden. In Abhängigkeit der Brennstoffkosten sowie der Umwandlungsfaktoren kann die Verwendung zunehmen, gleich bleiben oder abnehmen.²⁰⁵

Analog zur Zerlegung der Auswirkungen der Einführung von Risiko bzgl. der Preise der CO₂-Emissionszertifikate in einen Substitutions- und den Einkommenseffekt, kann auch der Effekt einer Erhöhung der Risikoaversion in zwei Teileffekte zerlegt werden. Die Erhöhung des Risikos führt gemäß des jeweiligen ersten Summanden in den Gleichungen (B.73) und (B.75) zu einer verringerten Nutzung beider Produktionsfaktoren. Dieser Effekt entspricht dem Einkommenseffekt. Die Nutzung des emissionsstärkeren Faktors geht insgesamt zurück, da auch der zweite Faktor, der den Substitutionseffekt widerspiegelt, negativ ist. Aufgrund der Veränderungen der relativen Vorteilhaftigkeiten beider Faktoren entsteht ein positiver Effekt auf die Änderung der Nutzung des emissionsärmeren Faktors, der durch den zweiten Summanden, dessen Wert positiv ist, gegeben ist. Die Änderung der Nutzung des zweiten Faktors kann aufgrund der gegensätzlichen Wirkung der beschriebenen Effekte positiv, negativ oder null sein.²⁰⁶

²⁰⁴Vgl. Satz 2.1.3 in Kapitel 2.1.3.

²⁰⁵Vgl. z. B. Holthausen (1976): S. 98 ff. oder Pope/Kramer (1979): S. 494 f. oder Pratt (1964): S. 122 ff.

²⁰⁶Vgl. Kapitel 4.2.2.1 sowie z. B. Varian (2010): S. 137 ff.

Die Betrachtung der Auswirkung einer Erhöhung der Fixkosten steht in einem engen Zusammenhang zu einer Änderung der Risikoaversion, da die Änderung der Fixkosten einer Änderung des deterministischen Teils des Gewinns entspricht. In Abhängigkeit der Änderung der Risikoaversion mit einer Erhöhung des deterministischen Teils des Gewinns, entspricht die Erhöhung der Fixkosten bei nicht konstanter absoluter Risikoaversion einer Erhöhung bzw. Verringerung der Risikoaversion. Der folgende Satz macht eine Aussage über die Auswirkung einer Erhöhung der Fixkosten.

Satz 4.2.4. *Eine Aussage über die Auswirkung der Erhöhung der Fixkosten kann in Abhängigkeit der Relationen der Emissionsraten der Stromerzeugungstechnologien Gas und Kohle sowie in Abhängigkeit der Änderung der absoluten Risikoaversion mit einem Anstieg des deterministischen Teils des Gewinns getätigt werden.*^{207 208}

a) *Für ein risikoaverses Stromerzeugungsunternehmen mit abnehmender (zunehmender) Risikoaversion führt die Erhöhung der Fixkosten:*

- (i) *für $e_G \geq e_K$ zu einer Verringerung (Erhöhung) der Verwendung des Faktors Gas,*
- (ii) *für $e_G \leq e_K$ zu einer Verringerung (Erhöhung) der Verwendung des Faktors Kohle und*
- (iii) *für $e_G = e_K$ zu einer Verringerung (Erhöhung) der Verwendung der Faktoren Gas und Kohle.*

b) *Weisen beide Erzeugungstechnologien die gleichen Emissionsraten auf, so dass $e_G = e_K$ gilt, führt die Erhöhung der Fixkosten für ein Stromerzeugungsunternehmen mit abnehmender (zunehmender) Risikoaversion zu einer Verringerung (Erhöhung) der Stromproduktion.*

c) *Für ein Stromerzeugungsunternehmen mit konstanter Risikoaversion führt die Erhöhung der Fixkosten zu keiner Änderung der Verwendung der Faktormengen und die Stromerzeugung bleibt unverändert.*

Der Beweis von Satz 4.2.4 wird in Anhang B.16 in Anhang B vorgestellt.

²⁰⁷Vgl. z. B. Katz et al. (1982): S. 393 f. oder Paroush/Wolf (1992): S. 838 f.

²⁰⁸Das Ergebnis der Auswirkung einer Fixkostenerhöhung in Abhängigkeit der Änderung der Risikoaversion mit dem deterministischen Anteil des Gewinns wird auch in anderen Untersuchungen zu Produktions- oder Exportentscheidungen sowie zu Analysen der Verwendung von Produktionsfaktoren erhalten. (Vgl. z. B. Leland (1972): S. 2 f., Pope/Kramer (1979): S. 490 f. oder Sandmo (1971): S. 68 f.)

Die Erhöhung der Fixkosten führt zu einer Verringerung des deterministischen Gewinns des Unternehmens, woraus eine Anpassung der Verwendung der Produktionsfaktoren resultiert, deren Richtung von der Relation der Emissionsraten beider Technologien sowie der Veränderung der Risikoaversion mit einer Änderung des sicheren Gewinns abhängt. Bei zunehmender bzw. abnehmender absoluter Risikoaversion führt die Erhöhung der Fixkosten zu einer Verringerung bzw. Erhöhung der Risikoaversion, so dass die Änderung der verwendeten Faktormengen den entsprechenden Änderungen bei einer Verringerung bzw. Erhöhung der Risikoaversion gemäß Satz 4.2.4 entspricht. Wird z. B. eine Nutzenfunktion mit abnehmender Risikoaversion unterstellt, wird die Risikoaversion durch die Zunahme der Fixkosten erhöht. Hieraus resultiert eine verringerte Bereitschaft des Entscheiders, Risiken zu tragen, so dass die Verwendungsmengen von Gas und Kohle entsprechend dieser Zielsetzung geändert werden.²⁰⁹ Die Anpassung der Faktorverwendung an die erhöhte Risikoaversion führt zu einer Verringerung des Faktors mit der höheren Emissionsrate. Die Änderung des Faktors mit der geringeren Emissionsrate ist abhängig von zwei gegenläufigen Effekten. Analog zur Zerlegung der Auswirkungen der Einführung von Risiko bzgl. der Preise der CO₂-Emissionszertifikate bzw. einer Erhöhung der Risikoaversion in einen Substitutions- und den Einkommenseffekt, kann diese Separierung der Effekte hier ebenfalls vorgenommen werden.²¹⁰ Die Erhöhung der Fixkosten führt bei abnehmender Risikoaversion durch die ersten Summanden in den Gleichungen (B.92) und (B.93) zu einer verringerten Nutzung beider Produktionsfaktoren. Dieser Teileffekt auf die Änderung der Faktorverwendung entspricht dem Einkommenseffekt. Die beiden zweiten Summanden in den Gleichungen haben jeweils ein entgegengesetztes Vorzeichen. Für den Faktor mit der höheren Emissionsrate ist der Wert negativ, so dass eindeutig die Verringerung der Nutzung dieses Faktors bestimmt werden kann. Dementsprechend existieren zwei entgegen gerichtete Teilwirkungen auf die Verwendung des Faktors mit der geringeren Emissionsrate. Der Anstieg der Risikoaversion verringert die Attraktivität den emissionsstärkeren Produktionsfaktor zu nutzen, da dieser durch die höhere Emissionsrate den risikobehafteten Preis der CO₂-Emissionszertifikate stärker gewichtet. Der zweite Summand in den Gleichungen (B.92) und (B.93) entspricht dem Substitutionseffekt, bei dem durch die gesunkene relative Vorteilhaftigkeit der Nutzung des emissionsstärkeren Faktors die Nutzung des emissionsärmeren Faktors erhöht wird. Für den emissionsärmeren Faktor kann keine Aussage über das Vorzeichen der Nutzungsänderung getätigt werden.

²⁰⁹Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 18 ff. bzw. S. 58 ff.

²¹⁰Vgl. Kapitel 4.2.2.1 oder Silberberg/Suen (2001): S. 276 ff.

Erneut auch ein Stromerzeuger betrachtet werden, welcher zwei Stromerzeugungstechnologien nutzt, von der aber nur eine zu CO₂-Emissionen führt. Bei unterstellter abnehmender Risikoaversion kann eine eindeutige Aussage über die Wirkung einer Erhöhung der Risikoaversion bzw. einer Erhöhung der Fixkosten auf die Nutzung von beiden Stromerzeugungstechnologien gemacht werden.²¹¹ Wird der Wert von einer der Emissionsraten in den Gleichungen (B.73) und (B.75) sowie (B.92) und (B.93) gleich null gesetzt, folgt daraus, dass die Verwendung der CO₂-emittierenden Technologie durch eine Erhöhung der Risikoaversion oder Fixkosten verringert wird. Die Nutzung der Technologie, die zu keiner CO₂-Emission führt wird dagegen erhöht. Die eindeutigen Ergebnisse werden erzielt, da für die Technologie, die zu keiner CO₂-Emission führt der im vorherigen Absatz beschriebene Einkommenseffekt nicht auftritt, so dass es zu keiner Reduktion der Verwendung durch die Erhöhung der Risikoaversion oder Fixkosten kommt. Der fehlende direkte Effekt auf die Verwendung dieses Produktionsfaktors resultiert aus dem Gewichtungsfaktor in Höhe von null dieser Technologie, mit dem der unsichere Preis der CO₂-Emissionszertifikate in die Gewinngleichung eingeht. Es tritt lediglich der Substitutionseffekt auf, der die Verwendung der CO₂-emittierenden Technologie verringert und die der emissionsneutralen Technologie erhöht. Die Verwendung der CO₂-emittierenden Technologie wird durch direkten Einkommenseffekt verringert, da so die risikobehaftete Komponente in der Gewinngleichung reduziert wird. Der Substitutionseffekt, der die Stromerzeugung von der CO₂-emittierenden hin zur emissionsneutralen Technologie verschiebt wirkt folglich für die CO₂-emittierende Technologie in die gleiche Richtung wie der Einkommenseffekt, so dass die Änderungen insgesamt für beide Technologien eindeutig sind.

4.2.2.3 Die Auswirkung eines erhöhten Absatzpreises

Mit Hilfe des folgenden Satzes wird eine Aussage getroffen, wie sich die Erhöhung des Preises, zu dem das Stromerzeugungsunternehmen fähig ist, den produzierten Strom am Markt abzusetzen, auswirkt.

Satz 4.2.5. *Eine Aussage über die Auswirkung der Erhöhung des Absatzpreises von Strom kann für Stromerzeugungsunternehmen, deren Nutzenfunktion abnehmende oder konstante absolute Risikoaversion aufweist, in Abhängigkeit der Relationen der Emis-*

²¹¹Es wird ein Stromerzeugungsunternehmen betrachtet, das neben CO₂-emittierenden Kraftwerken emissionsfreie Kernkraftwerke nutzt. (Vgl. Kapitel 4.2.2.1.)

sionsraten der Stromerzeugungstechnologien von Gas und Kohle getätigt werden.²¹²

a) Für ein risikoaverses Stromerzeugungsunternehmen mit abnehmender oder konstanter absoluter Risikoaversion führt die Erhöhung des Absatzpreises

- (i) für $e_G > e_K$, $P_G > P_K$, $t_G \leq t_K$ zu einer Erhöhung der Verwendung des Faktors Gas,
- (ii) für $e_G < e_K$, $P_G < P_K$, $t_G \geq t_K$ zu einer Erhöhung der Verwendung des Faktors Kohle und
- (iii) für $e_G = e_K$, $P_G = P_K$, $t_G = t_K$ zu einer Erhöhung der Verwendung der Faktoren Gas und Kohle sowie zu einer Erhöhung der Stromproduktion.

b) Unabhängig von den Relationen der Emissionsraten, der Faktorpreise oder der Umwandlungsfaktoren der beiden Technologien führt die Erhöhung des Absatzpreises für ein Stromerzeugungsunternehmen mit abnehmender oder konstanter absoluter Risikoaversion zu einer Erhöhung der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren.

Der Beweis von Satz 4.2.5 wird in Anhang B.17 in Anhang B vorgestellt.

Die Erhöhung des Stromabsatzpreises entspricht einer Erhöhung des deterministischen Gewinnanteils des Stromerzeugers für eine gegebene Kombination der verwendeten Produktionsfaktoren. Damit ändert sich der deterministische Teil des Gewinns, so dass isoliert betrachtet die Erhöhung auch einen Einfluss auf die Höhe der Risikoaversion des Stromerzeugers hat. Für den Fall von abnehmender und konstanter Risikoaversion konnte gemäß Satz 4.2.5 gezeigt werden, dass die Verwendung der Summe der Faktoren ansteigt. Daraus kann jedoch nicht gefolgert werden, dass die Stromproduktion ansteigt. Ein Anstieg der Stromproduktion auf Basis einer Erhöhung der Verwendung beider Faktoren konnte nur für den Fall von gleich hohen Brennstoffkosten, Emissionsraten sowie gleich hohen technologischen Umwandlungsfaktoren gezeigt werden. Weist eine der Stromerzeugungstechnologien höhere Brennstoffkosten und Emissionsraten sowie schlechtere Werte der Energieumwandlung auf, wird die Verwendung dieses Faktors erhöht. Eine Aussage über die Änderung der Verwendung des anderen Faktors als Reaktion des Unternehmens auf einen höheren Absatzpreis ist nicht möglich. Werden in die

²¹²Vgl. z. B. Paroush/Wolf (1992): S. 840, Pope/Kramer (1979): S. 496 f. oder Ratti/Ullah (1976): S. 708.

Gleichungen für die Änderungen der Produktionsfaktoren die entsprechenden zweiten partiellen Ableitungen eingesetzt, erhält man vier Summanden, die nur für den Faktor mit den höheren Brennstoffkosten und Emissionsraten sowie schlechteren Werten der Energieumwandlung einheitlich einen positiven Wert haben. Für den jeweils anderen Faktor sind die Vorzeichen unterschiedlich.²¹³ Die unterschiedlichen Vorzeichen lassen analog zu den Teilwirkungen einer Änderung der Fixkosten in Kapitel 4.2.2.2 eine Interpretation der Teilwirkungen als Einkommens- und Substitutionseffekt zu.²¹⁴ Die Strompreiserhöhung erzeugt für das Unternehmen den Anreiz beide Faktoren stärker zu nutzen, um die Stromproduktion und damit den Erlös zu erhöhen. Dieser direkte Effekt entspricht dem Einkommenseffekt und hat folglich für beide Technologien das gleiche Vorzeichen. Die relative Vorteilhaftigkeit der Nutzung steigt für die Technologie, die höhere Kosten und schlechtere technologische Eigenschaften aufweist, an. Dies führt zu einem Substitutionsprozess, bei dem die erhöhte Nutzung der kostenintensiveren Technologie mit einem schlechteren Umwandlungsfaktor zu einer Verringerung der Nutzung der anderen Technologie führt. Folglich kann immer nur für einen Produktionsfaktor eindeutig festgestellt werden, ob dessen Verwendung zunimmt.^{215 216}

4.2.2.4 Die Auswirkung von Änderungen des Erwartungswertes oder Änderungen der Varianz der Preise der CO₂-Emissionszertifikate

Mit Hilfe des folgenden Satzes wird eine Aussage über die Auswirkungen einer Erhöhung des Erwartungswertes des Preises der CO₂-Emissionszertifikate auf die Verwendung der Produktionsfaktoren getroffen.

Satz 4.2.6. *Eine Aussage über die Auswirkung eines Anstieges der Realisationen der Preise der CO₂-Emissionszertifikate in gleichem Umfang kann für Stromerzeugungunternehmen in Abhängigkeit der Eigenschaften der Stromerzeugungstechnologien sowie den Eigenschaften der Nutzenfunktion getätigt werden.*^{217 218}

²¹³Vgl. Gleichungen (B.59) und (B.60) in Anhang B.14.

²¹⁴Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 276 ff.

²¹⁵In einem ähnlichen Modellrahmen ermitteln Paroush und Wolf ebenfalls, dass Substitutionsprozesse zwischen den Produktionsfaktoren bei einer Erhöhung des deterministischen Absatzpreises die Auswirkungen auf die Nutzung von zwei Faktoren beeinflussen. (Vgl. Paroush/Wolf (1992): S. 840.)

²¹⁶Vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 54 f., Pope/Kramer (1979): S. 496 f. oder Ratti/Ullah (1976): S. 708 ff.

²¹⁷Vgl. Batra/Ullah (1974): S. 544 f., Katz et al. (1982): S. 394 f., Paroush/Wolf (1992): S. 840.

²¹⁸Die Auswirkungen von Änderungen des Erwartungswertes von stochastischen Preisen sind im Rahmen von verschiedenen ökonomischen Fragestellungen und den entsprechenden Entscheidungs-

a) Für einen risikoaversen Stromerzeugungsunternehmen mit abnehmender oder konstanter absoluter Risikoaversion führt die Erhöhung aller Realisationen der CO₂-Emissionszertifikate in gleichem Umfang

- (i) für $e_G \geq e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung des Faktors Gas,
- (ii) für $e_G \leq e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung des Faktors Kohle und
- (iii) für $e_G = e_K$ zu einer Erhöhung der Verwendung der Faktoren Gas und Kohle sowie zu einer Verringerung der Stromproduktion.

b) Für ein risikoaverses Stromerzeugungsunternehmen mit abnehmender oder konstanter absoluter Risikoaversion führt die Erhöhung aller Realisationen der CO₂-Emissionszertifikate in gleichem Umfang für $P_G < P_K$, $e_G < e_K$ und $t_G \geq t_K$ sowie für $P_G > P_K$, $e_G > e_K$ und $t_G \leq t_K$ zu einer Verringerung der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren.

Der Beweis von Satz 4.2.6 wird in Anhang B.18 in Anhang B vorgestellt.

Gemäß Satz 4.2.6 kann nur in Abhängigkeit der Relation der Emissionsraten der beiden Stromerzeugungstechnologien Gas und Kohle sowie jeweils nur für eine der Technologien eine Aussage über die Änderung der Verwendung des entsprechenden Produktionsfaktors gemacht werden. Die Verwendung des Faktors, welcher die höhere Emissionsrate aufweist, ist nach einer Erhöhung des Erwartungswertes der CO₂-Emissionszertifikatepreise geringer. Für die Änderung der Verwendung des anderen Faktors kann keine Aussage getätigt werden. Analog zur Betrachtung der Auswirkungen einer Erhöhung der Fixkosten kann auch der Effekt eines erhöhten Erwartungswertes der Kosten der CO₂-Emission in zwei Teileffekte zerlegt werden. Auch hier findet die Interpretation der Teileffekte als Einkommens- und Substitutionseffekt Anwendung.²¹⁹ Durch den erhöhten Erwartungswert der CO₂-Emissionskosten wird der erwartete Gewinn des Stromerzeugers verringert. Dieser Effekt wirkt für die Verwendung der Produktionsfaktoren von beiden Technologien in die gleiche Richtung und führt in der Teilbetrachtung zu einer Verringerung der Nutzung beider Technologien. Durch die Verringerung der Verwendung sinkt der Gewichtungsfaktor $e_G x_G + e_K x_K$, mit dem der CO₂-Zertifikatepreis in die Gewinngleichung eingeht. Auf den Teileffekt

dellen von Interesse. (Vgl. z.B. Ishii (1977): S. 769, Ratti/Ullah (1976): S. 707 f. oder Sandmo (1971): S. 69.)

²¹⁹Vgl. z.B. Henderson/Quandt (1971): S. 31 ff., S. 69 f. und S. 307 ff.

bezogen verringern sich auch die Erlöse aus der Stromproduktion. Aufgrund der Veränderung der relativen Vorteilhaftigkeit der Nutzung kommt es im Rahmen des zweiten Effekts zu einem Substitutionsprozess zwischen beiden Produktionsfaktoren. Dieser Teileffekt entspricht dem Substitutionseffekt und weist gemäß den Gleichungen (B.114) und (B.115) für die Änderungen der beiden Faktormengen unterschiedliche Vorzeichen auf. Dies wird deutlich anhand des jeweils ersten Summanden, der in beiden Gleichungen (B.114) und (B.115) sonst identische Vorzeichen aufweist und in Gleichung (B.114) mit $e_K - e_G$ und in Gleichung (B.115) mit $e_G - e_K$ multipliziert wird, so dass die Vorzeichen der Summanden gegensätzlich sind. Durch den Substitutionsprozess wird auf Basis der geänderten relativen Vorteilhaftigkeit beider Technologien ein Teil der Verringerung der Verwendung des Faktors mit der geringeren Emissionsrate durch einen Anstieg der Verwendung im Rahmen dieses Teileffekts kompensiert. Aufgrund der gegensätzlichen Wirkungsrichtungen von den beschriebenen Teileffekten für den Faktor mit der niedrigeren Emissionsrate ist für diesen Faktor keine Aussage über die Änderung der Verwendung durch einen Anstieg des erwarteten CO₂-Zertifikatepreises möglich. Nur für den Fall von gleich hohen Emissionsraten wirken beide Effekte für beide Technologien gleichgerichtet und die Verwendung von Produktionsfaktoren geht zurück.²²⁰ Die folgenden Abbildungen verdeutlichen die Abhängigkeit der Änderung der optimalen Verwendung der Produktionsfaktoren für den Fall, in dem Stromerzeugung aus der Verbrennung von Gas zu geringeren CO₂-Emissionen führt als die Verbrennung von Kohle. Dargestellt sind die Entwicklungen der optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle auf der zweiten Achse in Abhängigkeit der Höhe des Parameters λ , dessen Werte auf der ersten Achse abgetragen sind.²²¹

²²⁰Die zum Teil nicht gleichgerichteten Wirkungen von Teileffekten einer Erhöhung eines erwarteten Preises oder der Änderung eines deterministischen Preises können auch im Rahmen anderer Entscheidungsmodelle zur optimalen Verwendung von Produktionsfaktoren oder zur optimalen Produktionsentscheidung festgestellt werden. (vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 544 ff., Katz et al. (1982): S. 394 ff., Paroush/Wolf (1992): S. 840 oder Sandmo (1971): S. 69.)

²²¹Die dem Beispiel zu der Abbildung zugrundeliegende Datenkonstellation ist in Anhang C.5 zu finden.

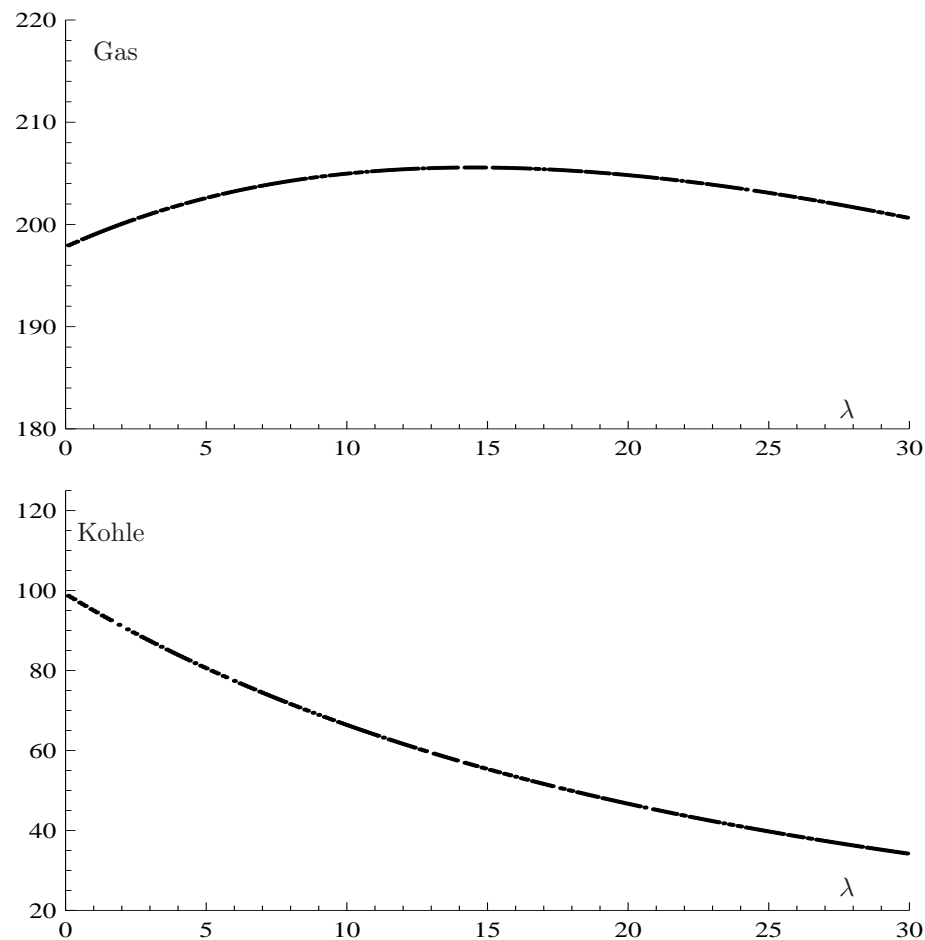


Abbildung 4.2: Optimale Verwendung der Faktoren Gas und Kohle in Abhängigkeit der Erhöhung des erwarteten Preises der CO₂-Zertifikate.²²³

Aufgrund der höheren Emissionen der Stromerzeugung mit Hilfe von Kohlekraftwerken führt die Erhöhung des Erwartungswertes der CO₂-Preise zu einem Rückgang der Verwendung des Faktors Kohle. Der Einkommens- und Substitutionseffekt haben die gleiche Wirkungsrichtung und reduzieren jeweils einzeln betrachtet die Verwendung von Kohle zur Stromerzeugung. Die Änderung der Verwendung des Faktors Gas ist der Gesamteffekt von den jeweils gegensätzlich wirkenden Einkommens- und Substitutionseffekten. In Abhängigkeit vom Ausmaß der Erhöhung des erwarteten Preises für CO₂-Zertifikate und in Abhängigkeit von der Erhöhung von λ kann die Verwendung des Faktors Gas abnehmen, zunehmen oder unverändert bleiben.

Für den Fall konstanter Grenzkosten führt die Erhöhung des erwarteten CO₂-Zertifikate-

²²³Eigene Darstellung auf Basis der Implementierung des Modells des Stromerzeugungsunternehmens aus Kapitel 4.2.2.1 in Mathematica.

preises zu einer Verringerung der Verwendungsmengen von beiden Produktionsfaktoren. Dies folgt unmittelbar aus den beiden Gleichungen (B.114) und (B.115), da der erste Summand, dessen Vorzeichen bei nicht konstanten Grenzkosten positiv und negativ sein kann, bei konstanten Grenzkosten den Wert null hat. Folglich fällt bei konstanten Grenzkosten in den Gleichungen (B.111) und (B.112) jeweils der erste Summand, der den Substitutionseffekt widerspiegelt, weg. Der Gesamteffekt eines erhöhten Erwartungswertes der CO₂-Emissionszertifikate ist ausschließlich abhängig vom Einkommenseffekt, der zu einer Verringerung der Verwendung der beiden einzelnen Faktoren führt. Somit resultiert aus der Erhöhung des Erwartungswertes auch ein Rückgang der Stromproduktion, was unmittelbar aus den Eigenschaften der Produktionsfunktion folgt.²²⁴

Beim Vergleich der partiellen Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach den Fixkosten in den Gleichungen (B.77) und (B.78) in Kapitel 4.2.2.2 und der partiellen Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach dem Faktor λ in den Gleichungen (B.105) und (B.106) fällt auf, dass die Auswirkungen einer Fixkostenerhöhung in den Änderungen der Bedingungen erster Ordnung durch eine Erhöhung von λ enthalten sind. Die entsprechenden Änderungen, die aus einer Fixkostenerhöhung resultieren, werden in den Gleichungen (B.105) und (B.106) mit den Gewichtungsfaktoren $e_G x_G$ bzw. $e_K x_K$ multipliziert, mit denen der Preis der CO₂-Zertifikate in die Gewinngleichung eingeht. Der Anstieg der Fixkosten wirkt auf die Optimalmengen von Gas und Kohle über eine Erhöhung der Risikoaversion, wenn unterstellt wird, dass die Nutzenfunktion des Stromerzeugungsunternehmens abnehmende Risikoaversion impliziert. Die Änderung der erwarteten CO₂-Emissionskosten verringert mit der entsprechenden Gewichtung $-(e_G x_G + e_K x_K)$ den erwarteten Gewinn des Unternehmens und kann somit auch die Risikobereitschaft des Unternehmens beeinflussen. Eine mögliche Änderung der Risikobereitschaft hat einen Einfluss auf die optimale risikobehaftete Komponente des Gewinns, die durch die Verwendungsmengen von Gas und Kohle beeinflusst wird. Gemäß Satz 4.2.4 in Kapitel 4.2.2.2 wird die Verwendung des emissionsstärkeren Produktionsfaktors bei abnehmender absoluter Risikoaversion durch eine Erhöhung der Fixkosten verringert. Über die Änderung des emissionsärmeren Faktors kann keine Aussage getätigt werden. Bezogen auf die Änderungen der Verwendungsmengen durch eine Erhöhung des Erwartungswertes der CO₂-Zertifikatepreise kann die der Fixkostenerhöhung entsprechende Teilwirkung dem Substitutionseffekt zugeordnet werden. Folg-

²²⁴Vgl. Gleichung (4.2) in Kapitel 4.2.1.

lich kann die isolierte Wirkung des Substitutionseffektes in den Gleichungen (B.114) und (B.115) als Prozess aufgefasst werden, der der Reaktion des Stromerzeugers auf eine Fixkostenerhöhung entspricht. Der zu einer Fixkostenerhöhung äquivalente Effekt wird durch die jeweils zweiten Summanden in Gleichungen (B.114) und (B.115) wiedergespiegelt. Eine Erhöhung der erwarteten CO₂-Emissionskosten verringert wie die Fixkostenerhöhung den erwarteten Gewinn und steigert bei abnehmender Risikoaversion den Grad der Risikoaversion. Die erhöhte Risikoaversion verändert die relative Attraktivität zwischen beiden Erzeugungstechnologien, so dass die Verwendung des emissionsstärkeren Faktors zurückgeht und die des anderen Faktors zunimmt.²²⁵

Mit Hilfe einer weiteren Parametrisierung des unsicheren Preises der CO₂-Emissionszertifikate kann auch die Auswirkung einer Erhöhung des Risikos, welches durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung impliziert wird, analysiert werden. Der folgende Satz macht eine Aussage über eine spezielle Form der Spreizung der Wahrscheinlichkeitsverteilung der CO₂-Emissionszertifikatepreise, die den Erwartungswert nicht verändert.

Satz 4.2.7. *Eine Aussage über die Auswirkung der Erhöhung der Variabilität der Preise von CO₂-Emissionszertifikaten kann für Stromerzeugungsunternehmen, deren Nutzenfunktion abnehmende oder konstante absolute Risikoaversion aufweist, in Abhängigkeit der Relationen der Emissionsraten der Stromerzeugungstechnologien von Gas und Kohle getätigt werden.*²²⁶

a) *Für ein risikoaverses Stromerzeugungsunternehmen mit nicht zunehmender absoluter Risikoaversion führt die Erhöhung der Variabilität der CO₂-Emissionskosten*

- (i) *für $e_G \geq e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung des Faktors Gas,*
- (ii) *für $e_G \leq e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung des Faktors Kohle und*
- (iii) *für $e_G = e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung der Faktoren Gas und Kohle sowie zu einer Verringerung der Stromproduktion.*

b) *Unabhängig von den Relationen der Emissionsraten, der Faktorpreise oder der Umwandlungsfaktoren der beiden Technologien führt die Erhöhung der Variabilität der*

²²⁵Der Zusammenhang zwischen den Auswirkungen einer Fixkostenerhöhung und den verschiedenen Teileffekten im Zusammenhang zu einer Erhöhung des Erwartungswertes eines unsicheren Preises oder Wechselkurses kann auch in Modellen zu Produktions- und Exportentscheidungen hergestellt werden. (Vgl. z. B. Adam-Müller (1995): S. 75 ff., Katz et al. (1982): S. 396 f. oder Sandmo (1971): S. 69.)

²²⁶Vgl. z. B. Alghalith (2007): S. 7 f., Hartman (1973): S. 261 ff., Katz/Paroush (1979): S. 397 f., Paroush/Wolf (1992): S. 840 f., Pope/Kramer (1979): S. 496 f., Ratti/Ullah (1976): S. 707 oder Sandmo (1971): S. 67 f.

CO₂-Emissionskosten für ein Stromerzeugungsunternehmen mit nicht zunehmender absoluter Risikoaversion zu einer Verringerung der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren.

Der Beweis von Satz 4.2.7 wird in Anhang B.19 in Anhang B vorgestellt.

Analog zu den bisherigen Analysen lässt sich die Wirkung einer Erwartungswert-neutralen Spreizung der Verteilung der CO₂-Zertifikatepreise in zwei Teileffekte separieren. Da die beiden Effekte für die Änderung der Produktionsfaktoren in unterschiedliche Richtungen wirken können, ist es nur möglich für einen der beiden Produktionsfaktoren eine Aussage über das Vorzeichen der Änderung zu treffen. Gemäß Satz 4.2.7 kann nur in Abhängigkeit der Relation der Emissionsraten der beiden Stromerzeugungstechnologien eine Aussage über die Änderungen der Nutzung der Produktionsfaktoren getätigt werden. Die Verwendung des Faktors, der die höhere Emissionsrate aufweist, wird in der Stromerzeugung nur noch in geringerem Umfang genutzt. Die Teilwirkungen einer Erwartungswert-neutralen Spreizung können erneut mit Hilfe des Einkommens- und Substitutionseffektes beschrieben werden.²²⁷ Durch den Einkommenseffekt, der dem jeweils zweiten Summanden in den Gleichungen (B.132) und (B.133) zugeordnet werden kann, entsteht für beide Faktoren eine eindeutig negative Wirkung auf die Verwendung. Der jeweils erste Summand in den Gleichungen (B.132) und (B.133) kann dem Substitutionseffekt zugeordnet werden. Das Vorzeichen ist abhängig von der Relation der Emissionsraten. Dementsprechend wirken Einkommens- und Substitutionseffekt für den Faktor mit der höheren Emissionsrate gleichgerichtet und verringern dessen Verwendung. Im Rahmen der Teilwirkung des Substitutionseffektes entsteht für den emissionsärmeren Faktor eine Erhöhung der Verwendung. In Abhängigkeit der Datenkonstellation kann dieser Anstieg der Verwendung den Rückgang der Nutzung durch den Einkommenseffekt teilweise, vollständig oder überkompensieren. Diese zum direkten Einkommenseffekt entgegengesetzte Wirkung resultiert aus der veränderten relativen Attraktivität der Nutzung zur Stromerzeugungstechnologie. Die Erhöhung des Risikos ist für die Technologie nachteiliger, die eine höhere Emissionsrate aufweist, da durch die Emissionsrate der Gewichtungsfaktor, mit dem der unsichere CO₂-Preis in der Gewinngleichung eingeht, bestimmt wird. Ein durch die Verteilung impliziertes höheres Risiko steigert die Attraktivität der Nutzung der emissionsärmeren Technologie. Hieraus entsteht der Anreiz, diese Technologie relativ betrachtet in einem größeren

²²⁷Vgl. z. B. Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 64 ff.

Umfang zu nutzen.^{228 229 230}

Die folgenden Abbildungen verdeutlichen die Abhängigkeit der Änderung der optimalen Verwendung, infolge einer Erhöhung der Variabilität der CO₂-Emissionskosten der Produktionsfaktoren für den Fall, in dem Stromerzeugung aus der Verbrennung von Gas zu geringeren CO₂-Emissionen führt als die Verbrennung von Kohle. Dargestellt sind die Entwicklungen der optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle auf der zweiten Achse in Abhängigkeit der Höhe des Parameters β , dessen Werte auf der ersten Achse abgetragen sind. Eine Erhöhung des Parameters entspricht einer Erhöhung der Unsicherheit der Preise der CO₂-Emissionszertifikate.²³¹

²²⁸Vgl. z. B. Alghalith (2007): S. 7 f., Batra/Ullah (1974): S. 542, Varian (2010): S. 137 ff.

²²⁹Auch im Rahmen von anderen Modellen zur Entscheidung über die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren werden die Auswirkungen einer Erhöhung der Unsicherheit bzgl. der Faktorpreise untersucht. Häufig wird dabei die Unsicherheit des Faktorpreises erhöht, wogegen im betrachteten Modell des Stromerzeugungsunternehmens der Preis eines Produktionsfaktors erhöht wird, der für beide Erzeugungstechnologien benötigt wird. Aus diesem Grund können die Ergebnisse dieser anderen Modelle, die eindeutige Aussagen über die Verringerung des Faktors, dessen Preisunsicherheit ansteigt, und eine Erhöhung des anderen Faktors machen, nicht direkt übertragen werden. (Vgl. z. B. Alghalith (2007): S. 7 f., Batra/Ullah (1974): S. 542 oder Stewart (1978): S. 469 f.)

²³⁰Es existieren auch Forschungsarbeiten, in denen die Auswirkungen einer erhöhten Unsicherheit bzgl. des Absatzpreises oder Wechselkurses auf einem Exportmarkt untersucht wird. (Vgl. z. B. Adam-Müller (1995): S. 76 ff. oder Katz et al. (1982): S. 397.)

²³¹Die dem Beispiel zu der Abbildung zugrunde liegende Datenkonstellation ist in Anhang C.6 zu finden.

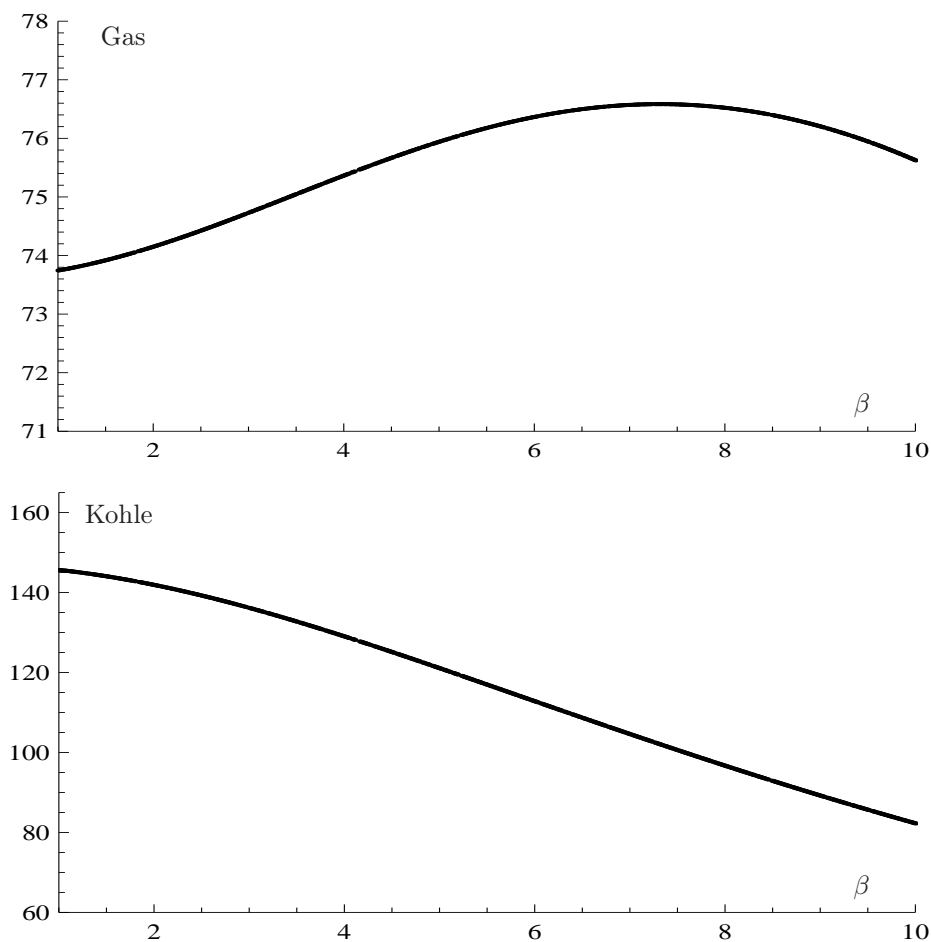


Abbildung 4.3: Optimale Verwendung der Faktoren Gas und Kohle in Abhängigkeit der Erhöhung der Variabilität des Preises der CO₂-Zertifikate.²³³

Abbildung 4.3 verdeutlicht, dass nur für den Faktor mit der höheren Emissionsrate ein eindeutiges Ergebnis für das Vorzeichen der Änderung der Faktorverwendung erhalten wird. Im betrachteten Beispiel ist die Emissionsrate von Kohle größer als die von Gas, so dass gemäß Satz 4.2.7 die Verwendung von Kohle durch einer Erhöhung der Unsicherheit des Preises der CO₂-Zertifikate zurückgehen muss. Anhand der Abbildung wird deutlich, dass in Abhängigkeit des Ausmaßes der Erhöhung der Preisunsicherheit, die Verwendung des emissionsärmeren Faktors zunehmen, abnehmen oder unverändert bleiben kann. Es wird deutlich, dass Datenkonstellationen für das betrachtete Modell existieren, bei denen das Management des Stromerzeugungsunternehmens mit einer Erhöhung der Verwendung eines Faktors auf einen Anstieg der Variabilität der CO₂-Zertifikatepreise reagiert. Der Anstieg resultiert aus einer Änderung der re-

²³³Eigene Darstellung auf Basis der Implementierung des Modells des Stromerzeugungsunternehmens aus Kapitel 4.2.2.1 in Mathematica.

lativen Attraktivität, der die Nutzung der emissionsärmeren Technologie vorteilhafter macht. Durch den Substitutionseffekt wird der Rückgang der Verwendung von beiden Technologien durch die größere Unsicherheit, die aus dem Einkommenseffekt resultiert, überkompensiert. Auch im Rahmen der Portefeuille-Theorie können Situationen auftreten, in denen ein Investor als Reaktion auf die Erhöhung der Varianz der Rendite eines Wertpapiers den Anteil dieses Wertpapiers in seinem Portefeuille erhöht.²³⁴

Aus der höheren Streuung der Realisationen des unsicheren CO₂-Zertifikatepreises entsteht somit für Stromerzeugungsunternehmen der Anreiz emissionsärmere Technologien in stärkerem Umfang zu nutzen und mittel- bzw. langfristig entsprechende Veränderungen in der Struktur der vorhandenen Stromerzeugungstechnologien vorzunehmen.²³⁵

Erneut kann das Stromerzeugungsunternehmen betrachtet werden, welches nur eine CO₂-emittierende Technologie nutzt.²³⁶ Wird der Wert von einer der Emissionsraten in den Gleichungen (B.114) und (B.115) sowie (B.132) und (B.133) gleich null gesetzt, folgt daraus, dass die Verwendung der CO₂-emittierenden Technologie durch eine Erhöhung des Erwartungswertes oder der Varianz der Preise CO₂-Emissionen verringert wird. Analog zur Beschreibung der Auswirkungen einer Erhöhung der Fixkosten oder der Risikoaversion im Fall von nur einer CO₂-emittierenden Technologie kann anhand der Gleichungen (B.114) und (B.115) sowie (B.132) und (B.133) festgestellt werden, dass für die Technologie, die zu keiner CO₂-Emission führt, kein Einkommenseffekt auftritt, der die Verwendung dieser Technologie reduziert.²³⁷ Für die emissionsneutrale Technologie tritt lediglich der Substitutionseffekt auf, der die Verwendung der emissionsneutralen Technologie erhöht und die der CO₂-emittierenden Technologie verringert. Die Verwendung der CO₂-emittierenden Technologie wird durch direkten Einkommenseffekt verringert, da so die risikobehaftete Komponente in der Gewinngleichung reduziert wird. Der Substitutionseffekt, der die Stromerzeugung von der CO₂-emittierenden hin zur emissionsneutralen Technologie verschiebt wirkt folglich für die CO₂-emittierenden Technologie in die gleiche Richtung wie der Einkommenseffekt, so dass die Verwendung des Produktionsfaktors, der zu CO₂-Emissionen führt,

²³⁴Vgl. Huang/Litzenberger (1988): S. 50 f.

²³⁵Dieses Aussage berücksichtigt nicht die unterschiedlichen zeitlichen Verfügbarkeiten der Technologien. So ist die Stromerzeugung aus erneuerbaren Energien mit geringeren CO₂-Emissionen verbunden, aber auch mit einer geringeren Flexibilität zum Ausgleich von Kapazitätsengpässen. Kosten, die im Zusammenhang mit Kapazitätsengpässen stehen werden im Rahmen des Modells nicht berücksichtigt.

²³⁶Es wird ein Stromerzeugungsunternehmen betrachtet, das neben CO₂-emittierenden Kraftwerken emissionsfreie Kernkraftwerke nutzt. (Vgl. Kapitel 4.2.2.1.)

²³⁷Vgl. Ausführungen am Ende von Kapitel 4.2.2.2.

zurückgeht. Insgesamt folgt für die Änderung des Erwartungswertes oder der Varianz der CO₂-Zertifikatepreise, dass die Verwendung der emissionsneutralen Technologie zunimmt und die der CO₂-emittierenden Technologie abnimmt.

Neben den in diesem Abschnitt untersuchten Veränderungen der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Preise der CO₂-Zertifikate können die Auswirkungen weiterer Veränderungen der Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf die Entscheidungen über die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren untersucht werden. Beispielsweise können die optimalen Entscheidungen auf Basis zweier Wahrscheinlichkeitsverteilungen der CO₂-Zertifikatepreise untersucht werden, bei denen die eine Verteilung die andere Verteilung im Sinn der stochastischen Dominanz erster oder zweiter Ordnung dominiert.^{238 239}

4.2.2.5 Die Auswirkung einer Erhöhung der Emissionsrate von Gaskraftwerken

Mit Hilfe des folgenden Satzes wird eine Aussage über die Auswirkungen einer Erhöhung der Emissionsrate von Gaskraftwerken auf die Verwendung der Produktionsfaktoren getroffen.

Satz 4.2.8. *Eine Aussage über die Auswirkung der Erhöhung der Emissionsrate von Gaskraftwerken kann für Stromerzeugungsunternehmen, deren Nutzenfunktion abnehmende oder konstante absolute Risikoaversion aufweist, in Abhängigkeit der Relationen der Emissionsraten der Stromerzeugungstechnologien von Gas und Kohle getätigt werden.*

a) *Der Anstieg der Emissionsrate von CO₂ bei der Stromerzeugung mit Hilfe von Gas führt bei konstanter und bei abnehmender absoluter Risikoaversion zu einer Verringerung der Verwendung von Gas, wenn $(e_G + \tau) \geq e_K$ gilt.*²⁴⁰

b) *Der Anstieg der Emissionsrate von CO₂ bei der Stromerzeugung mit Hilfe von Gas*

²³⁸Vgl. Definition B.4 oder B.5 in Anhang B sowie Fishburn (1980): S. 94 f. oder Hadar/Russel (1971): S. 289.

²³⁹Hadar und Seo untersuchen beispielsweise in ihrer Forschungsarbeit die Auswirkungen einer Veränderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung von Wertpapierrenditen, gemäß der stochastischen Dominanz erster und zweiter Ordnung, auf die Entscheidung eines Investors über die Wertpapierauswahl. (Vgl. Hadar/Seo (1990): S. 723 ff.) Adam-Müller führt in seiner Arbeit ebenfalls eine komparativ statische Analyse der Auswirkungen einer Veränderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Absatzpreises im Sinn der stochastischen Dominanz erster und zweiter Ordnung auf die optimale Produktionsentscheidung eines Unternehmens. (Vgl. Adam-Müller (1995): S. 34 ff.)

²⁴⁰Vgl. Paroush/Wolf (1992): S. 838.

führt bei konstanter und bei abnehmender absoluter Risikoaversion zu einer Verringerung der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren von Gas und Kohle.

Der Beweis von Satz 4.2.8 wird in Anhang B.20 in Anhang B vorgestellt.

Die Untersuchung der Erhöhung der Emissionsrate der Stromerzeugungstechnologie lässt nur eingeschränkte Aussagen über deren Auswirkungen auf die optimale Verwendung der einzelnen Produktionsfaktoren zu. Ein Anstieg des Parameters τ der Emissionsrate führt zu einem Anstieg des Erwartungswertes der Kosten der CO₂-Emission, die durch $((e_G + \tau)x_G^* + e_K x_K^*)\tilde{P}_{CO_2}$ gegeben sind, und damit zu einer Verringerung des erwarteten Gewinns. Zudem entsteht durch den Anstieg der Emissionsrate eine Erhöhung der risikobehafteten Gewinnkomponente. Damit enthält die Analyse der Auswirkungen einer Emissionserhöhung Elemente der Untersuchungen eines Anstieges des Erwartungswertes sowie der Varianz der unsicheren Größe. Im Rahmen von beiden Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass die Verwendung des Faktors zurückgeht, der eine höhere Emissionsrate aufweist.²⁴¹ Dies kann im Rahmen von Satz 4.2.8 ebenfalls gezeigt werden. Da der Faktor Gas eine höhere Emissionsrate aufweist, wird seine Nutzung zur Stromerzeugung verringert. Die Auswirkung der gestiegenen Emissionsrate auf den emissionsärmeren Faktor kann nicht eindeutig bestimmt werden. Es kann jedoch gezeigt werden, dass die Summe der verwendeten Produktionsfaktoren zurückgeht. Die Gewinnfunktion mit der angepassten Emissionsrate $e_G + \tau$ ist bis auf einen additiven Term identisch mit der ursprünglichen Gewinnfunktion. Dieser additive Term hat den Wert $\tau \tilde{P}_{CO_2}$ und entspricht somit einem additiven Gewinnrisiko. Die additive Komponente erzeugt die Beeinflussung von erwartetem Gewinn, Gewinnrisiko sowie des Grades der absoluten Risikoaversion durch eine Erhöhung der Emissionsrate.²⁴² Die Gesamtwirkung der verschiedenen Teileffekte ist für das betrachtete Modell des Stromerzeugungsunternehmens nur bei abnehmender oder konstanter absoluter Risikoaversion für die emissionsstärkere Technologie sowie für die Summe der verwendeten Produktionsfaktoren feststellbar.

In den Gleichungen (B.148) und (B.149) sind in den mittleren Summanden jeweils zwei gegenläufige Effekte erkennbar. Im jeweiligen dritten Faktor des zweiten Summanden

²⁴¹Vgl. Sätze 4.2.7 und 4.2.6 in Kapitel 4.2.2.4.

²⁴²Es gibt eine Vielzahl von Arbeiten, die sich mit den Auswirkungen von additiven oder multiplikativen Hintergrundrisiken auf ökonomische Entscheidungen mit unterschiedlichen Fokussierungen befassen. (Vgl. z. B. Adam-Müller (1993): S. 197-208, Eeckhoudt/Kimball (1992): S. 239-254, Eeckhoudt et al. (1996): S. 683-689, Franke et al. (1992): S. 1-55, Franke et al. (2004): S. 321-335, Kihlstrom et al. (1981): S. 911-920 oder Nachman (1982): S. 361-368.)

sind die gegenläufigen Wirkungen der Emissionserhöhung durch die Summen $(e_G + \tau)f''(x_G^*)P_S + C''(x_G^*, x_K^*)(e_K - (e_G + \tau))$ und $e_K f''(x_G^*)P_S + C''(x_G^*, x_K^*)((e_G + \tau) - e_K)$ gegeben, wobei die Summanden jeweils unterschiedliche Vorzeichen haben. Die beiden betrachteten Effekte können in Analogie zum Einkommens- und Substitutionseffekt interpretiert werden.²⁴³ Der von der zweiten Ableitung abhängige erste Summand hat stets einen negativen Wert. Das Vorzeichen des zweiten Summanden ist abhängig von der Relation der Emissionsraten der Technologien. Durch den ersten Summanden wird ein Effekt dargestellt, der stets zu einer Verringerung der Nutzung von beiden Technologien durch die Erhöhung der Emissionsrate von Gas führt. Dieser Effekt entspricht dem Einkommenseffekt. Durch den zweiten Term in beiden Differenzen wird der von der Relation der Emissionsraten abhängige Substitutionseffekt beschrieben. Aufgrund der gestiegenen Emissionsrate von Gas verändert sich die relative Attraktivität der Nutzung von Gas und Kohle zur Stromerzeugung. Es erfolgt eine entsprechende Anpassung der optimalen Verwendungsmengen in Abhängigkeit der Höhen der Emissionsraten, so dass z. B. für den Fall $(e_G + \tau) > e_K$ die Attraktivität der Nutzung von Gas abnimmt und der zugehörige Substitutionseffekt zu einer weiteren Verringerung der Nutzung von Gas führt. Gleichzeitig steigt die relative Attraktivität der Stromerzeugung mit Hilfe von Kohle, so dass durch den betrachteten Teileffekt deren Verwendung erhöht wird.²⁴⁴ Aufgrund der Überlagerung mit anderen Auswirkungen der Erhöhung der Emissionsrate im Zusammenhang mit einer daraus resultierenden Änderung von erwartetem Gewinn, dem Gewinnrisiko und dem Grad der Risikoaversion, stellen der Einkommens- und der Substitutionseffekt nur zwei Teileffekte der gesamten Auswirkungen auf die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren dar. Die Überlagerung dieser verschiedenen Effekte führt dazu, dass auch für den Fall $(e_G + \tau) < e_K$ und damit gemäß Gleichung (B.149) bei gleichgerichtet wirkendem Einkommens- und Substitutionseffekt, die Auswirkung einer Erhöhung der Emissionsrate der Gaskraftwerke auf die optimale Verwendung von Kohle nicht bestimmbar ist.

Die folgende Tabelle fasst die Ergebnisse der komparativ-statischen Analysen aus diesem Kapitel und aus den Kapiteln 4.2.2.2, 4.2.2.3 und 4.2.2.4 zusammen.²⁴⁵ Die Aussa-

²⁴³Vgl. z. B. Henderson/Quandt (1971): S. 31 ff., S. 69 f. und S. 307 ff., Silberberg/Suen (2001): S. 276 ff. oder Varian (2010): S. 137 ff.

²⁴⁴Der Effekt von Änderung der relativen Attraktivität der Stromerzeugungstechnologien kann auch im Rahmen von anderen Modellen zur Analyse der optimalen Verwendung von zwei Inputfaktoren oder in Modellen zur Aufteilung des Absatzes auf zwei unterschiedliche Märkte im Zusammenhang zu Änderungen von Modellparametern festgestellt werden. (Vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 546 ff., Paroush/Wolf (1992): S. 840 f. oder Ratti/Ullah (1976): S. 707 ff.)

²⁴⁵Vgl. Anhang B.12 bis B.20

gen in den Untersuchungen sind jeweils davon abhängig, welche der Technologien eine höhere CO₂-Emissionsrate besitzt. In der folgenden Tabelle wird deshalb beispielhaft unterstellt, dass die Stromerzeugung mit Hilfe der Verbrennung von Kohle mit einer höheren CO₂-Emission pro verwendeter Einheit verbunden ist.

Marginale Zunahme von	$ARA(II)$	C_F	P_S	λ	β'	τ
Optimale Nutzung der emissionsstärkeren Technologie (hier: Kohle)	↓	↓	für $P_K > P_G$, $e_K > e_G$ und $t_G \geq t_K$ gilt: ↑	↓	↓	↓
Optimale Nutzung der emissionsärmeren Technologie (hier: Gas)	?	?	?	?	?	?
Summe der verwendeten Produktionsfaktoren	↓	↓	↑	↓	↓	↓

Tabelle 4.2: Ergebnisse der komparativ-statistischen Analyse bei Unsicherheit bzgl. der CO₂-Emissionspreise und abnehmender absoluter Risikoaversion.²⁴⁷

4.2.3 Gestaltung des des Risikos der CO₂ - Emissionskosten mit Hilfe von Termingeschäften

In diesem Abschnitt wird das Modell des Stromerzeugers, welcher der Unsicherheit der CO₂-Zertifikatepreise ausgesetzt ist um einen arbitragefreien, kompetitiven Terminmarkt erweitert. Es wird unterstellt, dass an dem Terminmarkt Forwardkontrakte gehandelt werden, die eine Gestaltung des Preisrisikos der CO₂-Emissionszertifikate ermöglichen.²⁴⁸ Die Steuerung von Risiken durch eine Abwälzung auf Dritte oder Teilung der Risiken mit Dritten durch entsprechende Verträge stellt eine der drei Möglichkeiten des Risikomanagements dar. Die Auswahl von Investitionsprojekten entsprechend der

²⁴⁷Eigene Erstellung. Durch $ARA(II)$ ist der durch die Nutzenfunktion des Stromerzeugers implizierte Grad der Risikoaversion gegeben. (Vgl. Definition 2.1.5 in Kapitel 2.1.3.)

²⁴⁸Aus einer theoretischen Perspektive und unter der Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes stellt sich die Frage der Notwendigkeit der Nutzung bzw. der Existenzberechtigung von Risikomärkten insbesondere für Unternehmen, die im Besitz von Aktionären sind. Jeder Aktionär ist selbstständig dazu in der Lage, die für ihn optimale Kombination von Ertrag und Risiko durch entsprechende Mischung von Wertpapieren zu erzeugen, so dass die Reduktion von Risiken auf Unternehmensebene keine Änderung des Marktwertes des Unternehmens erzeugt. Erst Unvollkommenheiten des Kapitalmarktes führen zu einer Relevanz von Entscheidungen über die Risikosteuerung. (Vgl. Beaver/Parker (1995): S. 146 ff. und Franke/Hax (2009): S. 630 ff.)

Risikopräferenz sowie die Verhinderung oder Begrenzung von Schäden durch realisierte Risiken stellen die beiden anderen Möglichkeiten dar. Auf den Märkten für Risiken, z. B. Finanz- oder Versicherungsmärkte, können Risiken durch vertraglich vereinbarte Zahlungen an Dritte übertragen werden.²⁴⁹ Instrumente, mit denen die Übertragung von Risiken vollzogen wird, sind z. B. Forwards bzw. Futures, Optionen oder Swaps.²⁵⁰
251

Gegenstand der Untersuchung in diesem Kapitel ist die Auswirkung der Existenz eines arbitragefreien, kompetitiven Terminmarktes, an dem der Stromerzeuger die Möglichkeit hat, das Preisrisiko der CO₂-Emissionszertifikate zu handeln, auf die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren sowie auf die Stromproduktion. Der Abwälzung des CO₂-Preisrisikos erfolgt über den Kauf oder Verkauf von Forwards am Terminmarkt. An der EEX in Leipzig werden entsprechende Futureskontrakte für die CO₂-Emissionszertifikate gehandelt, jedoch sind Leerverkäufe nicht zulässig.²⁵² Um die Problematik des Leerverkaufsverbots zu umgehen und eine perfekte Korrelation zwischen den Zahlungen des Absicherungsinstrumentes und dem Preis für CO₂-Zertifikate sicherzustellen, werden Forwardkontrakte zur Gestaltung des Risikos betrachtet.²⁵³

²⁴⁹Vgl. Franke/Hax (2009): S. 633 ff.

²⁵⁰Vgl. Hull (2012): S. 28 ff. und S. 199 ff.

²⁵¹Der Handel mit den verschiedenen Absicherungsinstrumenten kann über Börsen oder direkt zwischen zwei Vertragspartnern erfolgen. Absicherungsgeschäfte, die ohne die Einbeziehung einer Börse erfolgen, werden als Over-The-Counter Geschäft bezeichnet. Hier ist es möglich, im Gegensatz zu den börslich gehandelten standardisierten Kontrakten, die Kontrakte hinsichtlich des Underlyings, der Preise, der Lieferorte, Lieferzeitpunkte oder Liefermenge entsprechend der Absicherungsbedürfnisse zu gestalten. Dies kann die Absicherungsqualität erhöhen. (Vgl. z. B. Hull (2012): S. 59 ff.)

²⁵²Für den Handel mit CO₂-Zertifikaten an der European Energy Exchange in Leipzig sind Verkäufe nur zulässig, wenn der Verkäufer über einen entsprechenden Bestand an CO₂-Zertifikaten verfügt, wodurch Leerverkäufe unzulässig sind. Der politische Nutzen des CO₂-Zertifikate-Handelssystems soll nicht durch spekulativen Handel beeinflusst werden. (Vgl. European Energy Exchange (2011): S. 4.)

²⁵³In seinem Artikel aus dem Jahr 1986 merkt Spremann an, dass der Nutzen von Terminmärkten, insbesondere börslichen Terminmärkten, zur vollständigen Absicherung des Risikos eines Preises nicht geeignet sind, da in der Regel die Preisbewegung des abzusichernden Preises nicht mit den Kursbewegungen des Terminkontraktes übereinstimmen. Trotz Absicherung über Terminkontrakte verbleibt ein nicht abgesichertes Risikoelement, das als Basisrisiko bezeichnet wird. Durch die Absicherung ist eine vollständige Elimination des Preisrisikos nicht möglich. (Vgl. Spremann (1986): S. 446.) In diesem Fall ist der Zahlungsstrom des Absicherungskontraktes nicht perfekt mit dem Zahlungsstrom der abzusichernden Position korreliert. Durch Wahl eines Absicherungsvolumens in Höhe der risikobehafteten Position kann das Risiko nicht vollständig abgesichert werden und es verbleibt ein Basisrisiko. Die Differenz zwischen dem Absicherungsvolumen und dem Vollabsicherungsvolumen ist dann abhängig vom unterstellten Zusammenhang zwischen erwartetem Kassakurs und dem Terminkurs, dem Vorzeichen der Risikoprämie sowie dem Grad der Risikoaversion. Die Auswirkungen einer nicht perfekten Absicherungsmöglichkeit auf die optimale Produktions- oder Exportentscheidung wird in mehreren Forschungsarbeiten untersucht. (Vgl. z. B. Benninga et al.

Durch die Existenz des Terminmarktes besteht für das Stromerzeugungsunternehmen die Möglichkeit Zertifikate zur Emission von CO₂ per Termin zu kaufen oder zu verkaufen. Die Fälligkeit der Forwardkontrakte sowie die Fälligkeit von Erlösen und Kosten der Stromproduktion stimmen überein. Die Abwicklung des Termingeschäftes sowie die erfolgswirksame Zahlung von Erlösen und Kosten der Stromproduktion findet im Zeitpunkt $t = 1$ statt. Die Menge der Terminkontrakte ist beliebig teilbar und wird mit h bezeichnet. Zudem wird unterstellt, dass keine zusätzlichen Kosten im Zusammenhang zur Nutzung der Forwardkontrakte auftreten.²⁵⁴ Der Terminkurs, mit dem die CO₂-Zertifikate im Zeitpunkt $t = 0$ gekauft bzw. verkauft werden, ist durch $P_{CO_2}^F$ gegeben. Für $h > 0$ bzw. $h < 0$ werden CO₂-Emissionszertifikate gekauft bzw. verkauft. Die Ausübungsgewinne aus dem Termingeschäft sind zahlungswirksam und beeinflussen den Gewinn des Unternehmens im Umfang des Betrages $h(\tilde{P}_{CO_2} - P_{CO_2}^F)$.²⁵⁵ ²⁵⁶ Die Annahmen 1) bis 4), 7) und 9) sowie 10) aus den Kapiteln 4.2.1 und 4.2.2.1 gelten weiterhin. Annahmen 5), 6) und 8) werden wie folgt an das neue Entscheidungsproblem angepasst:

- 5) Gemäß der Annahme über das Verhalten des Entscheidungsträgers wird der Nutzen durch die Wahl der Menge der Produktionsfaktoren x_G und x_K sowie durch die Wahl des Absicherungsvolumen h maximiert. Die für den Nutzen relevante Größe ist der Gewinn des Unternehmens in Zeitpunkt $t = 1$ in Abhängigkeit der verwendeten Produktionsfaktoren, $\Pi(x_G, x_K)$.²⁵⁷ In Verbindung mit einem Zinssatz in Höhe von null gemäß Annahme 2) sind zwischenzeitlich anfallende Kosten mit dem gleichen Betrag im Gewinn des Unternehmens in Zeitpunkt $t = 1$ vorhanden.

(1984): S. 141-145, Benninga et al. (1984): S. 155-159, Briys et al. (1993): S. 949-960, Broll et al. (1995): S. 667-678 oder Lence (1995): S. 385-388.) Der Fall einer nicht perfekten Absicherungsmöglichkeit wird im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht.

²⁵⁴Bei dem Handel von börsengehandelten Termingeschäften, wie z. B. Futures oder bei dem Handel von Termingeschäften über Clearingstellen ist auf einem sog. Margin-Konto eine anfängliche Zahlung, die als Sicherheit gegen den Ausfall des Kontrahenten fungiert, zu leisten. Bis zum Zeitpunkt der Fälligkeit der Kontrakte sind zudem Zahlungen entsprechend den täglichen Gewinnen oder Verlusten, die der Differenz zwischen Terminkurs und Marktkurs des Underlyings entsprechen, zu leisten. (Vgl. Hull (2012): S. 55 ff.)

²⁵⁵Die Erweiterung des Stromerzeugungsmodells erfolgt analog zu dem Modell von Paroush und Wolf oder Holthausen. (Vgl. Holthausen (1980): S. 218 ff. oder Paroush/Wolf (1992): S. 832 ff.)

²⁵⁶Auch im Rahmen von Modellen zu optimalen Produktions-, Absatz- oder Exportentscheidungen werden die Auswirkungen der Einführung eines Terminmarktes analysiert. (Vgl. z. B. Adam-Müller (1997): S. 1422 ff., Broll et al. (1999): S. 423 ff., Danthine (1978): S. 81 ff., Feder et al. (1980): S. 319 ff., Holthausen (1979): S. 989 ff., Katz/Paroush (1979): S. 272 ff., Kawai/Zilcha (1986): S. 84 ff., Rolfo (1980): S. 102 ff.)

²⁵⁷Vgl. z. B. Holthausen (1980): S. 219 oder Paroush/Wolf (1992): S. 833.

- 6) Es wird unterstellt, dass die hinreichenden und notwendigen Optimalbedingungen²⁵⁸ positive Werte für x_G und x_K implizieren und die Optimalwerte für die Verwendung von Gas, x_G^* , Kohle, x_K^* und das Absicherungsvolumen, h^* eine innere Lösung darstellen.²⁵⁹
- 8) Um auch für den Fall unter Unsicherheit und bei Berücksichtigung des Zugangs des Stromerzeugungsunternehmens zu einem Terminmarkt zu gewährleisten, dass die optimalen Faktormengen, x_G^* und x_K^* , sowie das Absicherungsvolumen h die Zielfunktion maximieren, wird angenommen, dass die ungeraden Hauptminoren²⁶⁰ der Hesse-Matrix ein negatives Vorzeichen und die geraden Hauptminoren der Hesse-Matrix ein positives Vorzeichen aufweisen. In Kombination mit negativen Werten für die zweiten partiellen Ableitungen nach x_G , x_K und h in in den Gleichungen (4.29), (4.30) und (4.31) folgt die Konkavität des Erwartungsnutzens. Dementsprechend sind bei Erfüllung dieser Annahme durch die Bedingungen erster Ordnung die Optimalwerte x_G^* , x_K^* und h^* , die den Erwartungsnutzen maximieren, gegeben.²⁶¹ Zudem wird $H_{x_G, x_K} < 0$ unterstellt. Es kann im Rahmen des Modells nicht gezeigt werden, dass die Bedingung $H_{x_K, x_K}, H_{x_G, x_G} < H_{x_K, x_G} < 0$ im Optimum stets erfüllt ist. Insbesondere kann das Vorzeichen der Kreuzableitung gemäß Gleichung (4.13) aus Kapitel 4.2.2.1 nicht allgemein bestimmt werden. Die Annahme $H_{x_K, x_G} < 0$ wird u. a. auch bei Modellen, die sich auf einen oligopolistischen Markt beziehen und strategisches Verhalten zwischen den Akteuren am Markt berücksichtigen, verwendet, um die Existenz eines Cournot-Gleichgewichts²⁶² sicherzustellen.²⁶³

Gemäß der Zielsetzung der Erwartungsnutzenmaximierung werden die Entscheidungsvariablen x_G , x_K und h entsprechend dieser Zielsetzung durch das Management des Stromerzeugungsunternehmens gewählt. Zur Berücksichtigung der Absicherungsmöglichkeit mit Hilfe der Forwardkontrakte erfolgt eine Anpassung der ursprünglichen Gewinngleichung des Entscheidungsproblems, so dass für das Entscheidungsproblem bei Existenz eines Terminmarktes gegeben ist:

²⁵⁸Vgl. z. B. Dixit (1990): S. 106 ff., Silberberg/Suen (2001): S. 68 ff. oder Sydsæter et al. (2005): S. 100.

²⁵⁹Vgl. Sydsæter et al. (2005): S. 98.

²⁶⁰Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 143.

²⁶¹Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 124 f. oder Sydsæter et al. (2005): S. 92.

²⁶²Vgl. z. B. Hey (1979): S. 149 ff. oder Tirole (1988): S. 218 ff.

²⁶³Vgl. z. B. Dixit (1986): S. 110 f., Novshek (1985): S. 90 f. oder Tirole (1988): S. 224 ff.

$$\max_{x_G \geq 0, x_K \geq 0, h} E \left[U(\tilde{\Pi}(x_G, x_K, h)) \right], \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \tilde{\Pi}(x_G, x_K, h) = & f(x_G, x_K) P_S - x_G P_G - x_K P_K - (e_G x_G + e_K x_K) \tilde{P}_{CO_2} \\ & - C(x_G, x_K) - C_F + h(\tilde{P}_{CO_2} - P_{CO_2}^F). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Der folgende Satz liefert eine Aussage über die Auswirkung der Einführung eines Terminmarktes auf die optimale Entscheidung über die Verwendung der Produktionsfaktoren Gas und Kohle.

Satz 4.2.9. *Nutzt das Stromerzeugungsunternehmen den Terminmarkt für CO₂-Emissionszertifikate, dann ist die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren Gas und Kohle unabhängig von der Wahrscheinlichkeitsverteilung der CO₂-Emissionszertifikate, dem Grad der Risikoaversion des Unternehmens und der Höhe der Fixkosten. Die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle sind implizit durch die beiden folgenden Gleichungen gegeben.*^{264 265}

$$f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G P_{CO_2}^F - C'(x_G^*, x_K^*) \stackrel{!}{=} 0, \quad (4.24)$$

$$f'(x_K^*)P_S - P_K - e_K P_{CO_2}^F - C'(x_G^*, x_K^*) \stackrel{!}{=} 0. \quad (4.25)$$

Beweis Die Aussage von Satz 4.2.9 kann auf Basis der Bedingungen erster Ordnung abgeleitet werden.²⁶⁶ Für die Ermittlung der Optimallösungen von x_G^* , x_K^* und h^* werden die Bedingungen erster Ordnung sowie die zweiten partiellen Ableitungen ermittelt.²⁶⁷ Die Ermittlung der Ableitungen liefert:^{268 269 270}

²⁶⁴Vgl. z. B. Holthausen (1980): S. 219 ff., Katz/Paroush (1979): S. 272 f. oder Paroush/Wolf (1992): S. 835 f.

²⁶⁵Dieses Ergebnis wird häufig als Separationsergebnis bezeichnet und kann auch im Rahmen von Modellen zu optimalen Produktions-, Absatz- oder Exportentscheidungen bei Existenz eines kompetitiven Terminmarktes nachgewiesen werden. (Vgl. z. B. Broll et al. (1999): S. 426 f., Danthine (1978): S. 82, Ethier (1973): S. 496 ff., Feder et al. (1980): S. 320, Holthausen (1979): S. 989, Katz/Paroush (1979): S. 272 f., Kawai/Zilcha (1986): S. 87.) Der Begriff der Separation wurde von Ethier eingeführt. (Vgl. Ethier (1973): S. 497.)

²⁶⁶Das Vorgehen des folgenden Beweises ist an das Vorgehen von Holthausen angelehnt. (Vgl. Holthausen (1980): S. 279 f.)

²⁶⁷Vgl. Reinhardt et al. (2013): S. 49 ff. und Silberberg/Suen (2001): S. 124 ff.

²⁶⁸Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird der optimale Gewinn $\Pi^*(x_G^*, x_K^*)$ abgekürzt durch Π^* dargestellt.

²⁶⁹Die Ableitung der Kostenfunktion nach beiden Faktormengen, die durch $C(x_G, x_K) = 0,5(x_G + x_K)^2$ gegeben ist, führt jeweils zum gleichen Ergebnis, so dass die ersten und zweiten Ableitungen jeweils identisch sind. Es wird daher auf eine Kennzeichnung des Arguments, nach dem abgeleitet wurde, im Index der Ableitung verzichtet.

²⁷⁰Die zweiten partiellen Ableitungen bzgl. des Erwartungsnutzens werden mit H_{x_G, x_G} , H_{x_K, x_K} , $H_{h, h}$

B.1.O.:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G} &= E[U'(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))] \stackrel{!}{=} 0, \\ \Leftrightarrow f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO_2}] - C'(x_G^*, x_K^*) &= \frac{e_G \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]}, \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_K} &= E[U'(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_K^*)P_S - P_K - e_K \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))] \stackrel{!}{=} 0, \\ \Leftrightarrow f'(x_K^*)P_S - P_K - e_K E[\tilde{P}_{CO_2}] - C'(x_G^*, x_K^*) &= \frac{e_K \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]}, \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[U(\tilde{\Pi}^*)]}{\partial h} &= E[U'(\tilde{\Pi}^*)(\tilde{P}_{CO_2} - P_{CO_2}^F)] \stackrel{!}{=} 0, \\ \Leftrightarrow E[U'(\tilde{\Pi}^*)(P_{CO_2}^F - E[\tilde{P}_{CO_2}])] &= \frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]}. \end{aligned} \quad (4.28)$$

Zweiten partiellen Ableitungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G \partial x_G} &= E \left[U''(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))^2 \right] \\ &\quad + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_G^*)P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) < 0, \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_K \partial x_K} &= E \left[U''(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_K^*)P_S - P_K - e_K \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))^2 \right] \\ &\quad + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_K^*)P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) < 0, \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial h \partial h} = E \left[U''(\tilde{\Pi}^*)(\tilde{P}_{CO_2} - P_{CO_2}^F)^2 \right] < 0. \quad (4.31)$$

Durch die Gleichungen (4.26), (4.27) und (4.28) werden die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle sowie das optimale Absicherungsvolumen bestimmt. Gemäß Annahme 6) und 8) sind die Mengen x_G^* und x_K^* positiv und die Werte x_G^* , x_K^* und h^* stellen annahmegemäß Optimalwerte dar. Folglich maximieren die Faktormengen

$,H_{x_G, h} = H_{h, x_G}, H_{x_K, h} = H_{h, x_K}, H_{x_K, x_G} = H_{x_G, x_K}$ bezeichnet.

x_G^* und x_K^* und das Absicherungsvolumen h^* den Erwartungsnutzen aus (4.22). Die zweiten partiellen Ableitungen haben jeweils einen negativen Wert, da der erste Erwartungswert in den Gleichungen (4.29), (4.30) und (4.31) aufgrund der Konkavität der Nutzenfunktion einen negativen Wert aufweist und der zweite Summand in den Gleichungen (4.29) und (4.30) ebenfalls jeweils einen negativen Wert haben muss, da der erwartete Grenznutzen sowie die zweite Ableitung der Kostenfunktion positiv sind und die zweite Ableitung der Produktionsfunktion wegen ihrer Konkavität einen negativen Wert haben muss.

Anhand der Bedingung erster Ordnung bzgl. h kann in Abhängigkeit der Relation vom Terminkurs zum Erwartungswert der Preise der CO₂-Emissionszertifikate eine Aussage über das Vorzeichen der Kovarianzen, $\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]$, auf den rechten Seiten der Bedingungen erster Ordnung getätigt werden.²⁷¹ Hierfür werden zunächst die drei möglichen Relationen der beiden Werte definiert.

Definition 4.2.1. *Der Terminmarkt wird als unverzerrt bezeichnet, wenn $P_{CO_2}^F = E[\tilde{P}_{CO_2}]$ gilt. Für den Fall $P_{CO_2}^F > E[\tilde{P}_{CO_2}]$ ($P_{CO_2}^F < E[\tilde{P}_{CO_2}]$) ist der Terminmarkt durch Contango (Backwardation) gekennzeichnet.²⁷²*

Die Differenz zwischen erwartetem Preis und Terminpreis der CO₂-Emissionszertifikate kann als durch den Terminmarkt gegebene Spekulationsprämie interpretiert werden, die für die Übernahme eines Preisrisikos gezahlt wird. Gilt beispielsweise $P_{CO_2}^F < E[\tilde{P}_{CO_2}]$, so dass $h > 0$ gilt, führt der Kauf von CO₂-Emissionszertifikaten per Termin zu einem Anstieg des erwarteten Gewinns in Höhe des Betrages $h(E[\tilde{P}_{CO_2}] - P_{CO_2}^F)$, aber auch zu einer Änderung der risikobehafteten Gewinnkomponente im Vergleich zu einer Situation, in der der Terminmarkt unverzerrt ist. Die genannte Prämie stellt eine Entlohnung für mehrere Funktionen dar, die durch den Terminmarkt übernommen werden. Der Betrag der Spekulationsprämie umfasst allgemein die Risiko-, Informations- und Abwicklungsprämie.²⁷³

In Verbindung mit Definition 4.2.1 folgt, dass das Vorzeichen der Kovarianz positiv (negativ) ist für den Fall, dass der Terminmarkt durch Contango (Backwardation) gekennzeichnet ist. Ist der Terminmarkt unverzerrt muss die Kovarianz den Wert null

²⁷¹Vgl. z. B. Adam-Müller (1997): S. 1424, Broll et al. (1995): S. 670 f., Danthine (1978): S. 82 oder Feder et al. (1980): S. 322 .

²⁷²Vgl. z. B. Benninga et al. (1983): S. 143, Benninga et al. (1984): S. 156, Briys et al. (1993): S. 952, Hull (2012): S. 167 oder Spremann (1991): S. 301.

²⁷³Vgl. Holthausen (1979): S. 990, Mossin (1968): S. 554 ff. oder Spremann (1986): S. 449 oder Spremann (1991): S. 301.

aufweisen. Die Kovarianz $\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*)\tilde{P}_{CO_2}]$ kann nur dann den Wert null aufweisen, wenn der Grenznutzen des Gewinns nicht stochastisch ist. Zur Untersuchung der Voraussetzung für einen deterministischen Grenznutzen wird die Ableitung nach dem Preis P_{CO_2} bestimmt:²⁷⁴

$$\frac{\partial U'(\Pi^*)}{\partial P_{CO_2}} = U''(\Pi^*)(-(e_G x_G^* + e_K x_K^*) + h^*). \quad (4.32)$$

Die Ableitung kann nur für $h = (e_G x_G + e_K x_K)$ den Wert null annehmen. Folglich muss für den Fall, in dem der Terminmarkt unverzerrt ist, das Absicherungsvolumen dem Gewichtungsfaktor, $(e_G x_G + e_K x_K)$, entsprechen, mit dem der unsichere Preis der CO₂-Zertifikate in die Gewinngleichung eingeht. Ist der Terminmarkt unverzerrt, sichert das Unternehmen den vollständigen risikobehafteten Teil des Gewinns durch den Kauf von Forwards über den Terminmarkt ab. Der Gewinn des Unternehmens ist durch dieses Absicherungsverhalten nicht mehr stochastisch und die Preise der CO₂-Zertifikate sind durch den entsprechenden Terminkurs gegeben. Durch Einsetzen der Bedingung erster Ordnung bzgl. des Absicherungsvolumens aus Gleichung (4.28) bei optimaler Absicherung, h^* , in die Bedingungen erster Ordnung bzgl. Gas und Kohle aus den Gleichungen (4.26) und (4.27) werden die Gleichungen (4.24) und (4.24) aus Satz 4.2.9 erhalten.^{275 276}

Die Höhe der optimalen Verwendungsmengen der Produktionsmengen von Gas und Kohle ist gemäß Satz 4.2.9 ausschließlich von nicht stochastischen Größen abhängig. Bei der Entscheidung über die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren sowie über die Stromproduktion orientiert sich das Management des Stromerzeugers an der Höhe des Terminkurses sowie der Produktionsfunktion und den anderen Kostenkomponenten in der Gewinngleichung. Der nur durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung gegebene Preis der CO₂-Zertifikate ist für den Stromerzeuger für die optimale Entscheidung nicht relevant und die Faktorverwendungsentscheidung wird separat vom unsicheren Preis getroffen. Für die durch die Gleichungen (4.24) und (4.25) implizit festgelegten optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle sind die Eigenschaften

²⁷⁴Vgl. z. B. Holthausen (1979): S. 990 oder Holthausen (1980): S. 221.

²⁷⁵Vgl. Satz 4.2.9 in diesem Kapitel.

²⁷⁶Analoge Ergebnisse werden im Rahmen von Modellen erhalten, die die optimale Absatz- oder Produktionsentscheidung bei Existenz eines Preis- oder Wechselkursrisikos und eines entsprechenden unverzerrten Terminmarktes untersuchen. (Vgl. z. B. Feder et al. (1980): S. 320, Grant (1985): S. 632 oder Holthausen (1979): S. 990.)

der Nutzenfunktion ebenfalls nicht relevant, so dass der Grad der Risikoaversion des Managements des Stromerzeugers nicht mehr entscheidungsrelevant ist. Auch die Höhe der Fixkosten der Stromerzeugung, die über eine Änderung des Grades der Risikoaversion auf die optimale Entscheidung wirken, sind nicht mehr von Bedeutung. Damit folgt aus den Gleichungen (4.24) und (4.25) unmittelbar die Aussage von Satz 4.2.9.²⁷⁷

□

Die Interpretation des Ergebnisses aus Satz 4.2.9 lässt sich erweitern durch ein Ergebnis, welches sich aus dem Beweis des Satzes ableiten lässt. Durch die im Anschluss folgende Interpretation beider Sätze lässt sich das Entscheidungsverhalten des Unternehmens umfassender erläutern. Der folgende Satz trifft eine Aussage über das Absicherungsverhalten des Unternehmens, wenn der Terminmarkt durch Contango oder Backwardation gekennzeichnet ist.

Satz 4.2.10. *Nutzt das Stromerzeugungsunternehmen den Terminmarkt für CO₂-Emissionszertifikate und ist die Risikoprämie, $E[\tilde{P}_{CO_2}] - P_{CO_2}^F$, auf dem Terminmarkt null (negativ) [positiv], entscheidet sich das Unternehmen für eine Vollabsicherung (Unterabsicherung) [Überabsicherung].*^{278 279}

Beweis Die Aussage von Satz 4.2.10 kann auf Basis von Gleichung (4.32) aus dem Beweis zu Satz 4.2.9 in Verbindung mit der Bedingung erster Ordnung aus Gleichung (4.28) hergeleitet werden, so dass eine Aussage über das Vorzeichen der Kovarianzen auf der rechten Seite der Bedingungen erster Ordnung in den Gleichungen (4.26), (4.27) und (4.28) möglich ist. Gemäß Gleichung (4.32) gilt der folgende Zusammenhang zwischen

²⁷⁷Die Separationsaussage kann im Rahmen von vielen einfachen Entscheidungsmodellen zur Produktions- oder Absatzentscheidung und einer Absicherungsentscheidung hergeleitet werden. (Vgl. Satz 4.2.9.) Werden dagegen andere Konstellationen für den Terminmarkt als die Unverzerrtheit unterstellt oder werden Terminmärkte unterstellt, an denen nur Kontrakte gehandelt werden, deren Zahlungen nicht perfekt mit den Zahlungen der risikobehafteten Position in der Gewinnleichung korrelieren, ist vollständige Absicherung nicht mehr zwingend optimal. In diesen Fällen kann eine Separationsaussage nicht mehr gezeigt werden und die Höhe der nicht abgesicherten Position ist dann u. a. abhängig von dem Grad der absoluten Risikoaversion und der Verteilung der risikobehafteten Größe. (Vgl. z. B. Benninga et al. (1983): S. 143, Broll/Eckwert (2006a): S. 357 ff., Broll et al. (1995): S. 670 f., Battermann et al. (2006): S. 450 ff., Paroush/Wolf (1992): S. 834 oder Spremann (1986): S. 449.)

²⁷⁸Vgl. Holthausen (1980): S. 222.

²⁷⁹Dieses Ergebnis wird auch im Rahmen von Modellen zu optimalen Produktions-, Absatz- oder Exportentscheidungen bei Existenz eines Terminmarktes erhalten. (Vgl. z. B. Adam-Müller (1997): S. 1424, Briys et al. (1993): S. 952, Danthine (1978): S. 82 f., Ethier (1973): S. 496, Feder et al. (1980): S. 322, Grant (1985): S. 632, Holthausen (1979): S. 990 oder Safra/Zilcha (1986): S. 147.) Die Aussage über die als Vollabsicherung bei Existenz eines unverzerrten Terminmarktes wird häufig auch als Vollabsicherungsaussage (Full-Hedge-Aussage) bezeichnet. (Vgl. z. B. Adam-Müller (1997): S. 1424, Danthine (1978): S. 82 ff., Kawai/Zilcha (1986): S. 88.)

dem Vorzeichen der Kovarianz, der Differenz zwischen Absicherungsvolumen durch den Kauf von Terminkontrakten und der risikobehafteten Position in der Gewinngleichung des Stromerzeugers und der Differenz aus erwartetem und Terminkurs der Preise von CO₂-Emissionszertifikaten.²⁸⁰

$$\begin{aligned} \text{sign}(P_{CO_2}^F - E[\tilde{P}_{CO_2}]) &= \\ \text{sign}(\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]) &= \text{sign}((e_G x_G^* + e_K x_K^*) - h^*). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Gemäß Gleichung (4.33) wird durch den Zustand des Terminmarktes das Verhalten bzgl. der Über-, Voll- oder Unterabsicherung der risikobehafteten Position bestimmt. Mit den Begriffen Über-, Voll- und Unterabsicherung werden die Situationen $h^* > e_G x_G^* + e_K x_K^*$, $h^* = e_G x_G^* + e_K x_K^*$ und $h^* < e_G x_G^* + e_K x_K^*$ bezeichnet.²⁸¹ Entsprechend der Aussage von Gleichung (4.33) ist für das Stromerzeugungsunternehmen Unterabsicherung (Vollabsicherung) [Überabsicherung] am Terminmarkt optimal, wenn dieser sich in der Situation von Contango (Unverzerrtheit) [Backwardation] befindet. □

Ist der Terminmarkt unverzerrt, ist es für den Stromerzeuger optimal die gesamte risikobehaftete Position in der Gewinngleichung abzusichern. Die risikobehaftete Position wird durch die kumulierten CO₂-Emissionen $e_G x_G + e_K x_K$ aus der Stromerzeugung durch Multiplikation mit dem unsicheren Preis erhalten. Auf einem unverzerrten Terminmarkt hat die Risikoprämie den Wert null und die Vollabsicherung mit $h^* = e_G x_G^* + e_K x_K^*$ ist für den Stromerzeuger optimal. Durch den unverzerrten Terminmarkt mit der Risikoprämie in Höhe von null kann sich das Unternehmen vollständig gegen das CO₂-Preisrisiko absichern, ohne dass es zu einer Veränderung des erwarteten Gewinns kommt. Da für das Management risikoaverses Verhalten unterstellt wird und durch die Absicherungsentscheidung der Gewinn nicht beeinflusst wird, ist es optimal, die Entscheidung zu treffen, die zu einem risikolosen Gewinn in Höhe des erwarteten Gewinns in der Situation ohne Zugang zu dem Terminmarkt.²⁸² Werden die Situatio-

²⁸⁰Vgl. z. B. Holthausen (1980): S. 222.

²⁸¹Es existieren weitere Möglichkeiten der Unterscheidung der Relationen zwischen risikobehafteter Komponente des Gewinns und dem Absicherungsvolumen über den Terminmarkt. Die Wahl des Absicherungsvolumens mit $h^* < 0$ wird in der Literatur z. B. auch als Texas-Hedge bezeichnet. Wird beispielsweise eine Überabsicherung gewählt, mit $h^* > e_G x_G^* + e_K x_K^*$, wird dies auch als Reversed-Hedge bezeichnet. (Vgl. Spremann (1986): S. 447 f. oder Spremann (1991): S. 300.)

²⁸²Vgl. z. B. Holthausen (1980): S. 219 ff., Katz/Paroush (1979): S. 272 f. oder Paroush/Wolf (1992): S. 835 f.

nen der Entscheidung unter Sicherheit mit dem Preis der CO₂-Zertifikate P'_{CO_2} und der Entscheidung unter Unsicherheit mit dem Preis \tilde{P}_{CO_2} sowie $E[\tilde{P}_{CO_2}] = P'_{CO_2}$ bei Existenz eines unverzerrten Terminmarktes verglichen, so sind die Verwendungsmengen von Gas und Kohle und damit auch die gesamte Stromproduktion gleich hoch.²⁸³

Werden auch Terminmärkte betrachtet, deren Risikoprämie von null verschieden ist, entsteht für das Unternehmen durch den Kauf oder Verkauf von Terminkontrakten eine Veränderung des erwarteten Gewinns. Die Absicherungsentscheidung verändert die Kombination von erwartetem Gewinn und Gewinnrisiko. Für den weiteren Vergleich der optimalen Absicherungsentscheidungen bei den unterschiedlichen Terminmarktconstellationen wird mit \bar{h}^* das optimale Absicherungsvolumen bei Existenz eines unverzerrten Terminmarktes bezeichnet. \bar{h}^* entspricht dem Volumen an Forwardkontrakten, die mit dem Motiv der Vollabsicherung gegen das Preisrisiko der CO₂-Emissionszertifikate gehalten werden. \hat{h}^* bezeichnet das Volumen der Forwardkontrakte, die mit der Absicht der Spekulation auf die Differenz zwischen erwartetem Preis und Terminpreis der Zertifikate gekauft oder verkauft werden, so dass für das optimale Absicherungsvolumen $h^* = \bar{h}^* + \hat{h}^*$ gilt. Folglich wird durch die spekulative Prämie bestimmt, ob das optimale Absicherungsvolumen größer oder kleiner als das Vollabsicherungsvolumen ist.²⁸⁴ Die Höhe der optimalen spekulativen Komponente wird durch die Differenz von Terminpreis und erwartetem Preis der CO₂-Emissionszertifikate bestimmt. Ist der Terminmarkt durch Backwardation ($P^F_{CO_2} < E[\tilde{P}_{CO_2}]$) gekennzeichnet, führt der Kauf von CO₂-Emissionszertifikaten per Termin zu einem Anstieg des erwarteten Gewinns in Höhe des Betrages $E[\tilde{P}_{CO_2}] - P^F_{CO_2}$. In der Gewinngleichung entsteht eine additive Komponente des Gewinnrisiko durch die offene Position, wenn die Anzahl der Terminkontrakte die Anzahl der Kontrakte, die bei unverzerrtem Terminmarkt optimal waren, übersteigt. Der Terminmarkt bietet eine positive Risikoprämie, die aber auch das Gewinnrisiko erhöht. Die folgende Darstellung der Gewinnfunktion verdeutlicht dies:

$$\begin{aligned} \tilde{\Pi}(x_G^*, x_K^*, \bar{h}^*, \hat{h}^*) &= f(x_G^*, x_K^*) P_S - x_G^* P_G - x_K^* P_K - \bar{h}^* P^F_{CO_2} - C(x_G^*, x_K^*) \\ &\quad - C_F + \hat{h}^* (\tilde{P}_{CO_2} - P^F_{CO_2}). \end{aligned} \quad (4.34)$$

²⁸³Vgl. Danthine (1978): S. 82.

²⁸⁴Die Zerlegung der Absicherungsentscheidung in eine Absicherungs- und eine Spekulationskomponente geht auf die Arbeit von Working aus dem Jahr 1953 zurück. Im Rahmen dieser Forschungsarbeit werden verschiedene Motive zur Nutzung von Märkten für Futureskontrakte dargestellt und analysiert. (Vgl. Working (1953): S. 318 ff.)

Weist die spekulative Komponente, \hat{h}^* , einen negativen Wert auf, wird der erwartete Gewinn bei einer positiven Risikoprämie um den Wert $\hat{h}^*(\tilde{P}_{CO_2} - P_{CO_2}^F)$ vermindert. Gleichzeitig verringert sich auch das Gewinnrisiko. Analog können die Auswirkungen einer negativen spekulativen Komponente für den Fall eines Terminmarktes, der durch Contango gekennzeichnet ist, beschrieben werden.²⁸⁵ Die Entscheidung zur Wahl des optimalen Absicherungsvolumens kann für den Stromerzeugers in Analogie zur Portefeuille-Theorie betrachtet werden. Ausgangspunkt ist die Situation des unverzerrten Terminmarktes, in der die spekulative Komponente den Wert null hat und der Gewinn des Unternehmens deterministisch ist. Der Gewinn des Unternehmens wird ausschließlich durch die Stromproduktionsentscheidung bestimmt. Ist die Risikoprämie im Fall von Backwardation positiv, existiert zusätzlich zum deterministischen ersten Teil des Gewinns in Gleichung (4.34) die Möglichkeit in eine risikobehaftete Anlagemöglichkeit mit einem positiven Erwartungswert zu investieren. Dies entspricht einem Portefeuille-Problem mit der Entscheidung über die Aufteilung eines Anfangsvermögens auf ein risikoloses und ein risikobehaftetes Wertpapier. Es kann gezeigt werden, dass ein risikoaverser Investor in einer solchen Situation immer einen positiven Anteil seines Vermögens in die risikobehaftete Anlagemöglichkeit mit positiver Risikoprämie investiert.²⁸⁶ Folglich ist es für den risikoaversen Stromerzeuger optimal in die risikobehaftete Position, die durch $(\tilde{P}_{CO_2} - P_{CO_2}^F)$ in Gleichung (4.34) gegeben ist, zu investieren und zusätzlich Forwardkontrakte am Terminmarkt zu kaufen. Aus diesem Verhalten resultiert eine Überabsicherung, so dass $\bar{h}^* + \hat{h}^* > e_G x_G^* + e_K x_K^*$ gilt. Ist der Terminmarkt durch Contango gekennzeichnet, ist die Risikoprämie negativ. Für das Unternehmen besteht dann der Anreiz zum Verkauf von Terminkontrakten, da hierdurch eine risikobehaftete Position entsteht, die den erwarteten Gewinn erhöht. Folglich hat die spekulative Komponente ein negatives Vorzeichen, so dass $\hat{h}^* < 0$ gilt. Analog zur vorherigen Terminmarktconstellation ist es für den Stromerzeuger in Abhängigkeit des Grades der Risikoaversion optimal in die risikobehaftete Position zu investieren. Da die spekulative Komponente einen negativen Wert aufweist, ist die Anzahl der Forwardkontrakte geringer als die Anzahl der Kontrakte bei unverzerrtem Terminmarkt, so dass $h^* < \bar{h}^*$ gilt.²⁸⁷ Ist der Terminmarkt durch Contango gekennzeichnet, können auch Konstellationen auftreten, in denen die negative spekulative Komponente betragsmäßig größer ist als die positive Vollabsicherungskomponente, \bar{h}^* , so dass das stromerzeugen-

²⁸⁵Vgl. Feder et al. (1980): S. 322, Ethier (1973): S. 496 f. oder Holthausen (1979): S. 990.

²⁸⁶Vgl. Arrow (1971): S 98 ff.

²⁸⁷Vgl. Ederington (1979): S. 160 ff., Ethier (1973): S. 496 ff. oder Working (1953): S. 320 ff.

de Unternehmen insgesamt Terminkontrakte auf CO₂-Emissionszertifikate per Termin verkauft. In diesem Fall ist die erwartete Rendite im Verhältnis zum eingegangenen Risiko so attraktiv, dass die risikobehaftete Position durch die eigene CO₂-Emission nicht abgesichert wird und zusätzlich noch Emissionszertifikate per Termin verkauft werden. Das Unternehmen erwartet, sich zu einem deutlich niedrigeren Kassapreis in Zeitpunkt $t = 1$ eindecken zu können, im Vergleich zu dem in Zeitpunkt $t = 0$ geltenden Terminkurs, um die notwendigen Zertifikate für die eigene Emission und die Erfüllung der verkauften Terminkontrakte zu gewährleisten.²⁸⁸

Die Höhe der optimalen spekulativen Komponente ist bei einem durch Contango oder Backwardation gekennzeichneten Terminmarkt abhängig vom Grad der Risikoaversion und der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Preise der CO₂-Emissionszertifikate. Es kann nachgewiesen werden, dass die optimale spekulative Komponente durch eine Erhöhung des Grades der absoluten Risikoaversion zurückgeht. Ist der Terminmarkt durch Contango gekennzeichnet, wird die Anzahl der gekauften Terminkontrakte erhöht, falls $h^* > 0$, oder die Anzahl der verkauften Kontrakte reduziert, falls $h^* < 0$. Für den Fall von Backwardation wird die Anzahl der gekauften Forwardkontrakte reduziert. Ist der Terminmarkt unverzerrt, erfolgt keine Anpassung der Absicherungsposition, da die spekulative Komponente den Wert null hat.²⁸⁹ Die Erhöhung der Risikoaversion beeinflusst die Bereitschaft in die zusätzliche risikobehaftete Anlagemöglichkeit zu investieren. Gemäß Satz 2.1.3 in Kapitel 2.1.3 fordert, beim Vergleich von zwei Entscheidern mit unterschiedlichen Graden der absoluten Risikoaversion und sonst identischem Anlageentscheidungsproblem über die Aufteilung eines Anfangsvermögens auf eine risikolose und eine risikobehaftete Anlagemöglichkeit, der risikoaversere Entscheider eine höhere Risikoprämie als der weniger risikoaverse Entscheider. Bei konstanter Risikoprämie investiert somit der risikoaversere Entscheider einen geringeren Betrag risikobehaftet im Vergleich zum weniger risikoaversen Entscheider. Aus diesem Grund führt die Erhöhung der Risikoaversion zu einer Verringerung der spekulativen Komponente des Stromerzeugers.²⁹⁰

Der folgende Satz macht eine Aussage über den Zusammenhang zwischen der Höhe des Terminkurses der CO₂-Emissionszertifikate und der Verwendung der Produktionsfak-

²⁸⁸Das beschriebene Absicherungsverhalten wird auch als Texas-Hedge bezeichnet. (Vgl. Spremann (1986): S. 447 f.)

²⁸⁹Vgl. Feder et al. (1980): S. 323, Grant (1985): S. 633 f., Holthausen (1979): S. 991 f., Holthausen (1980): S. 222 oder Paroush/Wolf (1992): S. 840 f.

²⁹⁰Vgl. Gollier (2001): S. 20 f.

toren zur Stromerzeugung.

Satz 4.2.11. *Die Erhöhung des Terminkurses der CO₂-Emissionszertifikate führt*

- (i) für $e_G \geq e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung des Faktors Gas,
- (ii) für $e_G \leq e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung des Faktors Kohle und
- (iii) für $e_G = e_K$ zu einer Verringerung der Verwendung der Faktoren Gas sowie Kohle und folglich zu einem Rückgang der Stromproduktion.²⁹¹

Beweis Die Aussage von Satz 4.2.11 folgt implizit aus den beiden Gleichungen von Satz 4.2.9.²⁹² Unabhängig davon, ob der Terminmarkt durch Contango, Unverzerrtheit oder Backwardation gekennzeichnet ist, wird die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren gemäß Satz 4.2.9 auf Basis des nicht stochastischen Terminkurses der CO₂-Emissionszertifikate bestimmt. Folglich kann eine Aussage über einen Anstieg des Terminkurses durch Bildung des totalen Differentials gemacht werden. Die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle sind durch die Gleichungen (4.24) und (4.25) implizit gegeben. Damit die entsprechenden impliziten Ableitungen nach dem Terminkurs ermittelt werden können, muss zunächst gezeigt werden, dass x_G^* und x_K^* jeweils implizite Funktionen darstellen. Dafür muss nachgewiesen werden, dass die partiellen Ableitungen stetig sind sowie die Determinante der Jacobi-Matrix der ersten Ableitungen an der Stelle x_G^* und x_K^* von null verschieden ist.²⁹³ Die Stetigkeit der partiellen Ableitungen kann aus der stetigen Differenzierbarkeit von Produktions- und Kostenfunktion und der ersten Ableitung der Nutzenfunktion gefolgert werden. Die Jacobi-Matrix der Bedingungen erster Ordnung bei Existenz eines Terminmarktes entspricht der Hesse-Matrix. Gemäß den Bedingungen für das Vorliegen eines Maximums an der Stelle x_G^* und x_K^* , muss die Hesse-Matrix einen von null verschiedenen Wert aufweisen. Somit ist das implizite Funktionen-Theorem anwendbar ist.²⁹⁴ Die partiellen Ableitungen nach dem Terminkurs ergeben sich durch Ableiten der beiden Gleichungen (4.24) und (4.25) und werden mit ΔH_{x_G} und ΔH_{x_K} bezeichnet:

$$\Delta H_{x_G} = -e_G, \quad (4.35)$$

$$\Delta H_{x_K} = -e_K. \quad (4.36)$$

²⁹²Das Vorgehen des Beweises zu Satz 4.2.11 ist an das Vorgehen von Feder, Just und Schmitz angelehnt. (Vgl. Feder et al. (1980): S. 324 f.)

²⁹³Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 39.

²⁹⁴Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 105 ff.

Die zweiten partiellen Ableitungen bei Existenz eines kompetitiven Terminmarktes ergeben sich durch entsprechende Bildung der Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung aus den Gleichungen (4.24) und (4.25). Sie sind gegeben durch:

$$\frac{\partial^2 E [U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G \partial x_G} = f''(x_G^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*) < 0, \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial^2 E [U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_K \partial x_K} = f''(x_K^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*) < 0, \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial^2 E [U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G \partial x_K} = - C''(x_G^*, x_K^*) < 0. \quad (4.39)$$

Zur Ermittlung der Vorzeichen der notwendigen Änderungen der Verwendungsmengen von Gas und Kohle, infolge einer Erhöhung des Terminkurses, kann das folgende Gleichungssystem auf Basis des totalen Differentials einer impliziten Funktion aufgestellt werden:^{295 296}

$$H_{x_G, x_G} \frac{d x_G}{d P_{CO_2}^F} + H_{x_G, x_K} \frac{d x_K}{d P_{CO_2}^F} = - \Delta H_{x_G}, \quad (4.40)$$

$$H_{x_K, x_G} \frac{d x_G}{d P_{CO_2}^F} + H_{x_K, x_K} \frac{d x_K}{d P_{CO_2}^F} = - \Delta H_{x_K}. \quad (4.41)$$

Unter Anwendung der Cramer'schen Regel, der Determinante der Hesse-Matrix, $\text{Det}(H)$, sowie den Gleichungen (4.35) und (4.35) kann das System der Gleichungen (4.40) und (4.41) nach $\frac{d x_G}{d P_{CO_2}^F}$ und $\frac{d x_K}{d P_{CO_2}^F}$ aufgelöst werden und es folgt:²⁹⁷

$$\frac{d x_G}{d P_{CO_2}^F} = \frac{e_G f''(x_K^*) P_S + C''(x_G^*, x_K^*)(e_K - e_G)}{\text{Det}(H)}, \quad (4.42)$$

$$\frac{d x_K}{d P_{CO_2}^F} = \frac{e_K f''(x_G^*) P_S + C''(x_G^*, x_K^*)(e_G - e_K)}{\text{Det}(H)}, \quad (4.43)$$

$$\text{mit } \text{Det}(H) = H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_G, x_K})^2 > 0. \quad (4.44)$$

²⁹⁵Vgl. z. B. Feder et al. (1980): S. 324, Silberberg/Suen (2001): S. 80 oder Sydsæter et al. (2005): S. 39.

²⁹⁶Die zweiten partiellen Ableitungen der Gleichungen werden mit H_{x_G, x_G} , H_{x_K, x_K} und $H_{x_K, x_G} = H_{x_G, x_K}$ bezeichnet.

²⁹⁷Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 44.

Da die Determinante aufgrund der Optimalität der Verwendungsmengen einen positiven Wert aufweist, wird das Vorzeichen der Änderung der Verwendungsmengen durch die Zähler der Brüche in den Gleichungen (4.41) und (4.42) bestimmt. Der erste Summand ist jeweils negativ und das Vorzeichen der zweiten Summanden abhängig von der Relation der Emissionsraten. Es folgt, dass die Verwendung des Faktors mit der höheren Emissionsrate durch eine Erhöhung des Terminkurses zurückgeht.

Die Auswirkung auf die Summe der verwendeten Produktionsfaktoren ergibt sich aus der Summe der Zähler der Gleichungen (4.42) und (4.43).

$$\frac{d(x_G + x_K)}{dP_{CO_2}^F} = \frac{e_G f''(x_K^*) P_S + e_K f''(x_G^*) P_S}{\text{Det}(H)}, \quad (4.45)$$

$$\text{mit } \text{Det}(H) = H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_G, x_K})^2 > 0. \quad (4.46)$$

Da der Zähler von Gleichung (4.45), aufgrund der Konkavität der Produktionsfunktion, unabhängig von der Relation der Emissionsraten der Stromerzeugungstechnologien negativ ist, verringert sich die Verwendung der Summe der Produktionsfaktoren durch eine Erhöhung des Terminkurses der CO₂-Emissionszertifikate. \square

Durch die Einführung des Terminmarktes ist für die Entscheidung der optimalen Verwendung der Faktoren Gas und Kohle zur Stromproduktion der Terminpreis der CO₂-Emissionszertifikate relevant.²⁹⁸ Durch die genannten Gleichungen werden die Verwendungsmengen von Gas und Kohle und damit auch der deterministische Teil des Gewinns aus Gleichung (4.34) festgelegt. Die Entscheidung über die spekulative Komponente in Gleichung (4.34) ist abhängig vom Vorzeichen der Risikoprämie auf dem Terminmarkt und unabhängig von der Entscheidung über die Nutzung der Produktionsfaktoren. Folglich sind Charakteristika des Terminmarktes für die Produktionsfaktorentscheidung nicht relevant. In den Gleichung (4.24) und (4.25) ist eine Erhöhung des Terminpreises der CO₂-Emissionszertifikate äquivalent zu einer Erhöhung des Zertifikatepreises unter Sicherheit. Dies entspricht einer deterministischen Erhöhung einer der variablen Kostenfaktoren der Stromproduktion.²⁹⁹ Gemäß den Termen in den Zählern der Gleichungen (4.42) und (4.43) lassen sich die Wirkungen auf die Verwendungen

²⁹⁸Vgl. Gleichungen (4.24) und (4.25) in Satz 4.2.9.

²⁹⁹Vgl. Danthine (1978): S. 82 f., Feder et al. (1980): S. 324 Katz/Paroush (1979): S. 273 oder Paroush/Wolf (1992): S. 840.

der beiden Faktoren wie bei den bisherigen Untersuchungen jeweils in zwei Teilwirkungen separieren, die zu einem Einkommens- und einem Substitutionseffekt äquivalent sind.³⁰⁰ In beiden Zählern bildet der jeweils erste Summand den direkten Effekt der Kostenerhöhung ab, nach dem durch den Anstieg der Kosten der Anreiz zur Verringerung der Verwendung von beiden Faktoren besteht. Durch die Erhöhung der deterministischen Kosten der CO₂-Emission verändert sich die relative Attraktivität der Nutzung der beiden Stromerzeugungstechnologien, wenn beide Technologien unterschiedlich hohe Emissionsraten haben. Durch die Emissionsraten werden die Gewichtungsfaktoren des Preises der CO₂-Emission für jede Technologie bestimmt. Die Technologie mit der höheren Emissionsrate wird durch die Preiserhöhung relativ unattraktiver, was im Rahmen des zweiten Teileffektes, der zum Substitutionseffekt äquivalent ist, eine die Verwendung verringernde Wirkung hat. Der emissionsärmere Faktor gewinnt an Attraktivität zur Stromerzeugung und dessen Verwendung steigt im Zusammenhang zum Substitutionseffekt an. Für den emissionsärmeren Faktor wirken die genannten Teilwirkungen gegensätzlich, so dass keine Aussage über die Änderung der Nutzung dieses Faktors gemacht werden kann. Für den emissionsstärkeren Faktor wirken beide Effekte in die gleiche Richtung und die Verwendung des emissionsstärkeren Faktors geht durch die Erhöhung des Terminpreises der CO₂-Zertifikate zurück. Die Summe der Verwendung der beiden Produktionsfaktoren wird durch die Erhöhung des Terminpreises der Zertifikate verringert, da sich die Substitutionseffekte von beiden Faktoren ausgleichen und die Änderung durch den jeweiligen Einkommenseffekt der Änderung von Gas und Kohle bestimmt wird.

³⁰⁰Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 276 ff.

Kapitel 5

Die Rolle von Markttransparenz und Stromerzeugungsentscheidungen

Das folgende Kapitel beinhaltet die Analyse der Auswirkung einer erhöhten Transparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate.¹ Zunächst wird der Zusammenhang zwischen der Energiemarkttransparenz und den ökonomischen Entscheidungen eines Stromerzeugungsunternehmens erläutert. Gegenstand der weiteren Untersuchungen sind die Beeinflussung der Entscheidungen über die Verwendung der Produktionsfaktoren, der erwarteten Kosten, der Stromproduktion oder des erwarteten Gewinns bei unterschiedlichen Graden der Markttransparenz. Die Analyse der Konsequenzen geänderter Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate erfolgt auf Basis des in Kapitel 4.2.2.1 und 4.2.3 vorgestellten Modells eines Stromerzeugers unter Berücksichtigung der Preisunsicherheit bzgl. der Emissionszertifikate und der Existenz des Zugangs zu einem unverzerrten und kompetitiven Terminmarkt für das Unternehmen.

In Kapitel 5.1 wird zunächst erläutert welche Faktoren auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate zu einer Erhöhung der Markttransparenz führen. Hierbei sind insbesondere regulatorische Faktoren sowie die Veröffentlichung von Marktdaten relevant. Es erfolgt die Definition von Markttransparenz, die für die weitere Analyse im Rahmen des Modells stromerzeugenden Unternehmens aus den Kapiteln 4.2.2.1 und 4.2.3 verwendet wird. In Kapitel 5.2 und seinen Unterkapiteln erfolgt die Analyse der Auswirkungen einer Transparenzerhöhung auf die erwartete Verwendung der Produktionsfaktoren zur Stromerzeugung, auf die erwartete Stromproduktion sowie die erwarteten

¹Die Definition des Begriffs der Markttransparenz erfolgt im weiteren Verlauf dieses Kapitels.

Kosten der Stromerzeugung. Zudem wird die Beeinflussung von erwartetem Gewinn und erwartetem Nutzen des Stromerzeugers durch einen Anstieg der Markttransparenz untersucht.

5.1 Transparenz auf dem Energiehandelsmarkt

Aus einer regulatorischen Perspektive betrachtet wurden in den vergangenen Jahren verschiedene Ansätze durch Gesetze, Richtlinien oder Verordnungen fixiert, mit dem Ziel, die Transparenz auf dem Energiemarkt zu erhöhen. Wesentliche Elemente dieser Maßnahmen sind die Verordnung über die Integrität und Transparenz des Energiegroßhandelsmarktes², kurz REMIT genannt, sowie das aus der Umsetzung und Konkretisierung der REMIT-Verordnung stammende Markttransparenzstellengesetz, kurz MTSG genannt.³ Die REMIT-Verordnung bedarf grundsätzlich keiner Umsetzung in nationales Recht und besitzt unmittelbare Gültigkeit. Teile der Verordnung werden dennoch in der aktualisierten Fassung des Energiewirtschaftsgesetzes verankert.⁴ Zudem erfolgt die Umsetzung der REMIT-Verordnung teilweise durch Ergänzungen im Gesetz gegen Wettbewerbsbeschränkungen.⁵

Durch die REMIT-Verordnung, die ab dem 7. Januar 2015 vollständig umzusetzen und anzuwenden ist, soll die Marktintegrität erhöht sowie vor allem Insiderhandel und Marktmanipulationen unterbunden werden, die zu Preisbeeinflussungen führen können. Im Rahmen von Insiderhandel ist es einigen Marktakteuren möglich, Informationen, die nur sehr wenigen Teilnehmern zur Verfügung stehen, für eigene Zwecke zum Erwerb oder der Veräußerung von Finanztiteln zu nutzen, was gemäß § 95a Abs. 2 des Energiewirtschaftsgesetzes einen Straftatbestand darstellt.⁶ Eines der Hauptziele der Verordnung ist Bildung von wettbewerbskonformen Strom- und Gaspreisen, die ihrer Funktion als Indikator von Knappheit und der Allokation von ökonomischen Ressourcen in einer Volkswirtschaft nachkommen sollen. Werden Preise manipuliert, gesteuert oder durch Absprachen zwischen Marktakteuren koordiniert, können die Marktpreise diese Funktion nicht erfüllen.⁷ Die Sicherstellung von integerem Verhalten der Marktak-

²Vgl. Europäisches Parlament (2011).

³Vgl. Europäisches Parlament (2012).

⁴Vgl. Bundesgesetzblatt (2012a) und Bundesgesetzblatt (2014).

⁵Vgl. Bundesgesetzblatt (2013).

⁶Vgl. Bundesgesetzblatt (2014).

⁷Vgl. z. B. Kreps (1990): S. 189 ff. oder Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 7 ff.

teure soll durch Schulungen von Mitarbeitern und Prozessüberwachung sichergestellt werden. Zudem beinhaltet die REMIT-Verordnung in einem zweiten Themen-Block umfangreiche Verpflichtungen zur Meldung von Handelsmengen, zu Preisen, zu welchen Handel stattgefunden hat sowie die Zeitpunkte, zu denen der Handel stattfindet. Die Meldung hat an die European Agency for the Cooperation of Energy Regulators, kurz ACER, zu erfolgen. Die Meldepflichten sind ab dem 7. Oktober 2015 umzusetzen. Dies umfasst auch die Meldung aller börslich gehandelten Kassakontrakte sowie Terminkontrakte auf Gas und Strom.⁸ Von der EEX wird diese Anforderung bereits erfüllt und die Daten von gehandeltem, erzeugtem und konsumiertem Strom werden täglich veröffentlicht. Für den Rohstoff Gas sind Konsumdaten verfügbar.⁹ Auch auf nationaler Ebene resultiert aus dem Markttransparenzstellengesetz die Verpflichtung zur Meldung von Daten an eine eigens dafür eingerichtete Markttransparenzstelle, die bei der Bundesnetzagentur angesiedelt und mit dem Bundeskartellamt sowie der ACER zusammenarbeitet. An die Markttransparenzstelle sind Meldepflichten in Bezug auf Handels-, Transport-, Kapazitäts-, Erzeugungs- und Verbrauchsdaten zu übermitteln.¹⁰ Durch die übermittelten Daten an die Transparenzstelle und ACER wird eine europaweite Analyse der Handels- und Preisdaten hinsichtlich von Marktmanipulationen ermöglicht.¹¹ Die Sorgfaltspflichten und Meldepflichten, die sich aus der REMIT-Verordnung und dem Markttransparenzstellengesetz ergeben, sind von allen Unternehmen, die im Strom- und Gashandel, Stromtransport oder in der Stromerzeugung tätig sind, zu erfüllen und sind mit einer Registrierung der Marktteilnehmer bei der ACER verbunden.¹²

Die genannten nationalen und auch auf europäischer Ebene angesiedelten Regulierungen der Energiemärkte haben das übergeordnete Ziel, die Markttransparenz zu erhöhen, indem durch die Analyse von Handels-, Erzeugungs- und Verbrauchsdaten sowie durch die Förderungen von markt- und wettbewerbskonformen Verhalten aller Marktteilnehmer Preis- und Marktmanipulationen verhindert werden sollen. Zudem wird die Bildung eines Marktpreises durch die Veröffentlichung von Handels-, Erzeugungs-, Transport- und Kapazitätsdaten gefördert, der Knappheiten widerspiegelt und nach dem Marktpreismechanismus¹³ zu einer effizienten Allokation von ökonomischen Ressourcen führt. Für Stromerzeugungsunternehmen und deren Strompro-

⁸Vgl. Däuper et al. (2015): S. 97 f. und BDEW (2013): S. 2 ff.

⁹Vgl. <http://www.eex-transparency.com/homepage/power/germany> (Stand: 18.02.2015).

¹⁰Die Daten sind teilweise identisch mit den Daten, die an die ACER übermittelt werden müssen.

¹¹Vgl. BDEW (2013): S. 2 ff.

¹²Vgl. Däuper et al. (2015): S. 98.

¹³Vgl. z. B. Kreps (1990): S. 189 ff.

duktionsentscheidung resultiert daraus eine verbesserte Möglichkeit unsichere Preise, wie z. B. den Absatzpreis für Strom oder den Preis für Produktionsfaktoren, besser zu prognostizieren. Dies versetzt Marktteilnehmer in die Lage, durch verlässlichere Preisprognosen verbesserte ökonomische Entscheidungen zu treffen. Durch die aus der Regulierung des Marktes resultierende höhere Markttransparenz kann die Unsicherheit über den Marktpreis von Strom, Gas und auch von CO₂-Emissionszertifikaten verringert werden. Wird die Preisunsicherheit bzgl. CO₂-Emissionszertifikate betrachtet, kann aus der höheren Markttransparenz und der damit verbundenen größeren Menge an Information über die Stromerzeugung oder die Verwendung von Gas und dem daraus resultierenden Bedarf an CO₂-Zertifikaten, eine verlässlichere Prognose über die Entwicklung der CO₂-Preise gemacht werden. Die verbesserte Preisprognose ermöglicht dann eine verbesserte Einschätzung dieses unsicheren Kostenfaktors bei der Stromerzeugungsentscheidung.

Weitere Faktoren, die die Markttransparenz beeinflussen, sind politische und regulatorische Risiken. Die Unsicherheit über politische Entscheidungen zur Marktregulierung erzeugt ebenfalls Unsicherheit, die durch eine verbindliche und mittelfristig nicht flexible Marktregulierung verringert werden kann. Eine mittelfristig und verbindlich festgelegte Marktregulierung schafft ein stabiles Marktumfeld und kann ebenfalls für Marktteilnehmer eine Verbesserung der Prognosemöglichkeit von Marktpreisen bedeuten.¹⁴ Bezogen auf den CO₂-Zertifikatemarkt kann die beschriebene Unsicherheit über die Marktregulierung durch den niedrigen Preis für CO₂-Zertifikate auftreten. Aus regulatorischer Sicht verfehlt ein niedriger Preis der Zertifikate die angestrebte Wirkung emissionstarke Technologien unattraktiv zu machen, so dass aus regulatorischer Sicht der Anreiz besteht, bei zukünftigen Auktionen nicht alle CO₂-Zertifikate an den Markt auszugeben und so einen Preisanstieg durch Verknappung zu erzeugen. Dies kann zu zukünftigen Preisanstiegen führen, die bei heutigen Entscheidungen, z. B. zur Nutzung von verschiedenen Technologien zur Stromerzeugung oder dem Bau von Kraftwerken, berücksichtigt werden müssen. Auch politische und regulatorische Unsicherheit beeinflusst den Grad der Transparenz eines Marktes.^{15 16}

¹⁴Vgl. Broll/Eckwert (2006a): S. 123, Broll/Eckwert (2006b): S. 571 oder Drees/Eckwert (2003): S. 453.

¹⁵Vgl. www.ec.europa.eu/clima/policies/ets/reform/index_en.htm (Stand: 18.01.2015), Emissionshändler (2014a): S. 1 ff., Emissionshändler (2014b): S. 2 ff. oder Europäische Kommission (2013): S. 5.

¹⁶Auch auf dem Zentralbankmarkt wird die Transparenz durch das Verhalten der Entscheider über die Geldpolitik beeinflusst. Ein hohes Maß an Transparenz bzgl. der geldpolitischen Ziele, der zur Erreichung der Ziele verwendeten Instrumente sowie des zukünftigen Verhaltens der Entscheider über

Die unterschiedlichen Transparenzgrade eines Marktes können mit Hilfe der in Kapitel 3 vorgestellten Ansätze untersucht werden. Der unterschiedliche Informationsgehalt von zwei Informationssystemen, welche die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen über einen unsicheren Preis enthalten, können als unterschiedliche Grade der Markttransparenz aufgefasst werden. Ein informativeres Informationssystem ist gleichbedeutend mit einem Markt, der einen höheren Grad der Transparenz impliziert. Für die weiteren Untersuchungen erfolgt der Vergleich von Informationssystemen bzgl. ihres Informationsgehalts auf Basis des Blackwell-Ansatzes aus Kapitel 3.2. Unter bestimmten Voraussetzungen kann aus einem höheren Informationsgehalt eines Systems im Vergleich zu einem zweiten Informationssystem gefolgert werden, dass das informativere Informationssystem zu einem höheren Erwartungsnutzen führt als das weniger informative System. Dieses Aussage kann dann auf unterschiedliche Transparenzgrade des Marktes übertragen werden.¹⁷ Der höhere Grad der Markttransparenz geht einher mit einer größeren Menge an Informationen über die zukünftige Preisentwicklung, die z. B. durch die Bereitstellung von Handels- oder Produktionsdaten sowie einer höheren Transparenz der politischen Ziele und der entsprechenden Instrumente zur Umsetzung erfolgt.¹⁸ Anhand des Vergleichs der optimalen Entscheidungen zur Verwendung der Stromerzeugungstechnologien für verschiedene Informationssysteme kann folglich eine Aussage über die Auswirkungen geänderter Markttransparenz abgeleitet werden. Für das in Kapitel 4.2.2.1 und 4.2.3 vorgestellte Stromerzeugungsunternehmen stellt der unsichere Preis der CO₂-Zertifikate einen unsicheren Kostenfaktor dar. In den Untersuchungen in den folgenden Abschnitten werden die Auswirkungen einer erhöhten Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate untersucht.¹⁹ Als Grundlage für die weiteren

die Geldpolitik helfen Informationsasymmetrien abzubauen. Der höhere Transparenzgrad ermöglicht es den Marktteilnehmern beispielsweise verlässlichere Prognosen über die Inflationsentwicklung zu tätigen und so die Qualität ihrer ökonomischen Entscheidungen zu erhöhen. (Vgl. Geraats (2005): S. 1 ff.) In einer Forschungsarbeit von Turnes und Ernst werden die Auswirkungen von politischen Vereinbarungen zwischen Ländern zur Verringerung von Handelshemmnissen und die daraus resultierende Erhöhung der Transparenz betrachtet. (Vgl. Turnes/Ernst (2015): S. 1-8.) Ahlers, Broll und Eckwert untersuchen in ihrer Forschungsarbeit die Relevanz von Transparenz auf Märkten für landwirtschaftliche Produkte, wie z. B. Getreide oder Gemüse. (Vgl. Ahlers et al. (2013): S. 1-10.)

¹⁷Die Definition für einen höheren Informationsgehalt eines Systems im Vergleich zu einem zweiten Informationssystem nach dem Blackwell-Ansatz ist durch Definition 3.2.1 und Satz 3.2.1 in Kapitel 3.2 gegeben.

¹⁸Ein Beispiel für die Erhöhung der Transparenz auf dem Interbankenmarkt ist beispielsweise die Einführung der einheitlichen Eigenkapitalvorschriften durch den Basel III. (Vgl. Broll/Eckwert (2006a): S. 123.)

¹⁹Die Analyse der Auswirkungen geänderter Markttransparenz wird auch im Rahmen anderer Forschungsarbeiten für den Devisenmarkt, den Interbankenmarkt und den Markt für Produktionsfaktoren vorgenommen. (Vgl. Broll/Eckwert (2006b): S. 571-581, Broll et al. (2012): S. 1618 f., Drees/Eckwert (2003): S. 453-463 oder Hermelingmeier (2010a): S. 80 ff.)

Analysen wird zunächst der Begriff der Transparenz auf dem CO₂-Zertifikatemarkt mit Hilfe von Informationssystemen definiert.

Die unterschiedlichen Transparenzgrade eines Marktes können mit Hilfe der in Kapitel 3 vorgestellten Ansätze untersucht werden. Der unterschiedliche Informationsgehalt von zwei Informationssystemen, welche die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen über einen unsicheren Preis enthalten, können als unterschiedliche Grade der Markttransparenz aufgefasst werden. Ein informativeres Informationssystem ist gleichbedeutend mit einem Markt, der einen höheren Grad der Transparenz impliziert. Für die weiteren Untersuchungen erfolgt der Vergleich von Informationssystemen bzgl. ihres Informationsgehalts auf Basis des Blackwell-Ansatzes aus Kapitel 3.2. Unter bestimmten Voraussetzungen kann aus einem höheren Informationsgehalt eines Systems im Vergleich zu einem zweiten Informationssystem gefolgert werden, dass das informativere Informationssystem zu einem höheren Erwartungsnutzen führt als das weniger informative System. Diese Aussage kann dann auf unterschiedliche Transparenzgrade des Marktes übertragen werden.²⁰ Der höhere Grad der Markttransparenz geht einher mit einer größeren Menge an Informationen über die zukünftige Preisentwicklung, die z. B. durch die Bereitstellung von Handels- oder Produktionsdaten sowie einer höheren Transparenz der politischen Ziele und der entsprechenden Instrumente zur Umsetzung erfolgt.²¹ Anhand des Vergleichs der optimalen Entscheidungen zur Verwendung der Stromerzeugungstechnologien für verschiedene Informationssysteme kann folglich eine Aussage über die Auswirkungen geänderter Markttransparenz abgeleitet werden. Für das in Kapitel 4.2.2.1 und 4.2.3 vorgestellte Stromerzeugungsunternehmen stellt der unsichere Preis der CO₂-Zertifikate einen unsicheren Kostenfaktor dar. In den Untersuchungen in den folgenden Abschnitten werden die Auswirkungen einer erhöhten Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate untersucht.²² Als Grundlage für die weiteren Analysen wird zunächst der Begriff der Transparenz auf dem CO₂-Zertifikatemarkt mit Hilfe von Informationssystemen definiert.

²⁰Die Definition für einen höheren Informationsgehalt eines Systems im Vergleich zu einem zweiten Informationssystem nach dem Blackwell-Ansatz ist durch Definition 3.2.1 und Satz 3.2.1 in Kapitel 3.2 gegeben.

²¹Ein Beispiel für die Erhöhung der Transparenz auf dem Interbankenmarkt ist beispielsweise die Einführung der einheitlichen Eigenkapitalvorschriften durch den Basel III. (Vgl. Broll/Eckwert (2006a): S. 123.)

²²Die Analyse der Auswirkungen geänderter Markttransparenz wird auch im Rahmen anderer Forschungsarbeiten für den Devisenmarkt, den Interbankenmarkt und den Markt für Produktionsfaktoren vorgenommen. (Vgl. Broll/Eckwert (2006b): S. 571-581, Broll et al. (2012): S. 1618 f., Drees/Eckwert (2003): S. 453-463 oder Hermelingmeier (2010a): S. 80 ff.)

Definition 5.1.1. Die Markttransparenz bzgl. des unsicheren Preises der CO₂-Emissionszertifikate ist für das gemäß des Blackwell-Ansatzes informativere Informationssystem I_1 höher als für das weniger informative Informationssystem I_2 .²³

Für die Untersuchung der Auswirkungen erhöhter Transparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate auf Basis des Vergleichs von Informationssystemen wird der Ablauf des Entscheidungsprozesses des Stromerzeugungsunternehmens modifiziert. Durch das regulatorische Umfeld sowie durch politische Entscheidungen in der Vergangenheit und der damit verbundenen Verfügbarkeit von Marktdaten wird für das Stromerzeugungsunternehmen das Informationssystem mit den entsprechenden Informationssignalen festgelegt. Das Stromerzeugungsunternehmen trifft die Entscheidungen auf Basis der auf die Informationssignale bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen und maximiert durch entsprechende Wahl der Verwendungsmengen von Gas und Kohle die bedingten Erwartungsnutzen. Die folgende Abbildung verdeutlicht den zeitlichen Ablauf des Entscheidungsprozesses.

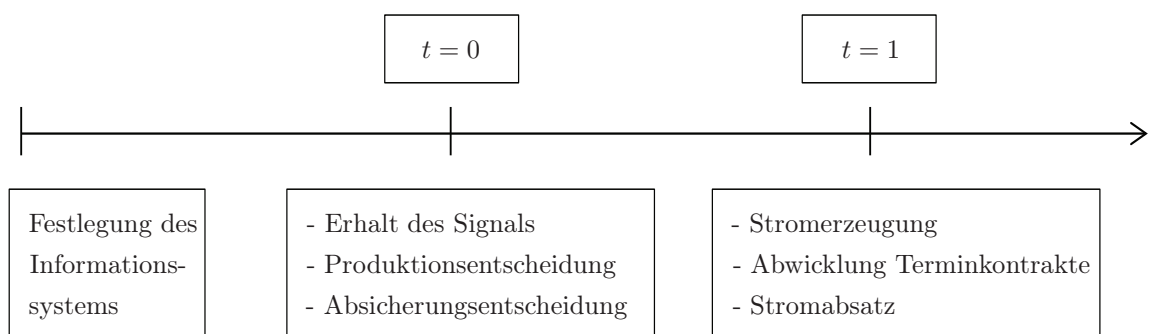


Abbildung 5.1: Zeitlicher Ablauf von Informationserhalt und Entscheidung über die Verwendung der Produktionsfaktoren.²⁵

Nachdem durch das regulatorische und politische Umfeld das zur Verfügung stehende Informationssystem festgelegt ist, kann eines der Signale des Informationssystems, I , erhalten werden. Bevor das Unternehmen die Verwendungsmengen von Gas und Kohle festlegen muss, wird ein Informationssignal, y_m , mit $y_m \in Y = [y_U, y_O]$, $0 <$

²³Vgl. Definition 3.2.1 und Satz 3.2.1 in Kapitel 3.2 sowie z. B. Broll/Eckwert (2006a): S. 128, Broll et al. (2012): S. 1620 oder Drees/Eckwert (2003): S. 458.

²⁵In Anlehnung an: Drees/Eckwert (2003): S. 456.

$y_U < y_m < y_O < \infty$ und $m = 1, \dots, M$, erhalten.²⁶ Nach dem Erhalt von einem der Signale erfolgt eine Anpassung der Wahrscheinlichkeitsverteilung gemäß des Bayes-Theorems.²⁷ Für jedes mögliche Signal des Informationssystems kann eine bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung über die möglichen Preise der CO₂-Zertifikate gebildet werden. Der Preis der CO₂-Zertifikate ist durch $P_{CO_2,i}$, mit $P_{CO_2,i} \in \Omega = [P_{CO_2}^U, P_{CO_2}^O]$, $0 < P_{CO_2}^U < P_{CO_2,i} < P_{CO_2}^O < \infty$ und $i = 1, \dots, N$ gegeben. Für ein gegebenes Signal, y_m , trifft das Management im Zeitpunkt $t = 0$ die Entscheidung über die Verwendung der Produktionsfaktoren sowie die Absicherungsentscheidung auf Basis der bedingten Wahrscheinlichkeiten, $p(P_{CO_2,i}|y_m)$, mit $m = 1, \dots, M$ sowie $i = 1, \dots, N$, und maximiert den bedingten Erwartungsnutzen für jedes der Signale, die von dem angenommenen Informationssystem erhalten werden können.²⁸ Nach Erhalt des Informationssystems wird zudem die optimale Absicherungsentscheidung getroffen. Auf Basis der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Informationssignale kann auf Basis der signalabhängigen optimalen Entscheidungen für die Verwendung von Gas und Kohle, $x_G^*(y_m)$, $x_K^*(y_m)$ und $h^*(y_m)$ ²⁹, der unbedingte Erwartungsnutzen bestimmt werden.³⁰ In Zeitpunkt $t = 1$ kann die Realisation des CO₂-Zertifikatepreises am Kassamarkt beobachtet werden. Das Unternehmen verkauft die produzierte Menge an Strom zum Preis P_S und wickelt die Zahlungen aus den gekauften bzw. verkauften Forwardkontrakten ab.

Aus der Definition 5.1.1 von Markttransparenz in Verbindung mit der Aussage 3.2.1, die aus der Definition eines höheren Informationsgehalts eines Informationssystems I_1 im Vergleich zu einem zweiten System I_2 gemäß des Blackwell-Ansatzes hergeleitet werden kann, ergibt sich unmittelbar der folgende Satz.³¹

²⁶Ein Informationssystem ist durch die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung von Umweltzuständen und Informationssignalen gegeben. Die Eigenschaften eines Informationssystems wurden in Definition 2.2.1 in Kapitel 2.2.1 bestimmt und erläutert.

²⁷Vgl. Gleichung (2.17) in Kapitel 2.2.1 sowie u. a. Hirshleifer (1989): S. 142 f. oder Sydsæter et al. (2005): S. 180.

²⁸Vgl. Gleichung (2.26) in Kapitel 2.2.2.1.

²⁹Die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle sowie das optimale Absicherungsvolumen variieren mit dem erhaltenen Signal des Informationssystems.

³⁰Vgl. Definition des unbedingten Erwartungsnutzens eines Informationssystems 2.2.3 in Kapitel 2.2.2.1.

³¹Vgl. Satz 3.2.1 und Definition 3.2.1 in Kapitel 3.2.

Satz 5.1.1. *Die Transparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate ist unter Informationssystem I₁ dann und nur dann größer als unter Informationssystem I₂ (I₁ \succeq_{Black} I₂), wenn für jede Funktion F: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, die konvex in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten der Informationssysteme ist, gilt:*^{32 33}

$$\sum_{m=1}^M p(y_m) F(p(P_{CO_2,i}|y_m)) \geq \sum_{m=1}^{M'} p(y'_{m'}) F(p(P_{CO_2,i}|y'_{m'})), \quad (5.1)$$

$$\text{bzw.} \quad E_y \left[F \left(p(\tilde{P}_{CO_2}|\tilde{y}) \right) \right] \geq E_{y'} \left[F \left(p(\tilde{P}_{CO_2}|\tilde{y}') \right) \right]. \quad (5.2)$$

Die Aussage von Satz 5.1.1 lässt es sich erweitern auf Funktionen, die konkav bzw. linear in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten sind. Das Ungleichzeichen in den Gleichungen (3.13) und (3.13) ist dann umgedreht.³⁴ Aus der Aussage von Gleichung (5.2) von Satz 5.1.1 kann zudem gefolgert werden, dass der bedingte Erwartungsnutzen des Stromerzeugungsunternehmens, der konvex in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten ist, durch eine Erhöhung des Grades der Transparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate nicht sinken kann.^{35 36} Die weiteren Analysen bzgl. des Effektes einer erhöhten Markttransparenz basieren daher auf der Untersuchung der Größe, über die eine Aussage gemacht werden soll, hinsichtlich ihrer Konvexität in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten. Ist die Funktion konvex (konkav) folgt gemäß Satz 5.1.1, dass der Wert der Größe durch eine Erhöhung der Markttransparenz zunimmt (abnimmt). Ist die Funktion linear in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten wird die betrachtete Größe nicht durch Markttransparenzänderungen beeinflusst.

³²Vgl. z. B. Blackwell/Girshik (1954): S. 328, McGuire (1972): S. 104 ff., Kemperman (1975): S. 113 ff., Marschak/Miyasawa (1968): S. 164 ff. und Savage (1972): S. 148 ff.

³³Durch y_m und $y'_{m'}$, mit $m = 1, \dots, M$ bzw. $m' = 1, \dots, M'$, sind die Informationssignale der beiden Informationssysteme I₁ und I₂ gegeben. Beide Systeme sind jeweils durch ihre Posteriori-Wahrscheinlichkeiten gegeben.

³⁴Vgl. Kihlstrom (1984): S. 22.

³⁵Vgl. Beweis zu Satz 2.2.1 zur Konvexität des Erwartungsnutzen in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten in Kapitel 2.2.2.1.

³⁶Vgl. Bohnenblust et al. (1949): S. 6 ff., Crémer (1982): S. 440 ff., Kihlstrom (1984): S. 18 ff.

5.2 Die Rolle von Markttransparenz für die optimalen Entscheidungen eines stromerzeugenden Unternehmens

5.2.1 Die optimale Verwendung von Produktionsfaktoren und geänderte Markttransparenz

Für die Analyse der Rolle von Transparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate wird das Stromerzeugungsmodell aus den Kapiteln 4.2.2 und 4.2.3 verwendet. Weiterhin wird die in Gleichung (4.2) in Kapitel 4.2.1 unterstellte additive und separable Produktionsfunktion unterstellt. Annahme 9) aus Kapitel 4.2.2.1, die sich auf die Parameter α und β der Produktionsfunktion bezieht, wird dahingehend angepasst, dass $0 < \alpha \leq 1$ und $\beta = 1$ gilt. Für die Kostenfunktion wird angenommen, dass auch die Grenzkostenfunktion konvex ist und folglich $C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)) > 0$ gilt. Diese Annahme ist notwendig, da sonst keine eindeutigen Aussagen über die Auswirkung einer Erhöhung der Markttransparenz auf die Verwendung der Produktionsfaktoren, die Stromproduktion oder die Gesamtkosten der Stromerzeugung möglich ist. Die Höhe der Betriebskosten, die durch $C(x_G, x_K)$ gegeben sind, ist abhängig von der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren Gas und Kohle.^{37 38}

Das stromerzeugende Unternehmen hat Zugang zu einem unverzerrten und kompetitiven Terminmarkt. Der Terminkurs wird in Abhängigkeit der Markttransparenz auf Basis der entsprechenden bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen des unterstellten Informationssystems bestimmt. Der signalabhängige Terminkurs, $P_{CO_2}^F(y_m)$, ist gegeben durch:³⁹

$$P_{CO_2}^F(y_m) = E_{P_{CO_2}|y=y_m}[\tilde{P}_{CO_2}|y = y_m] \quad (5.3)$$

Das Management des Stromerzeugungsunternehmens maximiert den bedingten Erwar-

³⁷Eine Funktion, die die Annahmen über die Kostenfunktion erfüllt, ist z.B. die Funktion $C(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)) = 1/4(x_G^*(y_m) + x_K^*(y_m))^4$.

³⁸Die Ableitung der Kostenfunktion führt nach Bildung der Ableitungen nach beiden Faktormengen jeweils zum gleichen Ergebnis, so dass die ersten und zweiten Ableitungen jeweils identisch sind. Es wird daher auf eine Kennzeichnung des Arguments, nach dem abgeleitet wurde, im Index der Ableitung verzichtet.

³⁹Vgl. z. B. Broll et al. (2010): S. 5, Drees/Eckwert (2003): S. 455 oder Eckwert/Zilcha (2001): S. 180.

tungsnutzen auf Basis der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen des Informationssystems, welches dem durch das politische und regulatorische Umfeld gegebenen Transparenzgrad auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate entspricht.⁴⁰ Das Entscheidungsproblem ist gegeben durch:⁴¹

$$\max_{x_G(y_m) \geq 0, x_K(y_m) \geq 0, h(y_m)} E_{x|y=y_m} \left[U \left(\tilde{\Pi}(x_G(y_m), x_K(y_m), h(y_m)) \right) | y = y_m \right], \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \tilde{\Pi}(x_G(y_m), x_K(y_m), h(y_m)) &= f(x_G(y_m), x_K(y_m)) P_S - x_G(y_m) P_G - x_K(y_m) P_K \\ &\quad - x_G(y_m) P_G - x_K(y_m) P_K - (e_G x_G(y_m) + e_K x_K(y_m)) \tilde{P}_{CO_2} \\ &\quad - C(x_G(y_m), x_K(y_m)) - C_F + h(y_m) (\tilde{P}_{CO_2} - P_{CO_2}^F(y_m)). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Durch die Gleichungen (4.26), (4.27) und (4.28) in Kapitel 4.2.3 werden die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle sowie das optimale Absicherungsvolumen bestimmt. Gemäß Annahme 6) und 8) sind die Mengen x_G^* und x_K^* positiv und die Werte $x_G^*(y_m)$, $x_K^*(y_m)$ und $h^*(y_m)$ stellen annahmegemäß Optimalwerte dar. Folglich maximieren die Faktormengen x_G^* und x_K^* und das Absicherungsvolumen h^* den Erwartungsnutzen aus Kapitel 5.4.⁴² Da der Terminmarkt als unverzerrt und kompetitiv angenommen wird, ist gemäß Satz 4.2.10 eine Vollabsicherung optimal. Durch den Zugang zum Terminmarkt und die Vollabsicherung, ist der Gewinn des Unternehmens deterministisch und die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle sind u. a. unabhängig von der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Preise der CO₂-Emissionszertifikate. Die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle sind implizit durch die Bedingungen erster Ordnung unter Berücksichtigung des Terminkurses der CO₂-Zertifikate gegeben durch:^{43 44}

⁴⁰ Annahmen 1) bis 10) in Kapitel 4.2.2 und 4.2.3.

⁴¹ Vgl. Gleichung (4.22) in Kapitel 4.2.3.

⁴² Die zweiten partiellen Ableitungen des Erwartungsnutzens haben jeweils einen negativen Wert, da jeweils der erste Erwartungswert in den Gleichungen (4.29), (4.30) und (4.31) in Kapitel 4.2.3 aufgrund der Konkavität der Nutzenfunktion einen negativen Wert aufweist und der zweite Summand in den Gleichungen (4.29) und (4.30) jeweils einen negativen Wert haben muss, da der erwartete Grenznutzen sowie die zweite Ableitung der Kostenfunktion positiv sind und die zweite Ableitung der Produktionsfunktion wegen ihrer Konkavität einen negativen Wert haben muss.

⁴³ Vgl. Gleichung (4.26) und (4.27) in Kapitel 4.2.3.

⁴⁴ Durch das Sternchen an den Verwendungsmengen wird die Optimalität der Werte für das durch (5.4) gegebene Entscheidungsproblem gekennzeichnet.

$$f'(x_G^*(y_m))P_S - P_G - e_G P_{CO_2}^F(y_m) - C'(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)) \stackrel{!}{=} 0, \quad (5.6)$$

$$f'(x_K^*(y_m))P_S - P_K - e_K P_{CO_2}^F(y_m) - C'(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)) \stackrel{!}{=} 0. \quad (5.7)$$

Um eine Aussage über die Veränderung der Nutzung der Technologie bei einer Erhöhung der Markttransparenz zu untersuchen muss das Krümmungsverhalten der Funktion der optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle bzgl. der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten untersucht werden. Durch die Feststellung der Krümmung der Funktionen der optimalen Verwendungsmengen in Abhängigkeit der bedingten Wahrscheinlichkeiten, kann dann mit Hilfe von Satz 5.1.1 aus Kapitel 5.1 eine Aussage getätigt werden. Die Erwartungswerte der optimal zu verwendenden Produktionsfaktoren, X_G und X_K , sowie der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren, X_{G+K} , vor Erhalt eines Signals des Informationssystems sind gegeben durch:

$$X_G = \sum_{m=1}^M p(y_m) x_G^*(y_m), \quad (5.8)$$

$$X_K = \sum_{m=1}^M p(y_m) x_K^*(y_m), \quad (5.9)$$

$$X_{G+K} = \sum_{m=1}^M p(y_m) (x_G^*(y_m) + x_K^*(y_m)). \quad (5.10)$$

Über die Auswirkung einer Erhöhung der Verwendung der Produktionsfaktoren Gas und Kohle zur Stromerzeugung sowie über die Summe der verwendeten Produktionsfaktoren kann der folgenden Satz abgeleitet werden.

Satz 5.2.1.

a) Die Erhöhung der Markttransparenz auf dem Markt für CO_2 -Emissionszertifikate führt für $0 < \alpha < 1$ sowie $\beta = 1$ zu einer Verringerung der erwarteten Verwendung von Kohle, X_K , zur Stromerzeugung und zu einer Erhöhung der erwarteten Verwendung von Gas, X_G .^{45 46}

⁴⁵Vgl. Broll et al. (2010): S. 10 f. und Hermelingmeier (2010a): S. 85 f.

⁴⁶Im Rahmen von ähnlichen Untersuchungen zur Auswirkung einer erhöhten Transparenz auf den Markt für menschliche Arbeitskräfte, auf den Markt für Kredite oder auf den Devisenmarkt werden analoge Ergebnisse in Abhängigkeit der Krümmung der zu untersuchenden Größe bzgl. der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten erhalten. (Vgl. z. B. Broll/Eckwert (2006a): S. 129, Broll/Eckwert (2007): S. 9, Broll/Eckwert (2009a): S. 976 oder Broll/Eckwert (2011): S. 8.)

b) Weisen beide Stromerzeugungstechnologien gleich hohe Emissionsraten auf, so dass $e_G = e_K$ gilt, wird durch eine Erhöhung der Markttransparenz für $0 < \alpha < 1$ sowie $\beta = 1$ die erwartete Verwendung von Gas, X_G , zur Stromerzeugung nicht verändert. Die erwartete Verwendung des Faktors Kohle, X_K , wird infolge der Transparenzerhöhung reduziert. Somit führt die Erhöhung der Transparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate zu einem Rückgang der Stromproduktion.

c) Die erwartete Verwendung der Summe der beiden Produktionsfaktoren, X_{G+K} , wird bei einer Erhöhung der Transparenz auf dem Markt CO₂-Emissionszertifikate verringert.

d) Die erwartete Verwendung der Produktionsfaktoren Gas und Kohle, X_G und X_K , wird jeweils erhöht, wenn die Produktionsfunktion $f(x_G, x_K)$ durch $t_G x_G^\alpha + t_K x_K^\beta$, mit $\alpha = \beta$ und $0 < \alpha, \beta < 1$, gegeben ist und die Grenzbetriebskostenfunktion konstant ist. Es folgt, dass höhere Markttransparenz in diesem Fall auch zu einer Erhöhung der Stromproduktion führt.

Beweis Um die Aussage von Satz 5.2.1 nachzuweisen, ist zu zeigen, dass die optimale Verwendungsmenge von Kohle $x_K^*(y_m)$ konkav und die optimale Verwendungsmenge von Gas $x_G^*(y_m)$ konvex in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten sind. Mit Hilfe von Satz 5.1.1 aus Kapitel 5.1 kann dann eine Aussage über die Veränderung des unbedingten Erwartungswertes der verwendeten Produktionsfaktoren Gas und Kohle gemacht werden. Da der Terminmarkt unverzerrt ist, entspricht der Terminkurs aus den Gleichungen (5.6) und (5.7) dem Erwartungswert der Preise der CO₂-Emissionszertifikate auf Basis der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten, so dass der Terminkurs selbst eine lineare Funktion dieser Wahrscheinlichkeiten ist.⁴⁷ Dementsprechend kann eine Aussage über die Krümmung der betrachteten Funktion in Abhängigkeit der bedingten Wahrscheinlichkeiten auf eine Untersuchung des Krümmungsverhaltens der Funktionen bzgl. des Terminkurses zurückgeführt werden.⁴⁸ In einem ersten Schritt werden deshalb die Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach dem Terminkurs der CO₂-Zertifikate ermittelt. Ableiten der Gleichungen (5.6) und (5.7) liefert:⁴⁹

⁴⁷Vgl. z. B. Eckwert/Zilcha (2001): S. 182 oder Gollier (2001): S. 359.

⁴⁸Dieses Vorgehen stellt das übliche Verfahren dar, um die Auswirkungen einer Änderung der Markttransparenz zu ermitteln und wird für die Herleitung aller Aussagen über die Auswirkungen einer erhöhten Transparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate angewendet. (Vgl. z. B. Broll/Eckwert (2006b): S. 576 f., Broll et al. (2010): S. 8 f., Drees/Eckwert (2003): S. 459 ff., Eckwert/Zilcha (2001): S. 181 ff. oder Eckwert/Zilcha (2003): S. 57.)

⁴⁹Die Ableitungen der optimalen Verwendungsmengen nach dem Terminkurs der CO₂-Zertifikate werden aus Gründen der Übersichtlichkeit verkürzt durch $x_G^{f*}(y_m)$ und $x_K^{f*}(y_m)$ dargestellt.

$$f''(x_G^*(y_m)) x_G^*(y_m) P_S - P_G - e_G - x_G^*(y_m) C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)) = 0, \quad (5.11)$$

$$f''(x_K^*(y_m)) x_K^*(y_m) P_S - P_K - e_K - x_K^*(y_m) C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)) = 0. \quad (5.12)$$

Aus den Gleichungen (5.11) und (5.12) kann durch Einsetzen und Umformen die jeweils erste Ableitung der optimalen Verwendungsmengen nach dem Terminkurs der CO₂-Zertifikate, $P_{CO_2}^F(y_m)$ erhalten werden.

$$x_G^*(y_m) = \frac{-e_G f''(x_K^*(y_m)) P_S + C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))(e_G - e_K)}{N(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}, \quad (5.13)$$

$$x_K^*(y_m) = \frac{-e_K f''(x_G^*(y_m)) P_S + C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))(e_K - e_G)}{N(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}, \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} \text{mit } N(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)) &= -P_S f''(x_G^*(y_m)) f''(x_K^*(y_m)) \\ &\quad + C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))(f''(x_G^*(y_m)) + f''(x_K^*(y_m))). \end{aligned}$$

Der Faktor $N(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))$ weist aufgrund der negativen Werte der zweiten Ableitungen der Produktionsfunktion stets einen negativen Wert auf. Für die Ermittlung der Krümmung der zu untersuchenden Funktionen der Faktorverwendungen von Gas und Kohle ist die zweite Ableitung nach dem Terminkurs zu bilden. Da zu Beginn dieses Abschnittes für den Faktor β der Produktionsfunktion ein Wert von eins unterstellt wurde, hat die zweite Ableitung der Produktionsfunktion von Strom mit Hilfe von Kohle sowie deren höhere Ableitungen den Wert null, so dass $f''(x_K^*(y_m)) = 0$ gilt. Die ersten Ableitungen der Verwendungsmengen von Gas und Kohle vereinfachen sich daraufhin zu:

$$x_G^*(y_m) = \frac{(e_G - e_K)}{f''(x_G^*(y_m)) P_S}, \quad (5.15)$$

$$x_K^*(y_m) = \frac{-(e_G - e_K)}{f''(x_G^*(y_m)) P_S} - \frac{e_K}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}. \quad (5.16)$$

Für die zweiten Ableitungen der Verwendungsmengen von Gas und Kohle nach dem Terminkurs $P_{CO_2}^F(y_m)$ folgt:

$$x_G''^*(y_m) = \frac{(e_G - e_K) f'''(x_G^*(y_m)) P_S x_G'^*(y_m)}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^2}, \quad (5.17)$$

$$x_K''^*(y_m) = \frac{-(e_G - e_K) f'''(x_G^*(y_m)) P_S x_G'^*(y_m)}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^2} + \frac{e_K C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))(x_G'^*(y_m) + x_K'^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2}. \quad (5.18)$$

Durch Einsetzen der ersten Ableitungen, $x_G'^*(y_m)$ und $x_K'^*(y_m)$, vereinfachen sich die Ableitungen der Gleichungen (5.17) und (5.18) zu:

$$x_G''^*(y_m) = -\frac{(e_G - e_K)^2 f'''(x_G^*(y_m)) P_S}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^3}, \quad (5.19)$$

$$x_K''^*(y_m) = \frac{(e_G - e_K)^2 f'''(x_G^*(y_m)) P_S}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^3} - \frac{e_K C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2}. \quad (5.20)$$

Aus den zweiten Ableitungen der Funktionen $x_G^*(y_m)$ und $x_K^*(y_m)$ kann die Krümmung eindeutig bestimmt werden. Die Funktion der Verwendungsmenge von Gas ist konvex im Terminkurs der CO₂-Zertifikate. Da der Terminkurs bei unverzerrtem Terminmarkt linear in den bedingten Wahrscheinlichkeiten ist, muss die Funktion $x_G^*(y_m)$ auch konvex bzgl. der Wahrscheinlichkeiten sein. Der Wert der zweiten Ableitung von $x_G^*(y_m)$ aus Gleichung (5.19) ist eindeutig positiv, da die dritte Ableitung der Produktionsfunktion für $0 < \alpha < 1$ einen positiven und die entsprechende zweite Ableitung einen negativen Wert hat. Folglich muss der erste Summand in Gleichung (5.20) ein negatives Vorzeichen haben. Der zweite Summand weist aufgrund der konvexen Grenzkostenfunktion ein positives Vorzeichen auf und wird in der zweiten Ableitung subtrahiert. Dementsprechend ist der Wert von $x_K''^*(y_m)$ kleiner null und die Funktion der Verwendungsmenge von Kohle konkav im Terminkurs der CO₂-Zertifikate bzw. konkav in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten. In Verbindung mit Satz 5.1.1 aus Kapitel 5.1 kann gefolgert werden, dass die erwartete Verwendung von Gas zur Stromerhöhung bei einer Erhöhung der Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate erhöht wird und die erwartete Verwendung von Kohle verringert wird. Weisen beide Technologien gleich hohe Emissionsraten auf, ist der Wert der zweiten Ableitung von $x_G^*(y_m)$

null und der Wert von $x_K''^*(y_m)$ weiterhin negativ. In diesem Fall wird die erwartete Verwendung von Gas zur Stromerzeugung durch eine Erhöhung der Markttransparenz für CO₂-Emissionszertifikate nicht verändert und die erwartete Verwendung von Kohle verringert. Aufgrund der Eigenschaften der Produktionsfunktion wird folglich die erwartete Stromproduktion durch eine Erhöhung der Markttransparenz reduziert.

Der Nachweis von Aussage b) von Satz 5.2.1 folgt unmittelbar aus den Gleichungen (5.19) und (5.20). Einsetzen von $e_G = e_K$ liefert:

$$x_G''^*(y_m) = -\frac{0}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^3}, \quad (5.21)$$

$$x_K''^*(y_m) = -\frac{e_K C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2}. \quad (5.22)$$

Gemäß Gleichung (5.21) hat eine Änderung der Markttransparenz keine Auswirkung auf die Verwendung des Faktors Gas. Aus Gleichung (5.21) folgt aufgrund der konvexen Betriebskostenfunktion sowie der Konvexität ihrer Ableitung, dass die erwartete Verwendung von Kohle zur Stromerzeugung durch die höhere Markttransparenz zurückgeht. Da sich die Verwendung von Gas nicht ändert und die Nutzung von Kohle zurückgeht muss die erwartete Summe der verwendeten Produktionsfaktoren und auch die Stromproduktion infolge der Erhöhung der Markttransparenz zurückgehen.

Für die in den Kapiteln 4.2.2 und 4.2.3 unterstellte Produktionsfunktion $f(x_G, x_K) := t_G x_G^\alpha + t_K x_K^\beta$, mit $\alpha = \beta$ und $0 < \alpha, \beta < 1$, können die Ergebnisse von Teil a), b) und c) von Satz 5.2.1 nicht ohne weitere Annahmen nachgewiesen werden. Da $0 < \beta < 1$ gilt, sind die zweite und höhere Ableitungen von null verschieden. Daraus resultieren bei der Ermittlung des Krümmungsverhaltens der Funktion der Verwendungsmengen von Gas und Kohle zweite Ableitungen, $x_G''^*(y_m)$ und $x_K''^*(y_m)$, deren Vorzeichen nicht bestimmbar ist. Dies ist auch dann nicht möglich, wenn z. B. gleich hohe Emissionsraten oder andere Relationen bzgl. der Kosten der Stromerzeugung, P_G und P_K oder der technologischen Umwandlungsfaktoren, t_G und t_K , unterstellt werden. Aussagen über die Vorzeichen der zweiten Ableitungen sind für den Fall $\alpha = \beta$ sowie $0 < \alpha, \beta < 1$ nur möglich, wenn konstante Grenzkosten unterstellt werden. Ist beispielsweise die Kostenfunktion $C(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))$ durch $x_G^*(y_m) + x_K^*(y_m)$ gegeben, ist der Wert aller zweiten partiellen Ableitungen der Kostenfunktion sowie deren höhere Ableitungen

null. Für diesen Spezialfall sind die zweiten Ableitungen der Funktionen $x_G^*(y_m)$ und $x_K^*(y_m)$ gegeben durch:

$$x_G^{''*}(y_m) = -\frac{e_G^2 f'''(x_G^*(y_m))}{P_S^2 f''(x_G^*(y_m))^3}, \quad (5.23)$$

$$x_K^{''*}(y_m) = -\frac{e_K^2 f'''(x_K^*(y_m))}{P_S^2 f''(x_K^*(y_m))^3}. \quad (5.24)$$

Aufgrund der Konkavität der Produktionsfunktionen von Strom für Gas und Kohle, haben die beiden zweiten Ableitungen einen positiven Wert, so dass beide Verwendungsmengen konvex in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten sind. Gemäß Satz 5.1.1 aus Kapitel 5.1 führt die Erhöhung der Markttransparenz zu einer erhöhten erwarteten Verwendung von jeweils beiden Produktionsfaktoren. Daraus folgt unmittelbar, dass gemäß Teilaussage d) auch die erwartete Stromproduktion des Unternehmens durch die höhere Markttransparenz zunimmt.

Teilaussage c) kann unter Verwendung der Eigenschaften der Produktionsfunktion, für die für den Faktor β der Wert eins angenommen wurde, nachgewiesen werden. Für die Ermittlung des optimalen Einsatzes der Stromerzeugungstechnologien wählt das Unternehmen Mengen von Gas und Kohle, so dass die Bedingungen erster Ordnung aus den Gleichungen (5.6) und (5.7) erfüllt sind. Die optimale Faktorverwendung wird erzielt, wenn die Grenzkosten, die durch die Grenzkosten der Betriebskosten, durch die Rohstoffpreise des jeweiligen Faktors und durch die Grenzkosten der CO₂-Emission gegeben sind, dem Wert der Grenzerlöse entsprechen. Die Bedingung erster Ordnung für den Faktor Kohle kann unter Verwendung von $\beta = 1$ vereinfacht werden. Die Grenzkostenfunktion der Betriebskosten stellt dann in der Bedingung erster Ordnung den einzigen von den Verwendungsmengen abhängigen Term dar. Die Betriebskosten sind abhängig von der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren, so dass durch Gleichung (5.6) die Summe der optimal zu verwendenden Produktionsfaktoren, $x_G^*(y_m) + x_K^*(y_m)$, festgelegt wird.

$$t_K P_S - P_K - e_K P_{CO_2}^F(y_m) - C'(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)) \stackrel{!}{=} 0. \quad (5.25)$$

Die Höhe der Summe der optimal zu verwendenden Produktionsfaktoren wird durch den Grenzerlös von Kohle sowie durch den Brennstoffpreis und die Kosten der CO₂-

Emission bestimmt. Eine Aussage über die Änderung der Summe der Produktionsfaktoren durch eine Transparenzerhöhung wird durch Ermittlung des Krümmungsverhaltens bzgl. des Terminkurses bzw. der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten bestimmt. Ableiten von Gleichung (5.25) nach dem Terminkurs und entsprechendes Umformen liefert:⁵⁰

$$x'_{G+K}(y_m) = -\frac{e_K}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}. \quad (5.26)$$

Die zweite Ableitung der Summe der im Optimum zu verwendenden Produktionsfaktoren nach dem Terminkurs ist gegeben durch:

$$x''_{G+K}(y_m) = -\frac{e_K^2 C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2}. \quad (5.27)$$

Aufgrund der Konvexität der Betriebskostenfunktion sowie der Konvexität ihrer ersten Ableitung ist der Wert der zweiten Ableitung negativ und die Funktion der Summe der zu verwendenden Produktionsfaktoren konkav. Folglich wird die erwartete Summe X_{G+K} bei einer Erhöhung der Transparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionsrechte verringert. \square

Aus den beiden zweiten Ableitungen in den Gleichungen (5.19) und (5.20) folgt die Konvexität von $x_G^*(y_m)$ bzw. die Konkavität von $x_K^*(y_m)$ unabhängig von weiteren Annahmen über die Emissionsraten, über die Preise der Rohstoffe Kohle und Gas oder über die technologischen Umwandlungsfaktoren. Da die Produktionsfunktion konkav ist und damit $f''(x_G^*(y_m)) < 0$ gilt, wird das Vorzeichen von $x''_G(y_m)$ durch die dritte Ableitung der Produktionsfunktion nach dem Faktor Gas bestimmt, so dass gilt:

$$\text{sign}(x''_G(y_m)) = \text{sign}(f'''(x_G^*(y_m))). \quad (5.28)$$

Das Vorzeichen der dritten Ableitung der Produktionsfunktion wird durch die Krümmung der Grenzproduktivitätsfunktion bestimmt. Ist $f'(x_G^*(y_m))$ konvex (konkav) [li-

⁵⁰Mit $x'_{G+K}(y_m)$ und $x''_{G+K}(y_m)$ wird die erste bzw. zweite Ableitung der Summe der im Optimum zu verwendenden Produktionsfaktoren nach dem Terminkurs bezeichnet.

near] führt die Erhöhung der Transparenz zu einer Zunahme (zu einer Abnahme) [zu keiner Veränderung] der Verwendung von Gas zur Stromerzeugung.⁵¹

Für die Ermittlung des optimalen Einsatzes der Stromerzeugungstechnologien wählt das Unternehmen Mengen von Gas und Kohle, so dass die Bedingungen erster Ordnung aus den Gleichungen (5.6) und (5.7) erfüllt sind. Die optimale Faktorverwendung wird erzielt, wenn die Grenzkosten den Grenzerlöse entsprechen. Durch die Bedingung erster Ordnung gemäß Gleichung (5.25) wird die Summe der im Optimum zu verwendenden Produktionsfaktoren, $x_G^*(y_m) + x_K^*(y_m)$, festgelegt. Die optimale Menge an Gas, die zur Stromproduktion verwendet wird, kann durch Gleichung (5.6) ermittelt werden. Die Umformung dieser Bedingungen erster Ordnung nach den Grenzerlösen bzw. den gesamten Grenzkosten liefert:

$$f'(x_G^*(y_m))P_S = P_G + e_G P_{CO_2}^F(y_m) + C'(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)). \quad (5.29)$$

Einsetzen von Gleichung (5.25) in Gleichung (5.29) und anschließende Umformung, so dass die Grenzkosten auf der rechten Seite stehen, liefert:

$$f'(x_G^*(y_m))P_S = P_G - P_K - (e_K - e_G)P_{CO_2}^F(y_m) + t_K P_S. \quad (5.30)$$

Durch Gleichung (5.25) ist eindeutig die Summe der Produktionsfaktoren bestimmt. In einem zweiten Schritt wird dann durch Gleichung (5.30) die optimale Gasmenge ermittelt und damit auch implizit die optimale Kohlemenge bestimmt, da bereits durch (5.25) die Summe der Produktionsfaktoren festgelegt ist. Damit ergibt sich aus Sicht des Managements des Stromerzeugungsunternehmens ein zweistufiger Entscheidungsprozess für die Ermittlung der optimalen Faktorverwendungen, $x_G^*(y_m)$ und $x_K^*(y_m)$. Nachdem auf Basis von durch den Markt gegebenen Preisen sowie technologischen Faktoren die Summe der Produktionsfaktoren bestimmt wird, erfolgt die Aufteilung der Mengen auf die beiden Technologien. Die Auswirkungen von Änderungen der Elemente der Grenzkosten bzw. die Beeinflussung durch die konstante Grenzproduktivität von

⁵¹Im Rahmen eines Modells eines exportierenden Unternehmens, das die Entscheidung über die am Auslands- und Inlandsmarkt abzusetzende Menge trifft, wird ein ähnliches Ergebnis erhalten. Die Menge der auf dem heimischen Markt abzusetzenden Produkte ist abhängig von der Krümmung der Grenzerlösfunktion. (Vgl. Broll et al. (2010): S. 10.)

Kohle hängt vom Grenzerlös und damit von der Krümmung der Grenzproduktivitätsfunktion von Gas ab.

Gemäß Satz 3.4.1 aus Kapitel 3.4 folgt aus einem höheren Informationsgehalt eines Informationssystems nach Blackwell, dass die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen des informativeren Systems einer Erwartungswert-neutralen Spreizung der bedingten Verteilungen des weniger informativen Systems entsprechen. Der Erwartungswert über die bedingten Verteilungen entspricht für beide Systeme dem unbedingten Erwartungswert der unsicheren Größe und ist daher für beide Systeme gleich, da gemäß des Blackwell-Ansatzes nur Informationssysteme miteinander vergleichbar sind, die die gleiche Priori-Wahrscheinlichkeitsverteilung der unsicheren Größe implizieren. Wird beispielsweise eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Preis der CO₂-Zertifikate unterstellt, bei der zwei mögliche Realisationen, $P_{CO_2,1}^F = 1 \text{ €}$ und $P_{CO_2,2}^F = 3 \text{ €}$, jeweils mit einer Eintrittswahrscheinlichkeit von 0,5 auftreten können, beträgt der Erwartungswert des Zertifikatepreises 2 €. Für gegebene Kosten der Rohstoffe von Gas und Kohle sowie gegebene Werte für den Strompreis und die technologischen Umwandlungsfaktoren der Gas- und Kohlekraftwerke erfolgt die Festlegung von $x_G^*(y_m)$ gemäß Gleichung (5.27). Wird ein negativer Wert für die Differenz ($e_K - e_G$) unterstellt, führt ein Anstieg des Terminpreises der CO₂-Zertifikate zu einem höheren Wert für die gesamten Grenzkosten. Folglich wird $x_G^*(y_m)$ so gewählt, dass auch der Wert der Grenzproduktivitätsfunktion ansteigt. Aufgrund der annahmegemäßen abnehmenden Grenzproduktivität führt die Erhöhung des Terminpreises der Zertifikate zu einem Rückgang der Verwendung von Gas. Analog kann gefolgert werden, dass die Verwendung von Gas zunimmt, wenn der Terminpreis sinkt. Für die beispielhaft unterstellten möglichen Realisationen des Terminpreises sind die Beträge der Änderungen der Verwendungsmengen von Gas bei einer Erhöhung bzw. Verringerung des Preises um eine Geldeinheit betragsmäßig unterschiedlich, wenn die Grenzproduktivitätsfunktion nicht linear ist. Eine Erhöhung des Terminpreises pro Zertifikat von zwei auf drei Euro führt zu einem betragsmäßig geringeren Rückgang der Nutzung von Gas als die Erhöhung der Nutzung von Gas durch eine Verringerung des Zertifikatepreises von zwei auf einen Euro, wenn die unterstellte Grenzproduktivitätsfunktion konvex ist. Bei der Ermittlung der erwarteten Verwendung von Gas werden die jeweils optimalen Verwendungsmengen für beide möglichen Zertifikatepreise, $P_{CO_2,1}^F$ und $P_{CO_2,2}^F$, mit ihren Eintrittswahrscheinlichkeiten gewichtet. Für eine konvexe Grenzproduktivitätsfunktion des Faktors Gas muss aufgrund der betragsmäßig größeren Wirkung des Rückgangs des CO₂-Preises auf die

Nutzung von Gas auch der Erwartungswert der Verwendung von Gas zunehmen, im Vergleich zum deterministischem Zertifikatepreis in Höhe des Erwartungswertes des unsicheren Preises der Zertifikate, der durch $0,5P_{CO_2,1}^F + 0,5P_{CO_2,2}^F = 2\text{€}$ gegeben ist. Auf Basis analoger Überlegungen muss bei der angenommenen Wahrscheinlichkeitsverteilung mit den gleich wahrscheinlichen Preisen der Zertifikate, $P_{CO_2,1}^F$ und $P_{CO_2,2}^F$, der Erwartungswert der Verwendung von Gas geringer sein als die Verwendung von Gas bei deterministischem Zertifikatepreis in Höhe des Erwartungswertes des Zertifikatepreises, wenn die Grenzproduktivitätsfunktion konkav ist. Durch die Krümmung der Grenzproduktivitätsfunktion bzw. der Grenzerlöse wird die Richtung der Auswirkung einer Erhöhung der Markttransparenz auf die Verwendung von Gas bestimmt. Durch den Grad der Konvexität bzw. den Grad der Konkavität der Grenzproduktivitätsfunktion wird die Stärke des Effektes der Transparenzerhöhung auf die Verwendung von Gas bestimmt. Maßgeblich für die Auswirkungen einer höheren Transparenz auf die Nutzung von Gas zur Stromerzeugung ist damit die Form der abnehmenden Grenzerlöse aus der Stromproduktion. Für die unterstellte Produktionsfunktion mit $0 < \alpha < 1$ ist die Grenzproduktivitätsfunktion und damit auch die Grenzerlösfunktion konvex, so dass höhere Markttransparenz zu einer Erhöhung der erwarteten Verwendung von Gas führt.⁵²

Die Änderung der Verwendung von Kohle zur Stromerzeugung infolge einer Erhöhung der Transparenz ist gemäß Gleichung (5.20) von zwei Faktoren abhängig. Der erste Faktor entspricht der Auswirkung einer erhöhten Markttransparenz auf die Verwendung von Gas mit dem Faktor -1 multipliziert. Folglich ist auch für die Auswirkung einer erhöhten Markttransparenz auf die Verwendung von Kohle die Krümmung der Funktion der Grenzerlöse bzgl. des Faktors Gas relevant. Bezogen auf diesen ersten Teileffekt hat die höhere Markttransparenz einen zur Wirkung auf die Verwendung von Gas entgegengesetzten Effekt. Für die angenommene Produktionsfunktion mit $0 < \alpha < 1$ ist dieser erste Summand von Gleichung (5.20) daher negativ. Der zweite Effekt der erhöhten Markttransparenz entspricht dem zweiten Summanden in (5.20). Da für die Betriebskostenfunktion eine konvexe Grenzkostenfunktion unterstellt wurde, haben beide Summanden in (5.20) das gleiche Vorzeichen und die Funktion der optimalen Verwendung von Kohle ist konkav, so dass die erwartete Verwendung von Kohle durch höhere Transparenz sinkt.⁵³

⁵²Vgl. z. B. Broll et al. (2010): S. 9 ff., Broll/Eckwert (2011): S. 8 f. oder Hermelingmeier (2010a): S. 86 ff.

⁵³In Rahmen eines Modell eines exportierenden Unternehmens, dass auf einem Inlands- und einem

Für den Fall einer konkaven Grenzkostenfunktion ist die dritte Ableitung der Kostenfunktion negativ und bei unterstellter konvexer Funktion der Grenzerlöse ist das Vorzeichen für die Änderung der Verwendung von Kohle durch eine Transparenzerhöhung nicht eindeutig bestimmbar. Beide Summanden in der Gleichung (5.20) haben dann gegensätzliche Vorzeichen und die Änderungen der Verwendung von Kohle ist u. a. abhängig von den Punkt Elastizitäten der zweiten Ableitungen der Grenzerlösfunktion des Faktors Gas und der Betriebskostenfunktion jeweils bzgl. der Verwendungsmenge von Gas. Zudem wird das Vorzeichen von $x_K^{''*}(y_m)$ durch die Emissionsraten bestimmt. Unter Verwendung der Punkt Elastizitäten der zweiten Ableitungen der Grenzerlösfunktion und der Elastizität der Grenzbetriebskostenfunktion, $\varepsilon_{f''P_S, x_G^*}$ und ε_{C'', x_G^*} , kann die zweite Ableitung der Funktion der optimalen Verwendung von Kohle aus Gleichung (5.20) dargestellt werden als:⁵⁴

$$x_K^{''*}(y_m) = \frac{1}{x_G^*(y_m)} \left(\frac{(e_G - e_K)^2}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^2} \varepsilon_{f''P_S, x_G^*} - \frac{e_K}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))} \varepsilon_{C'', x_G^*} \right). \quad (5.31)$$

Aus Gleichung (5.31) folgt, dass bei einer konkaven Grenzkostenfunktion die Auswirkung der erhöhten Markttransparenz u. a. durch die mit den Emissionsraten gewichteten Elastizitäten von Grenzerlös- und Grenzbetriebskostenfunktion bestimmt werden. Aus der Relation der Werte der Elastizitäten kann jedoch nicht auf das Vorzeichen von Gleichung (5.31) geschlossen werden. Die Entwicklung der Stärke der Zunahme des Wertes der Betriebsgrenzkostenfunktion und die Intensität des Rückgangs des Wertes der Grenzerlöse im Optimum durch eine Änderung der Verwendung von Gas, die durch die Elastizitäten beschrieben werden, haben folglich einen Einfluss auf die Krümmung der Funktion der optimalen Verwendung von Kohle.

Analog zu den komparativ-statischen Analysen in Kapitel 4.2.2.1 können die Wirkungen einer Transparenzerhöhung in zwei Teileffekte zerlegt werden, die als Substitutions-

Auslandsmarkt Güter absetzt, erhalten Broll, Eckwert und Wong ein ähnliches Ergebnis für die Menge der Gesamtproduktion. Die Menge der auf dem ausländischen Markt abzusetzenden Produkte ist abhängig von der Krümmung der Grenzerlös- und der Grenzkostenfunktion. (Vgl. Broll et al. (2010): S. 10.

⁵⁴Mit Hilfe der Elastizität, $\varepsilon_{y,x}$, einer Funktion $y(x)$ kann die Reliabilität der Funktion bzgl. Änderungen der Größe x beschrieben werden. Die Elastizität entspricht dem Verhältnis der Änderung von geändertem Funktionswert $y(x)$ durch eine Änderung des Wertes x und der entsprechenden Änderung des Wertes x . Die Elastizität einer Funktion $y(x)$ ist durch $\varepsilon_{y(x),x} = \frac{y'(x)}{y(x)} \cdot x$ gegeben. (Vgl. Varian (2010): S. 274 oder Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 317.)

und Einkommenseffekt interpretiert werden können.⁵⁵ Der erster Summand kann als Einkommenseffekt aufgefasst werden und weist einen negativen Wert auf, der aus der Konkavität der Grenzproduktivität von Gas gegeben ist. In Abhängigkeit der Krümmung der Grenzbetriebskostenfunktion kann der zweite Summand einen positiven oder negativen Wert bzw. einen Wert von null haben. Ist die Grenzbetriebskostenfunktion linear, ist nur der erste Effekt für $x_K''^*(y_m)$ relevant und gemäß Teilaussage d) von Satz 5.2.1 können die Vorzeichen von $x_G''^*(y_m)$ und $x_K''^*(y_m)$ eindeutig bestimmt werden. Durch die Krümmung der Grenzbetriebskostenfunktion im zweiten Summanden von Gleichung (5.28) wird festgelegt, ob der zweite Effekt, der dem Substitutionseffekt entspricht, entgegengesetzt oder gleichgerichtet zum ersten Effekt wirkt. Ist die Konkavität der Grenzbetriebskostenfunktion ausreichend stark ausgeprägt, kann der zweite Effekt den ersten überkompensieren und die Funktion der optimalen Verwendung von Kohle ist konvex. Für den beschriebenen Fall kann eine Erhöhung der Transparenz auf dem CO₂-Zertifikatemarkt zu einer Erhöhung der Verwendung von Gas und Kohle führen.

5.2.2 Die optimale Stromproduktion und geänderte Markttransparenz

Wie im vorherigen Abschnitt zur Änderung der Verwendung der Produktionsfaktoren durch eine höhere Markttransparenz gezeigt wurde, ist für die Änderungen von Gas und Kohle u. a. die Krümmung der Grenzproduktivitätsfunktion relevant. Auch für den Zusammenhang zwischen dem Grad der Markttransparenz und der Stromproduktion ist die Krümmung der Grenzerlös- bzw. der Grenzproduktivitätsfunktion von Bedeutung. Für die weiteren Analysen werden daher die folgenden Maße für die Konkavität bzw. Konvexität der Produktions- und der Grenzproduktivitätsfunktion vorgestellt. Wie im vorherigen Abschnitt zur Änderung der Verwendung der Produktionsfaktoren durch eine höhere Markttransparenz gezeigt wurde, ist für die Änderungen von Gas und Kohle u. a. die Krümmung der Grenzproduktivitätsfunktion relevant. Auch für den Zusammenhang zwischen dem Grad der Markttransparenz und der Stromproduktion ist die Krümmung der Grenzerlös- bzw. der Grenzproduktivitätsfunktion von Bedeutung. Für die weiteren Analysen werden daher die folgenden Maße für die Konkavität

⁵⁵Mit Hilfe des Substitutions- und Einkommenseffekts, lassen sich Wirkungsprozesse in verschiedenen mikroökonomischen Fragestellungen beschreiben und zerlegen. (Vgl. z. B. Henderson/Quandt (1971): S. 31 ff., S. 69 f. und S. 307 ff., Silberberg/Suen (2001): S. 276 ff. oder Varian (2010): S. 137 ff.)

bzw. Konvexität der Produktions- und der Grenzproduktivitätsfunktion vorgestellt.⁵⁶

Definition 5.2.1. *Die Produktionsfunktion bzgl. des Produktionsfaktors Gas weist Konkavität (Konvexität) auf, wenn der folgende Term positiv (negativ) ist.⁵⁷*

$$RF(x_G(y_m)) = -\frac{f''(x_G(y_m))}{f'(x_G(y_m))} > (<) 0. \quad (5.32)$$

Definition 5.2.2. *Die Grenzproduktivitätsfunktion bzgl. des Produktionsfaktors Gas weist Konvexität (Konkavität) auf, wenn der folgende Term positiv (negativ) ist.⁵⁸*

$$PF(x_G(y_m)) = -\frac{f'''(x_G(y_m))}{f''(x_G(y_m))} > (<) 0. \quad (5.33)$$

Der Faktor $RF(x_G(y_m))$ stellt ein Maß für die Krümmung der Produktionsfunktion dar und $PF(x_G(y_m))$ das entsprechende Maß für die Krümmung der Grenzproduktivitätsfunktion. Da die Grenzerlösfunktion durch Multiplikation mit dem Strompreis erhalten wird, stellen beide Faktoren auch ein Maß für die Krümmung der Grenzerlösfunktion dar. Für die unterstellte Produktionsfunktion ist die Grenzproduktivitätsfunktion konvex und die Produktivitätsfunktion konkav, so dass $RF(x_G(y_m)) > 0$ und $PF(x_G(y_m)) > 0$ gelten.

Für die Auswirkungen einer Erhöhung der Transparenz auf dem CO₂-Zertifikatemarkt auf die erwartete Stromproduktion kann der folgende Satz hergeleitet werden.

Satz 5.2.2.

a) *Eine Erhöhung der Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate führt zu einer Verringerung der erwarteten Stromproduktion falls $RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ gilt.^{59 60}*

b) *Weisen beide Stromerzeugungstechnologien gleich hohe Emissionsraten auf, so dass $e_G = e_K$ gilt, wird die erwartete Stromproduktion, infolge der Transparenzerhöhung auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate reduziert.*

⁵⁶Die in den Definitionen 5.2.1 und 5.2.2 gegebenen Maße entsprechen formal den Werten der absoluten Risikoaversion bzw. dem Maß der Besonnenheit für Nutzenfunktionen. (Vgl. Definition 2.1.5 und 2.14 in Kapitel 2.1.3.)

⁵⁷Vgl. Broll/Eckwert (2007): S. 10 oder Hermelingmeier (2010b): S. 550.

⁵⁸Vgl. Broll/Eckwert (2007): S. 12 oder Hermelingmeier (2010a): S. 87 f.

⁵⁹Vgl. Broll et al. (2010): S. 9 und Hermelingmeier (2010a): S. 88 f.

⁶⁰Im Rahmen von ähnlichen Modellen auf Basis des industrieökonomischen Ansatzes zur Auswirkung einer erhöhten Transparenz werden analoge Ergebnisse in Abhängigkeit der Krümmung der Produktions- und Grenzproduktivitätsfunktion bzgl. der Posteriori-Wahrscheinlichkeiten erhalten. (Vgl. z. B. Broll/Eckwert (2007): S. 11, Broll/Eckwert (2009a): S. 977, Broll/Eckwert (2009b): S. 9 oder Hermelingmeier (2010b): S. 550.)

Beweis Die Aussage kann mit Hilfe der Produktionsfunktion bzgl. des Terminpreises der CO₂-Zertifikate hergeleitet werden. Da der Terminkurs gemäß Gleichung(5.3) aus Kapitel 5.2.1 linear in den Eintrittswahrscheinlichkeiten ist, kann die Analyse der Auswirkung von erhöhter Markttransparenz auf die Stromproduktion auf die Krümmung der Produktionsfunktion bzgl. des Terminkurses vereinfacht werden. In Abhängigkeit der Konvexität, Linearität oder Konkavität kann die Aussage über den Effekt einer höheren Markttransparenz abgeleitet werden. Hierzu wird die zweite Ableitung der Produktionsfunktion nach dem Terminpreis der CO₂-Zertifikate gebildet.^{61 62} Die erste Ableitung der Produktionsfunktion nach dem Terminpreis ist gegeben durch:

$$\frac{\partial f(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{\partial P_{CO_2}^F(y_m)} = f'(x_G^*(y_m)) x_G'^*(y_m) + f'(x_K^*(y_m)) x_K'^*(y_m). \quad (5.34)$$

Die zweite Ableitung der Produktionsfunktion nach dem Terminpreis ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{\partial P_{CO_2}^F(y_m) \partial P_{CO_2}^F(y_m)} &= f''(x_G^*(y_m)) x_G'^*(y_m)^2 + f'(x_G^*(y_m)) x_G''^*(y_m) \\ &+ f''(x_K^*(y_m)) x_K'^*(y_m)^2 + f'(x_K^*(y_m)) x_K''^*(y_m). \end{aligned} \quad (5.35)$$

Aufgrund der linearen Produktionsfunktion bzgl. des Faktors Kohle hat die erste Ableitung den Wert t_K und die entsprechende zweite Ableitung den Wert null. Für die ersten und zweiten Ableitungen der optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle werden die Werte aus den Gleichungen (5.15) und (5.16) sowie (5.19) und (5.20) eingesetzt.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{\partial P_{CO_2}^F(y_m) \partial P_{CO_2}^F(y_m)} &= \\ &f''(x_G^*(y_m)) \left(\frac{(e_G - e_K)}{f''(x_G^*(y_m)) P_S} \right)^2 + f'(x_G^*(y_m)) \left(- \frac{(e_G - e_K)^2 f'''(x_G^*(y_m)) P_S}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^3} \right) \\ &+ \left(\frac{(e_G - e_K)^2 f'''(x_G^*(y_m)) P_S t_K}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^3} - \frac{t_K e_K C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2} \right). \end{aligned} \quad (5.36)$$

⁶¹Vgl. Definition 5.1.1 und Satz 5.1.1 in Kapitel 5.1.

⁶²Das erläuterte Vorgehen ist das übliche Vorgehen zur Analyse der Auswirkungen einer geänderten Markttransparenz im Rahmen von industrieökonomischen Ansätzen. (Vgl. z. B. Broll/Eckwert (2006a): S. 129 ff., Broll/Eckwert (2006b): S. 576 ff., Eckwert/Zilcha (2003): S. 57 oder Hermelingmeier (2010b): S. 550.)

Die Gleichung kann durch Zusammenfassen und Ausklammern in zwei weiteren Schritten wie folgt vereinfacht werden:

$$= \frac{(e_G - e_K)^2}{f''(x_G^*(y_m))^2 P_S^2} \left(\frac{f''(x_G^*(y_m))^2 P_S - f'(x_G^*(y_m)) f'''(x_G^*(y_m)) P_S + f'''(x_G^*(y_m)) P_S t_K}{f''(x_G^*(y_m)) P_S} \right) - \frac{t_K e_K C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2}, \quad (5.37)$$

$$= \frac{(e_G - e_K)^2}{f''(x_G^*(y_m))^2 P_S^2} \left(f''(x_G^*(y_m)) \frac{f''(x_G^*(y_m))^2 - f'(x_G^*(y_m)) f'''(x_G^*(y_m))}{(f''(x_G^*(y_m)))^2} + \frac{f'''(x_G^*(y_m)) t_K}{f''(x_G^*(y_m))} \right) - \frac{t_K e_K C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2}. \quad (5.38)$$

Unter Verwendung der in den Definitionen 5.2.1 und 5.2.2 vorgestellten Größen kann Gleichung (5.38) dargestellt werden als:

$$= \frac{(e_G - e_K)^2}{f''(x_G^*(y_m))^2 P_S^2} \left(f''(x_G^*(y_m)) \left(1 - \frac{PF(x_G^*(y_m))}{RF(x_G^*(y_m))} \right) - PF(x_G^*(y_m)) t_K \right) - \frac{t_K e_K C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2}. \quad (5.39)$$

Das Vorzeichen von Gleichung (5.39) kann in Abhängigkeit der Konkavität von Produktions- bzw. der Konvexität der Grenzproduktivitätsfunktion des Faktors Gas ermittelt werden. Der Faktor vor der Klammer in der ersten Zeile von Gleichung (5.39) ist wegen der Quadrierung positiv. Der zweite Summand in der Klammer der ersten Zeile hat einen positiven Wert, da die Grenzproduktivitätsfunktion konvex ist. Für $RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ ist der zweite Faktor des ersten Summanden in der Klammer positiv bzw. hat den Wert null und wird mit einem negativen Faktor multipliziert. Gilt $RF(x_G^*(y_m)) < PF(x_G^*(y_m))$ ist somit der erste Summand der Gleichung (5.39) negativ. Da auch der zweite Summand (5.39) aufgrund der Konvexität der Grenzkosten und des Minuszeichens einen negativen Wert aufweist, ist für $RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ die optimale Stromproduktion eine im Terminkurs der CO₂-Zertifikate konkave Funktion. Im beschriebenen Fall führt die Erhöhung der Markttransparenz daher zu einer Verringerung der erwarteten Stromproduktion.

Teilaussage b) folgt unmittelbar aus Gleichung (5.39), da für $e_G = e_K$ der gesamte erste Summand in der ersten Zeile von (5.39) den Wert null hat. Der zweite Summand

hat einen negativen Wert, so dass die erwartete Stromproduktion durch eine Erhöhung der Markttransparenz zurückgeht. \square

Anhand von Gleichung (5.39) können verschiedene Teileffekte abgelesen werden, die für die Auswirkung einer höheren Transparenz auf die erwartete Produktion relevant sind. Bis auf den Faktor $1 - PF(x_G^*(y_m))/RF(x_G^*(y_m))$ haben alle Summanden in Gleichung (5.39) ein eindeutig feststellbares Vorzeichen. Damit der Wert von Gleichung (5.39) insgesamt negativ ist muss daher $1 - PF(x_G^*(y_m))/RF(x_G^*(y_m))$ einen positiven Wert haben, was von den Maßen für die Konkavität der Produktions- und der Grenzproduktivitätsfunktion abhängig ist.⁶³ In Kapitel 5.2 wurde gezeigt, dass die Verwendung des Faktors Gas infolge einer Erhöhung der Transparenz ansteigt, da die Funktion $x_G^*(y_m)$ konvex ist. Die zweite Ableitung von $x_G^*(y_m)$ nach dem Terminkurs kann unter Verwendung von Definition 5.2.2 wie folgt dargestellt werden:⁶⁴

$$x_G''^*(y_m) = PF(x_G^*(y_m)) \frac{(e_G - e_K)^2}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^2}. \quad (5.40)$$

Das Vorzeichen sowie das Ausmaß der Änderung der Verwendung von Gas wird durch die Konkavität der Grenzproduktivitätsfunktion von Gas bestimmt, so dass für die gegebene Produktionsfunktion der Wert von $PF(x_G^*(y_m))$ positiv ist und die erwartete Verwendung von Gas zunimmt. Gemäß Satz 5.2.1 sowie gemäß Gleichung (5.20) und (5.27) wird die Verwendung von Kohle sowie die Summe der optimal zu verwendenden Produktionsfaktoren verringert durch die Erhöhung der Transparenz, so dass auch hier die Krümmung der Grenzproduktivitätsfunktion für die Änderungen relevant ist. Aufgrund der Eigenschaften der unterstellten Produktionsfunktion kann von Änderungen für Gas und Kohle nicht auf die Änderung der Stromproduktion geschlossen werden. Für das Ausmaß der Änderungen aller drei Größen ist der Grad der Konkavität der Grenzproduktivitätsfunktion von Bedeutung. Die Änderungen der Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren durch erhöhte Transparenz wirken auch auf die Änderung der Stromproduktion, so dass auch in der zweiten Ableitung der Produktionsfunktion nach dem Terminkurs das Maß für die Konkavität der Grenzproduktivitätsfunktion des Faktors Gas enthalten ist und die Bestimmbarkeit der Krümmung der Strompro-

⁶³Vgl. Definition 5.2.1 und 5.2.2.

⁶⁴Die Bedeutung der Krümmung von Kosten- und bzw. oder Erlösfunktion sowie Grenzkosten- und bzw. oder Grenzerlösfunktion für die Auswirkungen einer höheren Markttransparenz wird auch in anderen Arbeiten beschrieben. (Vgl. z. B. Broll/Eckwert (2006a): S. 128 f., Broll et al. (2010): S. 9 f., Broll et al. (2012): S. 1620 f. oder Hermelingmeier (2010a): S. 88 ff.)

duktion beeinflusst. In Gleichung (5.39) wird daher durch den Faktor $PF(x_G^*(y_m))$ ein Teileffekt beschrieben, der zu einer Erhöhung der Stromproduktion aus Gasverbrennung durch eine höhere Faktorverwendung von Gas führt.⁶⁵

Das Vorzeichen des Terms $1 - PF(x_G^*(y_m))/RF(x_G^*(y_m))$ aus Gleichung (5.39) wird zudem durch das Maß für die Konkavität der partiellen Produktionsfunktion des Faktors Gas bestimmt, welches durch $RF(x_G^*(y_m))$ gegeben ist. Da die Produktionsfunktion positive und abnehmende Grenzproduktivität impliziert, führen Anstiege der Verwendung von Gas um eine Einheit zu einer betragsmäßigen geringeren Ausweitung der Produktion als eine Verringerung der Nutzung von Gas um eine Einheit. In Verbindung mit Definition 5.1.1 und Satz 5.1.1 aus Kapitel 5.1 führt die Erwartungswertneutrale Spreizung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu einer Verringerung der erwarteten Produktion. Für das betrachtete Stromerzeugungsunternehmen mit konkaver Produktions- und konvexer Grenzproduktivitätsfunktion wirken die beiden beschriebenen Effekte gegensätzlich. Durch $PF(x_G^*(y_m))$ und $RF(x_G^*(y_m))$ werden zwei Effekte beschrieben, die eine positive Teilwirkung bzw. eine negative Teilwirkung auf die Stromproduktion haben. Nur für den Fall, dass der durch den Faktor $RF(x_G^*(y_m))$ beschriebene Teileffekt den zweiten Teileffekt, der durch $PF(x_G^*(y_m))$ gegeben ist, überkompensiert, kann allgemein gefolgert werden, dass die Stromproduktion durch eine Erhöhung der Transparenz zurückgeht.⁶⁶

Die beiden beschriebenen Teilwirkungen können ebenfalls mit Hilfe von Elastizitäten⁶⁷ beschrieben werden. Hierzu wird der Term $1 - PF(x_G^*(y_m))/RF(x_G^*(y_m))$ wie folgt verändert:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{PF(x_G^*(y_m))}{RF(x_G^*(y_m))} &= 1 - \frac{f'''(x_G^*(y_m))/f''(x_G^*(y_m)) x_G^*(y_m)}{f''(x_G^*(y_m))/f'(x_G^*(y_m)) x_G^*(y_m)}, \\ &= 1 - \frac{\varepsilon_{f''P_S, x_G^*}}{\varepsilon_{f'P_S, x_G^*}}. \end{aligned} \quad (5.41)$$

Die Elastizitäten, $\varepsilon_{f''P_S, x_G^*}$ und $\varepsilon_{f'P_S, x_G^*}$, in (5.41) geben das Verhältnis der Änderungen der Grenzproduktivitäts- bzw. der Produktionsfunktion im Optimum bei einer Änderung der optimalen Verwendung des Faktors Gas an. Da nur für den Fall

⁶⁵Vgl. z. B. Hermelingmeier (2010a): S. 88 ff.

⁶⁶Vgl. z. B. Hermelingmeier (2010b): S. 550 f.

⁶⁷Die Elastizität einer Funktion $y(x)$ ist durch $\varepsilon_{y(x), x} = \frac{y'(x)}{y(x)} \cdot x$ gegeben. (Vgl. Varian (2010): S. 274 oder Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 317.)

$RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ eine Aussage über die Änderung der erwarteten Stromproduktion getätigt werden kann, entspricht dies bezogen auf die Elastizitäten der Forderung $\varepsilon_{f'P_S, x_G^*} \geq \varepsilon_{f''P_S, x_G^*}$. Ist die Reagibilität der Grenzproduktivitätsfunktion kleiner als die Reagibilität der Produktionsfunktion kann eine Aussage über die Wirkung einer Markttransparenzerhöhung getätigt werden. Die beiden gegenläufigen Teilergebnisse gemäß Gleichung (5.39) entsprechen somit den gegenläufigen Sensitivitäten von Produktions- und Grenzproduktivitätsfunktion bezogen auf die Änderung der Verwendung von Gas.⁶⁸

Der Term $1 - PF(x_G^*(y_m))/RF(x_G^*(y_m))$ aus Gleichung (5.39) kann in Verbindung mit Gleichung (5.38) ebenfalls als Ableitung des Maßes der Konkavität der Produktionsfunktion betrachtet werden.⁶⁹

$$\begin{aligned} 1 - \frac{PF(x_G^*(y_m))}{RF(x_G^*(y_m))} &= 1 - \frac{f''(x_G^*(y_m))^2 P_S - f'(x_G^*(y_m))f'''(x_G^*(y_m)) P_S}{f''(x_G^*(y_m)) P_S}, \\ &= 1 - \frac{1}{\frac{\partial RF(x_G^*(y_m))}{\partial x_G^*(y_m)}}. \end{aligned} \quad (5.42)$$

Gemäß Gleichung (5.42) und Gleichung (5.38) ist die zweite Ableitung der Produktionsfunktion nach dem Terminkurs konkav, wenn die Konkavität der Produktionsfunktion von Strom aus Gas abnehmend oder nur schwach zunehmend ist, so dass $\partial RF(x_G^*(y_m))/\partial x_G^*(y_m) < 1$ gilt. Die Konkavität der Produktionsfunktion, die durch das Maß $RF(x_G^*(y_m))$ gemessen wird, beeinflusst das Ausmaß der Wirkung der erhöhten Markttransparenz. Im Zusammenhang zur Auswirkung von erhöhter Transparenz auf die Produktionsfunktion treten zwei gegenläufige Effekte auf. Durch das Maß der Konkavität der Produktionsfunktion mit Hilfe von Gas $PF(x_G^*(y_m))$ wird in Gleichung (5.39) der Effekt der Erhöhung der erwarteten Stromproduktion durch eine Erhöhung der erwarteten Verwendung von Gas zur Stromproduktion erfasst. Durch den $RF(x_G^*(y_m))$ wird der gegenläufige Effekt beschrieben, nach dem durch die Konkavität der Produktionsfunktion in Verbindung mit Satz 5.1.1 aus Kapitel 5.1 die Erhöhung der Transparenz die erwartete Stromproduktion reduziert. Durch die in Gleichung (5.42) ermittelte Bedingung, wird sichergestellt, dass der Effekt, der zu einer Reduktion der erwarteten Stromproduktion führt, den gegenläufigen Effekt überkompensiert. Dies ist

⁶⁸Vgl. z. B. Hermelingmeier (2010a): S. 89 f.

⁶⁹Vgl. Definitionen 5.2.1 in Kapitel 5.2.2.

immer dann der Fall, wenn die Konkavität der Produktionsfunktion größer als die Konvexität der Grenzproduktivitätsfunktion ist.⁷⁰

5.2.3 Die Kosten der Stromproduktion und geänderte Markttransparenz

Die gesamten Kosten der Stromproduktion sind im Optimum für das Unternehmen bei Zugang zu einem Terminmarkt, auf dem Forwards auf CO₂-Emissionszertifikate gehandelt werden, gegeben durch:

$$\begin{aligned} GK(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)) &= x_G^*(y_m) P_G + x_K^*(y_m) P_K \\ &+ (e_G x_G^*(y_m) + e_K x_K^*(y_m)) P_{CO_2}^F + C(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)). \end{aligned} \quad (5.43)$$

Satz 5.2.3.

- a) Die Erhöhung der Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate führt zu einer Verringerung der erwarteten Kosten zur Stromerzeugung, wenn $2RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ gilt.⁷¹
- b) Weisen beide Stromerzeugungstechnologien gleich hohe Emissionsraten auf, so dass $e_G = e_K$ gilt, verringern sich die erwarteten Kosten zur Stromerzeugung.

Die Aussage von Satz 5.2.3 kann durch Ermittlung der Krümmung der Gesamtkostenfunktion ermittelt werden. Folglich ist die zweite Ableitung der Gesamtkostenfunktion nach dem Terminpreis der CO₂-Zertifikate zu bilden. In Abhängigkeit der Konvexität, Linearität oder Konkavität der Funktion kann die Aussage über den Effekt einer höheren Markttransparenz bestimmt werden.^{72 73} Die erste Ableitung der Gesamtkostenfunktion nach dem Terminpreis ist gegeben durch:

⁷⁰Die Relevanz der beschriebenen gegenläufigen Wirkungen von erhöhter Markttransparenz können auch in anderen Modellen zur Analyse von Transparenzänderung festgestellt werden. (Vgl. z. B. Broll/Eckwert (2007): S. 11 f.)

⁷¹Vgl. Broll et al. (2010): S. 10 f. und Hermelingmeier (2010b): S. 550 f.

⁷²Vgl. Definition 5.1.1 und Satz 5.1.1 in Kapitel 5.1.

⁷³Das beschriebene Vorgehen wird üblicherweise im Rahmen von industrieökonomischen Ansätzen zur Ermittlung der Auswirkungen einer erhöhten Markttransparenz verwendet. (Vgl. z. B. Broll/Eckwert (2006a): S. 129 ff., Broll/Eckwert (2006b): S. 576 ff., Eckwert/Zilcha (2003): S. 57 oder Hermelingmeier (2010b): S. 550 f.)

$$\begin{aligned} \frac{\partial GK(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{\partial P_{CO_2}^F(y_m)} &= x_G'^*(y_m) P_G + x_K'^*(y_m) P_K + (e_G x_G^*(y_m) + e_K x_K^*(y_m)) \\ &+ (e_G x_G'^*(y_m) + e_K x_K'^*(y_m)) P_{CO_2}^F + (x_G'^*(y_m) + x_K'^*(y_m)) C'(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)). \end{aligned} \quad (5.44)$$

Die zweite Ableitung der Gesamtkosten nach dem Terminpreis lautet:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 GK(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{\partial P_{CO_2}^F(y_m) \partial P_{CO_2}^F(y_m)} &= 2e_G x_G'^*(y_m) + 2e_K x_K'^*(y_m) \\ &+ x_G''^*(y_m) (P_G + e_G P_{CO_2}^F(y_m) + C'(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))) \\ &+ x_K''^*(y_m) (P_K + e_K P_{CO_2}^F(y_m) + C'(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))) \\ &+ (x_G'^*(y_m) + x_K'^*(y_m))^2 C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)). \end{aligned} \quad (5.45)$$

In Gleichung (5.45) können im zweiten und dritten Summanden die Faktoren in den Klammern, die den jeweiligen Grenzkosten von Gas und Kohle entsprechen, gemäß den Bedingungen erster Ordnung bei Existenz eines Terminmarktes aus den Gleichungen (5.6) und (5.7) durch die entsprechenden Funktionen des Grenzerlöses, $f'(x_G^*(y_m))P_S$ und $f'(x_K^*(y_m))P_S$ ersetzt werden. Werden die entsprechenden Ergebnisse für die verschiedenen Ableitungen der Funktion der optimalen Verwendung von Gas und Kohle aus den Gleichungen (5.15) und (5.16) sowie aus den Gleichungen (5.19) und (5.20) aus Kapitel 5.2.1 eingesetzt, folgt für die zweite Ableitung der Kostenfunktion:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 GK(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{\partial P_{CO_2}^F(y_m) \partial P_{CO_2}^F(y_m)} &= \frac{2(e_G - e_K)^2}{f''(x_G^*(y_m)) P_S} - \frac{2e_K^2}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))} \\ &+ \frac{(e_G - e_K)^2 f'''(x_G^*(y_m)) P_S^2 f'(x_K^*(y_m)) - f'(x_G^*(y_m))}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^3} \\ &- \frac{f'(x_K^*(y_m)) P_S e_K C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2} \\ &+ \frac{e_K^2 C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2}. \end{aligned} \quad (5.46)$$

Um eine Aussage über das Vorzeichen der zweiten Ableitung der Kostenfunktion ermitteln zu können, wird Gleichung (5.46) weiter zusammengefasst zu:

$$\begin{aligned}
&= \frac{(e_G - e_K)^2}{f''(x_G^*(y_m)) P_S} \left(\frac{2 f''(x_G^*(y_m))^2 P_S^2 - f'''(x_G^*(y_m)) P_S^2 f'(x_G^*(y_m))}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^2} \right) \\
&\quad + \frac{f'''(x_G^*(y_m)) P_S^2 f'(x_K^*(y_m))}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^3} - \frac{f'(x_K^*(y_m)) P_S e_K C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2} \\
&\quad - \frac{e_K}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}. \tag{5.47}
\end{aligned}$$

Unter Verwendung der in den Definitionen 5.2.1 und 5.2.2 vorgestellten Größen, kann Gleichung (5.47) dargestellt werden als:

$$\begin{aligned}
&= \frac{(e_G - e_K)^2}{f''(x_G^*(y_m)) P_S} \left(2 - \frac{PF(x_G^*(y_m))}{RF(x_G^*(y_m))} \right) + \frac{f'''(x_G^*(y_m)) P_S^2 f'(x_K^*(y_m))}{(f''(x_G^*(y_m)) P_S)^3} \\
&\quad - \frac{f'(x_K^*(y_m)) P_S e_K C'''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2} - \frac{e_K}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}. \tag{5.48}
\end{aligned}$$

Die letzten drei Terme in Gleichung (5.48) haben jeweils einen negativen Wert. Der erste Faktor des ersten Summanden in (5.48) hat ebenfalls einen negativen Wert. Ist der zweite Faktor des ersten Summanden positiv oder hat den Wert null, weist die zweite Ableitung der Kostenfunktion ein negatives Vorzeichen auf. Dies ist immer dann der Fall, wenn $2RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ gilt. Für $2RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ ist die Gesamtkostenfunktion konkav im Terminkurs der CO₂-Zertifikate und in Verbindung mit Definition 5.1.1 und Satz 5.1.1 aus Kapitel 5.1 folgt, dass bei optimalem Einsatz der Produktionsfaktoren eine höhere Markttransparenz zu einem Rückgang der erwarteten Kosten führt.

Teilaussage b) von Satz 5.2.3 kann direkt aus Gleichung (5.48) abgeleitet werden. Im Fall von gleich hohen Emissionsraten der Stromerzeugungstechnologien hat der erste Summand den Wert null. Da alle anderen Summanden ein negatives Vorzeichen aufweisen, ist die Gesamtkostenfunktion konkav im Terminkurs der CO₂-Zertifikate bzw. in den Posteriori-Wahrscheinlichkeiten. \square

Die Auswirkungen einer erhöhten Markttransparenz auf den Erwartungswert der Kosten vor Erhalt eines Informationssignals ist nur in Abhängigkeit der Eigenschaften der Produktionsfunktion von Strom mit Hilfe von Gas eindeutig bestimmbar. Gemäß Gleichung (5.48) hängt die Krümmung der Gesamtkostenfunktion von insgesamt vier

Summanden bzw. Faktoren ab. Die durch die letzten drei Summanden in (5.48) beschriebenen Effekte sind eindeutig feststellbar. Das Ausmaß der Wirkung einer höheren Transparenz hängt für diese drei Teileffekte u. a. von der Krümmung der Betriebskostenfunktion und der Krümmung ihrer Ableitung sowie den Krümmungen der Grenzproduktivitäten bzgl. Gas und Kohle ab. Das Vorzeichen des ersten Summanden ist abhängig von der Größe $2 - PF(x_G^*(y_m))/RF(x_G^*(y_m))$. $RF(x_G^*(y_m))$ und $PF(x_G^*(y_m))$ sind Maße für die Krümmung der Produktions- und der Grenzproduktivitätsfunktion bzgl. des Faktors Gas. Gemäß Gleichung (5.40) in Kapitel 5.2.2 wird der Effekt einer höheren Transparenz für die Verwendung von Gas zur Stromproduktion durch die Konvexität der Grenzproduktivitätsfunktion, gemessen durch $PF(x_G^*(y_m))$, bestimmt. Eine höhere Konvexität der Grenzproduktivitätsfunktion führt zu einem stärkeren Anstieg der erwarteten Verwendung von Gas zur Stromproduktion. Analog kann gezeigt werden, dass das Ausmaß der Verringerung der Nutzung von Kohle zur Stromproduktion durch eine Erhöhung der Markttransparenz gemäß Gleichung (5.20) in Kapitel 5.2.1 ebenfalls von der Höhe von $PF(x_G^*(y_m))$ abhängt. Gemäß Satz 5.2.1 in Kapitel 5.2.1 wird insgesamt die Summe der verwendeten Faktoren reduziert. Hieraus kann jedoch nicht zwingend gefolgert werden, dass die Gesamtkosten zurückgehen. Es erfolgt gemäß dieses Effektes durch die höhere Markttransparenz eine Umstrukturierung der Nutzung der Stromerzeugungstechnologien, wobei die Nutzung von Gas erhöht sowie die Nutzung von Kohle und die in Summe genutzten Mengen der Produktionsfaktoren zurückgehen. Die Auswirkungen auf die Kosten sind abhängig von den Brennstoffpreisen, P_G und P_K , sowie den Emissionsraten, e_G und e_K . Da die Summe der verwendeten Faktoren zurückgeht und die Betriebskostenfunktion eine in der Summe der Faktoren steigende Funktion ist, sinkt ihr Wert durch einen Anstieg der Markttransparenz.

Der zweite relevante Effekt der Transparenzerhöhung auf den Faktor $2 - PF(x_G^*(y_m))/RF(x_G^*(y_m))$ wird durch den Grad der Konkavität der Produktions- bzw. der Erlösfunktion, der durch den Faktor $RF(x_G^*(y_m))$ berücksichtigt wird, bestimmt. Gemäß Satz 5.2.2 in Kapitel 5.2.2 führt eine Erhöhung der Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate zu einer Verringerung der erwarteten Stromproduktion falls $RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ gilt. Für den gemäß Teilaussage a) Satz 5.2.3 betrachteten Fall ist diese Annahme erfüllt und die Produktionsfunktion ist konkav in den bedingten Wahrscheinlichkeiten, die durch das Informationssystem gegeben sind. Die Erhöhung der Transparenz führt folglich zu einem Rückgang der erwarteten Produktion. Die Verringerung der Stromproduktion impliziert die Änderung der Struktur

der Stromerzeugung, bei der die Verwendung von mindestens einem Faktor verringert wird. Somit wird durch den Faktor $RF(x_G^*(y_m))$ und die Konkavität der Produktionsfunktion der zweite Teileffekt beschrieben. Falls $2RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ gilt, kann gefolgert werden, dass der durch den Faktor $RF(x_G^*(y_m))$ beschriebene Teileffekt den zweiten Teileffekt, der durch $PF(x_G^*(y_m))$ gegeben ist, überkompensiert. In diesem Fall verringert die höhere Transparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate die Höhe der erwarteten Gesamtkosten.⁷⁴

Die beschriebenen Teileffekte ermöglichen für den Fall $2RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ einen effizienteren Einsatz der Produktionsfaktoren, der eine Verringerung der Kosten zulässt. Höhere Markttransparenz ist gleichbedeutend mit einem höheren Informationsgehalt des zur Verfügung stehenden Informationssystems. Das Stromerzeugungsunternehmen wählt bei höheren Werten des Terminkurses geringere Verwendungsmengen von Gas und Kohle und für niedrigere Werte des Terminkurses höhere Mengen an Gas und Kohle, woraus ein kosteneffizienterer Einsatz resultiert. Dieser Effekt nimmt tendenziell mit einer höheren Transparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate zu und führt zu einem geringeren Wert der erwarteten Kosten.

5.2.4 Der erwartete Gewinn des Stromerzeugers und geänderte Markttransparenz

Der folgende Satz macht eine Aussage über die Auswirkung einer Erhöhung der Markttransparenz auf den erwarteten Gewinn des Stromerzeugers.

Satz 5.2.4. *Die Erhöhung der Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate führt zu einer Erhöhung des erwarteten Gewinns des stromerzeugenden Unternehmens.*⁷⁵

Beweis Die Aussage über die Erhöhung des erwarteten Gewinns infolge einer Erhöhung der Markttransparenz kann vereinfacht mit Hilfe des Envelope-Theorems nachgewiesen werden. Mit Hilfe des Envelope-Theorems kann eine Aussage über die Sensitivität des Optimalwertes einer Zielfunktion, die von mehreren Variablen abhängt, bzgl.

⁷⁴Vgl. Hermelingmeier (2010a): S. 91 ff.

⁷⁵Dieser Effekt einer Erhöhung des erwarteten Gewinns eines Unternehmens durch die Erhöhung der Transparenz kann im Rahmen von verschiedenen Modellen z. B. für die Analyse der Auswirkungen von Transparenzänderungen auf Märkten für Lebensmittel, auf den Interbankenmarkt oder den Devisenmarkt ermittelt werden. (Vgl. z. B. Ahlers et al. (2013): S. 7, Broll/Eckwert (2006a): S. 130, Broll/Eckwert (2006b): S. 577, Broll et al. (2010): S. 12. oder Hermelingmeier (2010b): S. 551.)

einer Änderung eines Parameters der Zielfunktion getätigt werden. Die Änderung des Parameters wirkt indirekt über eine Veränderung der Optimalwerte der Variablen der Zielfunktion, die wiederum den Optimalwert der Funktion beeinflussen sowie direkt über die Beeinflussung der Zielfunktion. Da die Auswirkung einer Parameteränderung im Optimum betrachtet wird und deshalb die Bedingungen erster Ordnung erfüllt sein müssen, haben die partiellen Ableitungen der Zielfunktion nach ihren unabhängigen Variablen den Wert null. Gemäß des Envelope-Theorems ist deshalb nur der direkte Effekt der Parameteränderung auf die Zielfunktion relevant.⁷⁶ Unter Verwendung des Envelope-Theorems folgt für die erste Ableitung des Gewinns nach dem Terminkurs:

$$\frac{\partial \Pi^*(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{\partial P_{CO_2}^F(y_m)} = -(e_G x_G^*(y_m) + e_K x_K^*(y_m)). \quad (5.49)$$

Erneutes Ableiten der Gewinnfunktion im Optimum liefert:

$$\frac{\partial^2 \Pi^*(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{\partial P_{CO_2}^F(y_m) \partial P_{CO_2}^F(y_m)} = -(e_G x_G'^*(y_m) + e_K x_K'^*(y_m)). \quad (5.50)$$

Die zweite Ableitung aus (5.54) vereinfacht sich durch Einsetzen der zweiten Ableitungen aus den Gleichungen (5.19) und (5.20) aus Kapitel 5.2.1:

$$\frac{\partial^2 \Pi^*(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}{\partial P_{CO_2}^F(y_m) \partial P_{CO_2}^F(y_m)} = -\frac{(e_G - e_K)^2}{f''(x_G^*(y_m)) P_S} + \frac{e_K}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))}. \quad (5.51)$$

Aufgrund der Konkavität der Produktionsfunktion und der Konvexität der Kostenfunktion hat die zweite Ableitung des Gewinns nach dem Terminkurs einen positiven Wert, so dass der Gewinn konvex in den bedingten Wahrscheinlichkeiten des Informationssystems ist. In Verbindung mit Definition 5.1.1 und Satz 5.1.1 aus Kapitel 5.1 folgt daher, dass die höhere Markttransparenz zu einem Anstieg des erwarteten Gewinns des Stromerzeugers führt. \square

Der Gesamteffekt einer höheren Markttransparenz auf den erwarteten Gewinn ist das Resultat von den Effekten der höheren Markttransparenz auf den Erlös aus der Stromproduktion und auf die Gesamtkosten der Stromerzeugung. Die Änderung des Erlöses wird aus der Änderung der erwarteten Produktion bei einer Erhöhung der Markttransparenz erhalten. Gemäß den Sätzen 5.2.2 und 5.2.3 können Aussagen über die Änderung

⁷⁶Vgl. Silberberg/Suen (2001): S. 151 ff., Sydsæter et al. (2005): S. 103 f. oder Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 318.

der erwarteten Produktion und der erwarteten Gesamtkosten nur in Abhängigkeit der Maße für die Konkavität bzw. der Konvexität von Produktions- bzw. Grenzproduktivitätsfunktion hergeleitet werden. Für beide Größen existieren gegenläufige Effekte, die separat betrachtet zu einer Erhöhung bzw. einer Verringerung der Größen durch eine Erhöhung der Markttransparenz führen.

Durch die Konkavität der Produktionsfunktion von Strom mit Hilfe von Gas wird ein Teileffekt beschrieben, der wie bereits in Kapitel 5.2.2 beschrieben zu einer Verringerung der Stromproduktion und damit auch der Grenzerlöse führt. Die Auswirkung dieses Effektes auf die Höhe der Gesamtkosten kann nicht eindeutig beschrieben werden, da aus der Konkavität der Produktionsfunktion nicht gefolgert werden kann, dass beide Produktionsfaktoren in einem geringeren Umfang genutzt werden. Durch $PF(x_G^*(y_m))$ wird die Konvexität der Grenzproduktivitätsfunktion gemessen. Ein höherer Grad der Konvexität bedeutet einen stärkeren Anstieg der Verwendung von Gas und einen stärkeren Rückgang der Verwendung von Kohle. Damit wird durch den Grad der Konvexität der Grenzproduktivitätsfunktion bzgl. des Faktors Gas das Ausmaß eines zweiten Effektes beschrieben, der gleich- und entgegengerichtet zum ersten Effekt bei einer Erhöhung der Transparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate wirken kann. Durch die beiden beschriebenen Effekte werden die Vorzeichen und das jeweilige Ausmaß der Änderung von erwarteter Stromproduktion und erwarteten Gesamtkosten bestimmt. Nur für den Fall $2RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$ kann für beide Größen gefolgert werden, dass die Erhöhung der Markttransparenz zu einer Verringerung beider Größen führt. In Abhängigkeit des Ausmaßes der Änderung kann daraus nicht auf die Änderung des erwarteten Gewinns geschlossen werden.⁷⁷

Gemäß Gleichung (5.55) sind die beiden beschriebenen und separierbaren Effekte für die Änderung des erwarteten Gewinns des Unternehmens nicht mehr relevant, da das Vorzeichen von Gleichung (5.55) unabhängig von $RF(x_G^*(y_m))$ und $PF(x_G^*(y_m))$ ist. Die Änderung des erwarteten Gewinns des Unternehmens kann alternativ als Differenz der zweiten Ableitungen der Produktionsfunktion und der Gesamtkostenfunktion aus den Gleichungen (5.39) und (5.48) ermittelt werden.⁷⁸ Die Bildung der Differenz

⁷⁷Im Rahmen eines Modells zur Untersuchung der Auswirkungen von erhöhter Markttransparenz, bei dem die Entscheidung über die Verwendung von nur einem Produktionsfaktor getroffen wird, hängen die Wirkungen einer höheren Markttransparenz auf den erwarteten Erlös und die erwarteten Gesamtkosten ausschließlich von den durch die Größen $RF(x_G^*(y_m))$ und $PF(x_G^*(y_m))$ beschriebenen Effekten ab. In diesem Fall kann eindeutig anhand der Relation von $RF(x_G^*(y_m))$ und $PF(x_G^*(y_m))$ festgestellt werden, welcher Effekt überwiegt. (vgl. Hermelingmeier (2010a): S. 93 ff.)

⁷⁸Vgl. Kapitel 5.2.2 und Kapitel 5.2.3.

führt zu einem Wegfall des durch den Faktor $PF(x_G^*(y_m))/RF(x_G^*(y_m))$ beschriebenen Effektes, der für die Änderung der erwarteten Stromproduktion und der erwarteten Gesamtkosten relevant ist. Die Differenz entspricht dann der zweiten Ableitungen des Gewinns nach dem Terminkurs und ist stets positiv. Der Anstieg der Transparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate führt folglich immer zu einer Erhöhung des erwarteten Gewinns des Unternehmens.

Da keine einschränkenden Annahmen über die Relation der Faktoren $PF(x_G^*(y_m))$ und $RF(x_G^*(y_m))$ für das Ergebnis aus Satz 5.52 nötig sind, können die Erwartungswerte der Stromproduktion bzw. Erlöse und der Gesamtkosten bei einem Anstieg der Markttransparenz jeweils beide ansteigen bzw. beide sinken oder sich gegensätzlich verändern. Bei der gegensätzlichen Änderung beider Werte müssen die erwarteten Erlöse zunehmen und der Erwartungswert der Gesamtkosten abnehmen. Verändern sich die Erwartungswerte von Erlösen und Gesamtkosten in die gleiche Richtung, muss der Anstieg der erwarteten Erlöse größer als der Anstieg der erwarteten Kosten bzw. der Rückgang der Erlöse geringer als der Rückgang der Kosten sein. Durch den höheren Grad der Markttransparenz und den dadurch implizierten Anstieg des Informationsgehalts des Systems kann das Stromerzeugungsunternehmen den Einsatz der Produktionsfaktoren effizienter festlegen. Entsprechend der Höhe des signalabhängigen Erwartungswertes der Preise der Zertifikate bzw. entsprechend der Höhe des Terminkurses werden für höhere Werte niedrigere Faktormengen von Gas und Kohle gewählt und für niedrigere Werte des Terminkurses höhere Verwendungsmengen der Faktoren. Dieses Vorgehen kann vom Unternehmen durch einen Anstieg der Markttransparenz effizienter durchgeführt werden, so dass der erwartete Gewinn des Unternehmens mit steigender Markttransparenz ebenfalls zunimmt.

5.2.5 Der Erwartungsnutzen und geänderte Markttransparenz

Der folgende Satz beschreibt die Auswirkungen eines Anstieges der Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate auf den Erwartungsnutzen des Stromerzeugungsunternehmens.

Satz 5.2.5.

a) Die Erhöhung der Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Emissionszertifikate führt dann zu einer Erhöhung des erwarteten Nutzens des stromerzeugenden Unternehmens, wenn für den Grad der absoluten Risikoaversion gilt:⁷⁹

$$ARA(\Pi^*) \leq -\frac{(e_K - e_G)^2}{f''(x_G^*(y_m))P_S(e_G x_G^*(y_m) + e_K x_K^*(y_m))^2}. \quad (5.52)$$

b) Weisen beide Stromerzeugungstechnologien gleich hohe CO₂-Emissionsraten auf, kann keine Aussage über die Auswirkung einer Erhöhung der Markttransparenz auf den Erwartungsnutzen getätigt werden.

Beweis Da das Stromerzeugungsunternehmen Zugang zu einem unverzerrten Terminmarkt hat, an dem Terminkontrakte für CO₂-Zertifikate gehandelt werden, ist für das Unternehmen gemäß Satz 4.2.10 aus Kapitel 4.2.3 eine vollständige Absicherung der risikobehafteten Position optimal. Das Unternehmen kann dadurch einen deterministischen Gewinn erzielen, in dem der Terminkurs der CO₂-Zertifikate enthalten ist.⁸⁰ Der Nutzen, der bei optimalem Faktoreinsatz erhalten wird ist dann ebenfalls deterministisch und wird mit $U(\Pi^*(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))) = U(\Pi^*)$ bezeichnet.⁸¹ Um die Auswirkung einer Erhöhung der Transparenz auf den erwarteten Nutzen zu bestimmen, muss die Krümmung des Nutzens bzgl. der bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten des Informationssystems ermittelt werden. Hierzu werden unter Verwendung des Envelope-Theorems zur Ermittlung der Ableitung der Gewinnfunktion im Optimum die erste und die zweite Ableitung des Nutzens bestimmt.^{82 83}

$$\frac{\partial U(\Pi^*)}{\partial P_{CO_2}^F(y_m)} = -U'(\Pi^*)(e_G x_G^*(y_m) + e_K x_K^*(y_m)). \quad (5.53)$$

⁷⁹Die Abhängigkeit der Auswirkung von erhöhter Markttransparenz auf den Erwartungsnutzen von der Höhe des Grades der absoluten Risikoaversion wird im Rahmen von verschiedenen Modellen zur Analyse der Auswirkungen von Transparenzänderungen erhalten. Z. B. für Untersuchungen der Relevanz von Transparenz auf dem Interbankenmarkt, dem Devisenmarkt oder dem Produktionsfaktormarkt. (Vgl. z. B. Broll et al. (2010): S. 12., Broll et al. (2012): S. 1621 oder Hermelingmeier (2010a): S. 97 ff.)

⁸⁰Vgl. Satz 4.2.9 in Kapitel 4.2.3.

⁸¹Zur Erhöhung der Übersicht wird auf die Argumente der Gewinnfunktion verzichtet.

⁸²Vgl. Beweis von Satz 5.52 in Kapitel 5.2.4.

⁸³Vgl. z. B. Ahlers et al. (2013): S. 8, Broll/Eckwert (2009a): S. 1621 f. oder Broll et al. (2010): S. 12 f.

Die zweite Ableitung ist gegeben durch:

$$\frac{\partial U(\Pi^*)}{\partial P_{CO_2}^F(y_m)\partial P_{CO_2}^F(y_m)} = U''(\Pi^*)(e_G x_G^*(y_m) + e_K x_K^*(y_m))^2 - U'(\Pi^*)(e_G x_G'^*(y_m) + e_K x_K'^*(y_m)). \quad (5.54)$$

In Gleichung (5.54) kann der Grenznutzen ausgeklammert werden. Durch Einsetzen der ersten Ableitungen der Funktionen der optimalen Verwendung von Gas und Kohle aus den Gleichungen (5.15) und (5.16) aus Kapitel 5.2.1 kann die zweite Ableitung des Nutzens dargestellt werden als:

$$= -U'(\Pi^*) \left(-\frac{U''(\Pi^*)}{U'(\Pi^*)} (e_G x_G^*(y_m) + e_K x_K^*(y_m))^2 + \frac{(e_G - e_K)^2}{f''(x_G^*(y_m))P_S} - \frac{e_K^2}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2} \right). \quad (5.55)$$

Der Quotient von zweiter und erster Ableitung der Nutzenfunktion entspricht dem Maß für die absolute Risikoaversion, $ARA(\Pi)$, und wird an der entsprechenden Stelle eingesetzt.⁸⁴ Umstellen von Gleichung (5.54) liefert:

$$= -U'(\Pi^*) \left(ARA(\Pi^*) (e_G x_G^*(y_m) + e_K x_K^*(y_m))^2 + \frac{(e_G - e_K)^2}{f''(x_G^*(y_m))P_S} \right) + \frac{U'(\Pi^*)e_K^2}{C''(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))^2}. \quad (5.56)$$

Das Vorzeichen der zweiten Ableitung der Nutzenfunktion kann nur dann bestimmt werden, wenn der erste Summand einen insgesamt positiven Wert aufweist, da auch der zweite Summand einen positiven Wert hat. Da der Term in der Klammer des ersten Summanden mit dem negativen Faktor $-U'(\Pi^*)$ multipliziert wird, muss der Term in der Klammer einen negativen Wert haben, damit der erste Summand einen positiven Wert hat. Weist der Term in der Klammer einen negativen Wert auf, ist der Wert der zweiten Ableitung der Nutzenfunktion positiv und die Nutzenfunktion dann

⁸⁴Vgl. Definition 2.1.5 in Kapitel 2.1.3.

konvex im Terminkurs der CO₂-Zertifikate. Die Bedingung für einen positiven Wert des Klammerterms im ersten Summanden kann dargestellt werden als:

$$ARA(\Pi^*) < -\frac{(e_K - e_G)^2}{f''(x_G^*(y_m))P_S(e_G x_G^*(y_m) + e_K x_K^*(y_m))^2}. \quad (5.57)$$

Der Term auf der rechten Seite von (5.57) weist wegen der Konkavität der Produktionsfunktion und der Multiplikation mit dem Faktor -1 stets einen positiven Wert auf. Ist die absolute Risikoaversion des Managements des Stromerzeugers kleiner oder gleich dem Term auf der rechten Seite von (5.57) weist die zweite Ableitung der Nutzenfunktion nach dem Terminpreis einen positiven Wert auf. In Verbindung mit Definition 5.1.1 und Satz 5.1.1 aus Kapitel 5.1 führt somit die Erhöhung der Markttransparenz zu einem Anstieg des Erwartungsnutzens des stromerzeugenden Unternehmens.

Teilaussage b) von Satz 5.52 kann aus Gleichung (5.55) abgeleitet werden. Weisen Gas und Kohle gleich hohe Emissionsraten auf reduziert sich der Term in der Klammer in Gleichung (5.55) auf zwei Summanden, die unterschiedliche Vorzeichen haben. Eine Aussage über das Vorzeichen der zweiten Ableitung des Nutzens ist dann nicht mehr möglich. \square

Die Auswirkung von einer erhöhten Markttransparenz auf den erwarteten Nutzen des Stromerzeugers wird vom Grad der absoluten Risikoaversion beeinflusst. Nur für den Fall, dass der Grad der Risikoaversion mindestens gleich groß wie der Term auf der rechten Seite von (5.57) ist, erhöht der Anstieg der Markttransparenz den Erwartungsnutzen. In Abhängigkeit der Datenkonstellation können auch Situationen auftreten, bei denen eine Erhöhung der Markttransparenz zu einer Verringerung des erwarteten Nutzens führt. Dieses Ergebnis wird auch bei anderen Untersuchungen zur Auswirkung von Transparenzanstiegen auf den Erwartungsnutzen erhalten, wenn die betrachteten Unternehmen Zugang zu einem Terminmarkt haben.⁸⁵

Die Abhängigkeit der Auswirkung des Transparenzanstieges hängt von zwei gegenläufigen Effekten ab, die auf den Erwartungsnutzen wirken. Diese beiden entgegengesetzt wirkenden Effekte werden als Hirshleifer- und als Blackwell-Effekt bezeichnet.⁸⁶ Als Hirshleifer-Effekt wird allgemein die Wirkung von zusätzlicher öffentlicher Information bezeichnet, die den erwarteten Nutzen von einem oder mehreren Marktteilnehmer

⁸⁵Vgl. z. B. Ahlers et al. (2013): S. 9, Broll/Eckwert (2009a): S. 976 oder Eckwert/Zilcha (2001): S. 181 ff.

⁸⁶Vgl. Kapitel 2.2.4 sowie das Beispiel 2.2.2 im gleichen Kapitel.

reduziert.⁸⁷ Bei dem betrachteten Modell handelt sich um ein Partial-Modell, bei dem der Stromerzeuger jedoch über einen kompetitiven Terminmarkt mit anderen Teilnehmer interagiert und das Preisrisiko der CO₂-Zertifikate gestaltet. Durch eine erhöhte Markttransparenz nutzen alle Teilnehmer am Markt ein Informationssystem mit höherem Informationsgehalt. Der Terminpreis der Zertifikate entspricht dem erwarteten Preis der CO₂-Zertifikate und ist somit abhängig von Änderungen der bedingten Wahrscheinlichkeiten durch die geänderte Markttransparenz bzw. die Erhöhung des Informationsgehalts der Informationssysteme. Dieser Wirkungsmechanismus von erhöhter Markttransparenz entspricht dem Erhalt von einem öffentlichen Informationssignal und kann daher einen negativen Effekt auf den Nutzen des Stromerzeugers haben.⁸⁸ Da der Handel mit Terminkontrakten erst nach Erhalt eines Informationssignals beginnt, können nur die Risiken am Markt geteilt und gehandelt werden, die nach Erhalt des Signals noch vorhanden sind. Durch den Erhalt eines unsicheren Informationssignals entsteht ein zusätzliches Risiko, welches der Stromerzeuger nicht über den Terminmarkt absichern kann. Ein Anstieg der Transparenz erhöht folglich ex ante das nicht absicherbare Risiko und hat separat betrachtet einen negativen Effekt auf den Erwartungsnutzen eines risikoaversen Entscheiders.⁸⁹ Durch den Blackwell-Effekt wird der Teileffekt einer Erhöhung der Markttransparenz beschrieben, der aufgrund der Reduzierung der Unsicherheit nach Erhalt von einem der Informationssignale über die Entwicklung der Preise der CO₂-Zertifikate zu einer Erhöhung des Erwartungsnutzens führt. Höhere Markttransparenz ermöglicht eine bessere Prognose der Zertifikatepreise und eine effizientere Festlegung der Verwendungsmengen von Gas und Kohle, im Vergleich zu der Situation ohne das zusätzliche Informationssignal.^{90 91}

Gemäß Gleichung (5.57) muss die Risikoaversion einen geringeren Wert als den Wert der rechten Seite von (5.57) aufweisen, damit der Effekt auf den Erwartungsnutzen eindeutig positiv ist. Ist der Grad der Risikoaversion höher, kann der negative Effekt

⁸⁷Die Ergebnisse der verschiedenen genannten Untersuchungen zeigen, dass der Erhalt von öffentlicher Information eine nachteilige Auswirkung auf den einzelnen Teilnehmer am Markt sowie die soziale Wohlfahrt haben kann. (Vgl. z. B. Drees/Eckwert (2003): S. 459, Green (1981): S. 335-358, Hakansson et al. (1982): S. 1169-1181, Hirshleifer (1971): S. 568, Marshall (1974): S. 373-390, Orosel (1996): S. 1394 ff, Schlee (2001): S. 509-524, Sulganik/Zilcha (1996): S. 235. oder Zeckhauser (1970): S. 10-26.)

⁸⁸Vgl. Kapitel 2.2.4 oder z. B. Broll et al. (2012): S. 1621 oder Eckwert/Zilcha (2001): S. 181 ff.

⁸⁹Vgl. z. B. Broll et al. (2012): S. 1621, Eckwert/Zilcha (2004): S. 181 ff. und Eckwert/Zilcha (2004): S. 573.

⁹⁰Vgl. Kapitel 3.2.

⁹¹Vgl. Eckwert/Zilcha (2003): S. 52 ff., Eckwert/Zilcha (2004): S. 563 und 571 ff. oder Sulganik/Zilcha (1996): S. 234 ff.

der zusätzlichen Unsicherheit durch die Signalunsicherheit, die nicht über den Terminmarkt abgesichert werden kann eine stärkere Wirkung auf den Erwartungsnutzen haben als der positiv auf den Erwartungsnutzen wirkende Blackwell-Effekt. Das Ausmaß von beiden Effekten wird durch die Höhe der Risikoaversion bestimmt.⁹² Bereits in Kapitel 2.2.4 wurde das Beispiel 2.2.2 vorgestellt, welches auf dem Modell einer Bank mit Zugang zu einem unverzerrten und kompetitiven Terminmarkt basiert und dem Modell des hier betrachteten Stromerzeugers sehr ähnelt. Bei beiden Modellen wirken Hirschleifer- und Blackwell-Effekt bei einer Verbesserung des Informationsstandes bzw. einer Erhöhung der Markttransparenz. Auch für das Stromerzeugungsunternehmen kann in Abhängigkeit des Grades der Risikoaversion die Erhöhung der Markttransparenz zu einem Anstieg oder einer Verringerung des erwarteten Nutzens führen.⁹³ Die folgende Abbildung verdeutlicht diesen Zusammenhang.

⁹²Auch in anderen Modellen können die beschriebenen und entgegengesetzt wirkenden Effekte ermittelt werden. Welcher Effekt eine stärkere Wirkung auf den Erwartungsnutzen aufweist, kann nur in Abhängigkeit des Grades der Risikoaversion ermittelt werden. (Vgl. z. B. Broll/Eckwert (2007): S. 13 f., Broll et al. (2010): S. 12 f., Eckwert/Zilcha (2003): S. 52 ff., Hermelingmeier (2010a): S. 97 ff.)

⁹³Vgl. Erläuterungen zu Abbildung 2.4 in Kapitel 2.2.4.

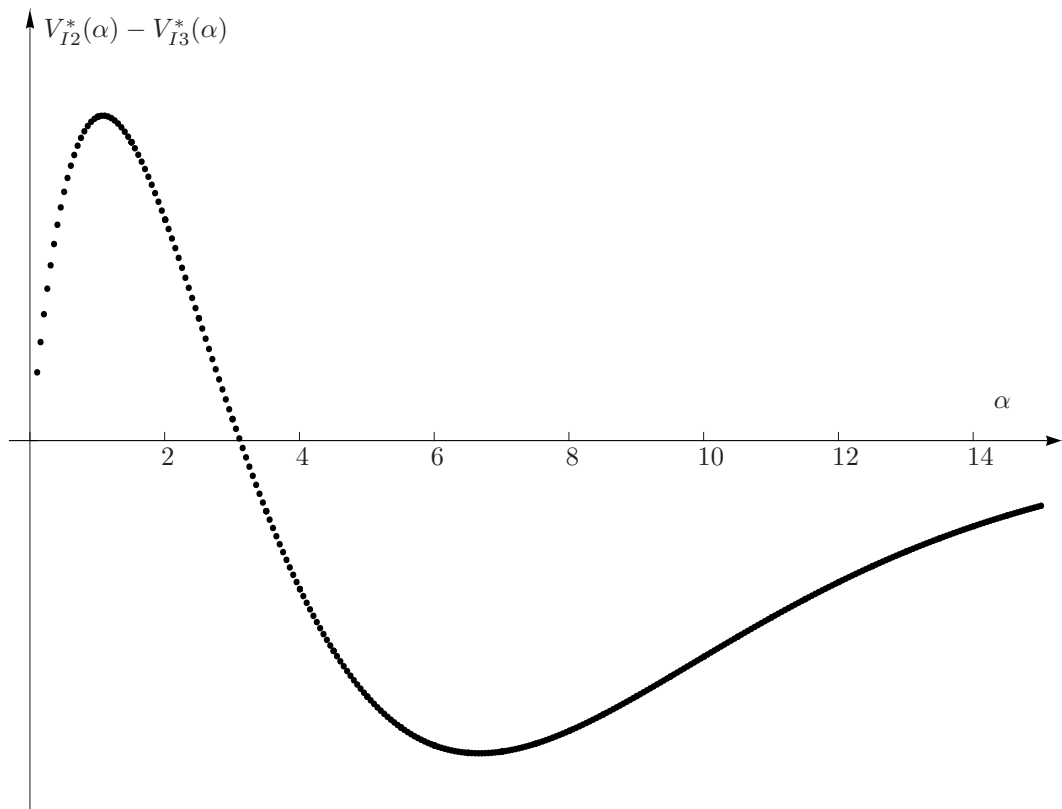


Abbildung 5.2: Auswirkungen einer Erhöhung der Transparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate auf den Erwartungsnutzen in Abhängigkeit des Grades der absoluten Risikoaversion.⁹⁵

Bei der Erstellung der Abbildung wurde unterstellt, dass der Preis der CO₂-Zertifikate die Werte 2 €, 3 €, 4 €, 5 €, 6 €, 7 €, 8 € oder 9 € pro Zertifikat annehmen kann. Für den CO₂-Zertifikatemarkt wird eine Erhöhung des Transparenzgrades betrachtet, was einem Übergang der Nutzung von Informationssystem I_3 zu System I_2 entspricht.⁹⁶ Vor der Erhöhung der Transparenz wird das Informationssystem I_3 genutzt. Dieses System impliziert für den Erhalt von jedem der acht möglichen Informationssignale eine bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Zertifikatepreise, die einer Gleichverteilung entspricht. Dementsprechend ist dieses System vollständig uninformativ. Durch eine Erhöhung des Transparenzgrades auf dem CO₂-Zertifikatemarkt kann das Informationssystem I_2 genutzt werden. Die Präferenzen des Stromerzeugers werden durch eine exponentielle Nutzenfunktion abgebildet, wobei der Grad der Risikoaversion durch

⁹⁵Eigene Darstellung. (Vgl. Anhang C.2 sowie Anhang C.7.)

⁹⁶Die Informationssystem I_2 und I_3 sind Anhang C.2 angegeben. Die für das Stromerzeugungsunternehmen unterstellte Datenkonstellation für die Erstellung der Grafik ist in Anhang C.7 angegeben.

α gegeben ist. Durch $V_{I_3}^*(\alpha)$ und $V_{I_2}^*(\alpha)$ sind die Werte des unbedingten maximalen Erwartungsnutzens des Stromerzeugers bei Nutzung von Informationssystem I_3 bzw. I_2 gegeben. In Abbildung C.3 ist auf der ersten Achse der Grad der durch die Nutzenfunktion implizierten Risikoaversion, α , abgetragen. Auf der zweiten Achse ist die Differenz der maximalen Erwartungsnutzen in Abhängigkeit des Grades der Risikoaversion $V_{I_2}^*(\alpha) - V_{I_3}^*(\alpha)$ angegeben. Abbildung C.3 verdeutlicht, dass die Auswirkung eines geänderten Informationsstandes nicht einheitlich positiv oder negativ ist. Der Anstieg des unbedingten Erwartungsnutzens, $V_{I_2}^*(\alpha) - V_{I_3}^*(\alpha)$, durch den Anstieg der Transparenz auf dem CO₂-Zertifikatemarkt ist für die Ersetzung des uninformativen Informationssystems I_3 durch das informativer System I_2 für niedrigere Werte der Risikoaversion positiv und für höhere Werte der Risikoaversion negativ. Anhand der Grafik wird deutlich, dass durch die Erhöhung der Transparenz zwei gegenläufige Wirkungen auf den Erwartungsnutzen entstehen. Welcher der beiden Effekte stärker auf die Höhe des Erwartungsnutzens wirkt, wird durch den Grad der Risikoaversion bestimmt. Das Ergebnis des Beispiels bzw. der Abbildung steht damit im Einklang mit dem Ergebnis von Satz 5.2.5.

Ein alternativer Vergleich der Auswirkung von zusätzlicher Information für das Stromerzeugungsunternehmen in Abhängigkeit des Grades absoluten Risikoaversion kann auf Basis der Ermittlung der zugehörigen Sicherheitsäquivalente für die unterschiedlichen Grade der Markttransparenz erfolgen.⁹⁷ Der Vergleich der unterschiedlichen Transparenzgrade auf dem Markt für CO₂-Zertifikate mit Hilfe der Sicherheitsäquivalente ermöglicht den Vergleich der Vorteilhaftigkeit unterschiedlicher Transparenzgrade auf Basis von Größen, die in Geldeinheiten gemessen werden. Dies ermöglicht eine vereinfachte Berücksichtigung von Kosten, die sich Markttransparenz.⁹⁸

Die folgende Tabelle fasst die Ergebnisse der Analysen zu den Auswirkungen einer Erhöhung der Transparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate zusammen.

⁹⁷Vgl. Kapitel 2.2.2.3.

⁹⁸Vgl. Abbildung C.3 in Anhang C.8 in Anhang C.

	Erhöhung der Markttransparenz
X_G	\uparrow , für $e_G = e_K$: \rightarrow
X_K	\downarrow , für $e_G = e_K$: \downarrow
X_{G+K}	\downarrow
erw. Stromproduktion	für $RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$: \downarrow , für $e_G = e_K$: \downarrow
erw. Gesamtkosten	für $2RF(x_G^*(y_m)) \geq PF(x_G^*(y_m))$: \downarrow , für $e_G = e_K$: \downarrow
erw. Gewinn	\uparrow
erw. Nutzen	für $ARA(\Pi^*) \leq -\frac{(e_K - e_G)^2}{f''(x_G^*(y_m))Ps(e_G x_G^*(y_m) + e_K x_K^*(y_m))^2}$: \uparrow

Tabelle 5.1: Ergebnisse der Analyse einer Erhöhung der Transparenz auf dem CO₂-Zertifikatemarkt.¹⁰⁰

¹⁰⁰Eigene Erstellung.

Kapitel 6

Zusammenfassung

Das vorliegende sechste Kapitel beinhaltet eine Zusammenfassung der Arbeit sowie die wichtigsten Ergebnisse, die im Rahmen des aufgestellten Modells für einen Stromerzeuger erzielt wurden. Zudem wird ein Ausblick auf offene Fragestellungen des Themenbereiches und weitere Ansätze zur Untersuchung des Verhaltens von Teilnehmern des Stromerzeugungsmarktes gegeben.

Die Besonderheiten des Stromerzeugungsmarktes, wie z. B. die Homogenität von Strom, der leitungsgebundene Transport sowie verschiedene Nebenbedingungen, die die Erzeugungs- und Transportkapazitäten betreffen, führen für stromerzeugende Unternehmen zu einem komplexen Entscheidungsumfeld. Für Akteure auf dem Energieerzeugungsmarkt stellen zudem die vielfältigen Regulierungsvorschriften, deren regelmäßige Veränderungen sowie die mit der Erfüllung der Vorschriften verbundenen Kosten eine Herausforderung dar. Für die Entscheidungen eines Stromerzeugers ergeben sich folglich eine Vielzahl von unsicheren Größen, die die zukünftigen Konsequenzen von heutigen Entscheidungen beeinflussen. Im Rahmen der Arbeit liegt das Augenmerk auf den Beeinflussungen der Entscheidungen zur Verwendung von Gas und Kohle bzw. der Entscheidung über die Höhe der Stromproduktion durch das gemäß des Kyoto-Protokolls eingeführte CO₂-Zertifikatehandelssystem. Die Entscheidungssituation kann durch zusätzliche Information über die Entwicklung der betrachteten unsicheren Größen verbessert werden, so dass eine präzisere Prognose über die Entwicklung der unsicheren Größen getätigt werden kann. Außerdem wird in der Arbeit die Auswirkung einer erhöhten Markttransparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate, die mit einer Verbesserung des Informationsstandes des Stromerzeugers verbunden ist, auf die Verwendung der Produktionsfaktoren bzw. auf die Höhe der Stromproduktion untersucht.

Durch die verfasste Arbeit soll die Literatur erweitert werden, die sich mit dem Entscheidungsverhalten eines kompetitiven Stromerzeugungsunternehmens auf Basis von industrieökonomischen Modellen befasst. Zudem erfolgt eine Erweiterung der Literatur im Bereich der Relevanz von Markttransparenz auf dem Energiemarkt. Der Vergleich von verschiedenen Transparenzgraden auf dem CO₂-Zertifikatemarkt basiert auf dem Vorgehen von Blackwell bzw. von Kihlstrom.¹ Im zweiten Kapitel werden nach der Festlegung des Entscheidungsmodells auf Basis des Bernoulli-Prinzips u. a. verschiedene Maße vorgestellt, die geeignet sind, Entscheidungen auf Basis von unterschiedlichen Informationsständen bzgl. der Höhe der Ergebnisgröße zu vergleichen. Die Ergebnisse von Entscheidungen können auf Basis der durch die zusätzliche Information erzeugten Änderung des Erwartungsnutzens oder auf Basis der Ermittlung von monetären Werten bewertet werden. Der monetäre Wert von Information ist der zusätzliche sichere Geldbetrag, der in der Situation ohne zusätzliche Information zu einer gleich hohen Änderung des Erwartungsnutzens führen würde, wie der Erhalt der zusätzlichen Information. Durch die Ermittlung von monetären Werten der Information kann einer Veränderung des Informationsstandes ein in Geldeinheiten gemessener Betrag zugeordnet werden, der den Wert widerspiegelt, den der Entscheider für den Erhalt der Information gerade noch bereit ist zu zahlen. Zudem werden im zweiten Kapitel ausführlich die Zusammenhänge zwischen der Bewertung von Information und dem Grad der Risikoaversion beschrieben. Im dritten Kapitel werden verschiedene Ansätze vorgestellt, die zum Vergleich des Informationsgehalts von Informationssystemen verwendet werden können. Dabei werden Rangordnungen über Informationssysteme unabhängig vom eigentlichen Entscheidungsproblem und ausschließlich auf Basis der bedingten Wahrscheinlichkeitsfunktionen hergeleitet.

Im vierten Kapitel wird ein industrieökonomisches Modell erweitert, wie es unter anderem von Paroush und Wolf verwendet wird, so dass die charakteristischen Eigenschaften des Entscheidungsproblems eines Stromerzeugers berücksichtigt werden.² Durch das Modell wird ein unsicherer Preis der Berechtigungszertifikate für die CO₂-Emission berücksichtigt. Auf Basis des aufgestellten Modells werden die optimalen Entscheidungen über die Verwendung von Gas und Kohle zur Stromerzeugung hergeleitet und Sensitivitäten der Ergebnisse bei Veränderungen der unterstellten Modellparameter untersucht. Es werden die Wirkungen einer Erhöhung der Risikoaversion, des Stromabsatzpreises, der Emissionsrate einer Stromerzeugungstechnologie sowie des erwarteten CO₂-

¹Vgl. Blackwell (1951): S. 93-102, Blackwell (1953): S. 265-272 sowie Kihlstrom (1984): S. 12-31.

²Vgl. Paroush/Wolf (1992): S. 831-844.

Zertifikatepreises und des Risikos des CO₂-Zertifikatepreises untersucht. Im Rahmen der komparativ-statischen Analyse wird deutlich, dass die Auswirkung einer Änderung eines Parameters abhängig von der Relation der Emissionsraten von Gas und Kohle ist. Für die emissionsstärkere Technologie kann jeweils ein eindeutiger Gesamteffekt hergeleitet werden, während für die andere Technologie der Gesamteffekt nicht eindeutig bestimmbar ist. Der Effekt auf die emissionsärmere Technologie wird durch zwei gegenläufige Teileffekte bestimmt, die zum einen aus einem für beide Produktionsfaktoren gleichgerichtet wirkenden Effekt der Änderung des betrachteten Parameters resultieren und zum anderen aus einem Substitutionseffekt, der durch eine Veränderung der relativen Attraktivität der beiden Stromerzeugungstechnologien zur Stromproduktion entsteht. Der Substitutionseffekt kann den ersten Teileffekt teilweise oder vollständig kompensieren oder überkompensieren, da zwischen den Stromerzeugungstechnologien ein substitutionaler Zusammenhang besteht.³ Bei Einführung eines unverzerrten und kompetitiven Terminmarktes, an dem das CO₂-Zertifikatepreisrisiko gehandelt werden kann, ist der Nachweis der in der Literatur für ähnliche Modelle häufig zu findenden Vollabsicherungsaussage, möglich.⁴

Im fünften Kapitel wird die Auswirkung einer Erhöhung der Markttransparenz auf die optimalen Entscheidungen bei Existenz eines Terminmarktzugangs für den Stromerzeuger untersucht, die in Kapitel 4.2.3 hergeleitet werden. Ein Anstieg der Markttransparenz entspricht einer Verbesserung des Informationsstandes. Der Vergleich von verschiedenen Transparenzgraden auf dem CO₂-Zertifikatemarkt basiert auf der Anwendung des Ansatzes von Blackwell und Kihlstrom.⁵ Die Erhöhung der Markttransparenz führt zu einem Anstieg der erwarteten Verwendung des Faktors Gas und zu einer verringerten erwarteten Nutzung des Faktors Kohle. Zudem kann gezeigt werden, dass die Summe der erwarteten Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren zurückgeht. Für das Ausmaß der Änderung der Verwendungsmengen von Gas und von Kohle hat die Krümmung der Grenzproduktivitätsfunktion des Faktors Gas eine maßgebliche Relevanz. Die Auswirkungen von höherer Markttransparenz auf die Veränderung der erwarteten Stromproduktion und die erwarteten Gesamtkosten der

³Eine Zusammenfassung der Ergebnisse in tabellarischer Form findet sich am Ende von Kapitel 4.2.2.5.

⁴Die Vollabsicherungsaussage wird im Rahmen von Modellen zu optimalen Produktions-, Absatz- oder Exportentscheidungen bei Existenz eines unverzerrten Terminmarktes erhalten. (Vgl. z. B. Adam-Müller (1997): S. 1424, Briys et al. (1993): S. 952, Danthine (1978): S. 82 f., Ethier (1973): S. 496, Feder et al. (1980): S. 322, Grant (1985): S. 632, Holthausen (1979): S. 990 oder Safra/Zilcha (1986): S. 147.)

⁵Vgl. Blackwell (1951): S. 93-102, Blackwell (1953): S. 265-272 sowie Kihlstrom (1984): S. 12-31.

Stromerzeugung werden ebenfalls durch die Eigenschaften der Produktionsfunktion des Faktors Gas beeinflusst. Durch zwei gegenläufige Effekte, die durch die Krümmung der Produktionsfunktion und die Krümmung der Grenzproduktivitätsfunktion bestimmt werden, wird das Vorzeichen der Änderungen von erwarteter Stromproduktion und erwarteten Gesamtkosten festgelegt. Des Weiteren kann gezeigt werden, dass eine höhere Transparenz zu einem Anstieg des erwarteten Gewinns führt. Der mit der höheren Markttransparenz einhergehende verbesserte Informationsstand ermöglicht eine besser angepasste Festlegung der Verwendungsmengen von Gas und Kohle an die signalabhängigen Terminkurse der CO₂-Zertifikate. Aus dem kosteneffizienteren Einsatz der Produktionsfaktoren resultiert immer ein Anstieg des erwarteten Gewinns. Die Auswirkung von höherer Markttransparenz auf den Erwartungsnutzen wird durch die Höhe der Risikoaversion bestimmt und kann positiv oder negativ sein. Ein Anstieg der Transparenz kann zwei gegenläufige Effekte auf die Höhe des Gewinnrisikos haben, deren Abwägung vom Grad der absoluten Risikoaversion abhängt.

Ein Aspekt der Analyse des Entscheidungsverhaltens von Stromerzeugungsunternehmen, der im vorgestellten Modell nicht betrachtet wurde, ist die Berücksichtigung von Interaktion zwischen einzelnen Stromerzeugern. Besteht der Markt aus nur wenigen Stromerzeugerunternehmen, kann mit Hilfe eines Cournot-Modells die Abhängigkeit zwischen den Stromerzeugungsentscheidungen der Marktteilnehmer modelliert werden.⁶ Wird unterstellt, dass alle Marktteilnehmer den Erwartungsnutzen auf Basis einer Gewinngleichung maximieren, wie sie durch das Entscheidungsproblem (4.7) in Kapitel 4.2.2.1 gegeben ist, und dass der Stromabsatzpreis durch eine inverse Nachfragefunktion gegeben ist, können die gegenseitigen Beeinflussungen der Stromerzeugungsentscheidung bei Unsicherheit bzgl. der CO₂-Zertifikatepreise analysiert werden.⁷ Im Gegensatz zu dem in dieser Arbeit verwendeten Modell ist die Stromerzeugungsentscheidung dann auch abhängig von der am Markt insgesamt angebotenen Strommenge. Dieser Ansatz kann dann ebenfalls um den Zugang zu einem Terminmarkt erweitert werden, an dem Stromerzeuger Terminkontrakte, die sich auf die CO₂-Zertifikate beziehen, handeln können.

Eine weitere Fragestellung, die im Rahmen eines Cournot-Modells betrachtet werden kann, ist die Frage nach der Auswirkung der Unsicherheit über die Strommenge, die am Markt absetzbar ist und durch die unsichere Einspeisung von Strom aus erneuerba-

⁶Vgl. z. B. Day et al. (2002): S. 597-607, Ellersdorfer (2005): S. 1-32, Garcia-Alcade et al. (2002): S. 1-6, Murphy/Smeers (2005): S. 650 ff., Powell (1993): 444-453, oder Smeers (1997): S. 1-31.

⁷Vgl. z. B. Allaz (1992): S. 300.

ren Energie resultiert. Da Strom aus erneuerbaren Energie vorrangig in das Stromnetz eingespeist wird und erst danach Strom aus Kohle- oder Gaskraftwerken eingespeist bzw. zur Bedienung der Nachfrage benötigt wird, schwankt die Nachfrage nach Strom zusätzlich durch die Stromerzeugung aus den erneuerbaren Energien. Im Rahmen des im vorherigen Absatz kurz erläuterten Cournot-Modells kann dieser Effekt durch eine stochastische Komponente in der Preisabsatzfunktion berücksichtigt werden.⁸ Eine Analyse der Auswirkung der unsicheren Stromerzeugung aus erneuerbaren Energien auf die Stromerzeugungsentscheidungen mit Hilfe von Gas oder Kohle wäre dann möglich. Ein nicht untersuchter Aspekt der Analyse der Konsequenzen von erhöhter Markttransparenz ist die Berücksichtigung von Kosten im Zusammenhang mit einem Transparenzanstieg. Höhere Markttransparenz entsteht z. B. durch das Sammeln und der Verpflichtung zur Meldung von Daten über den Handel oder die Erzeugung von Strom sowie über die vorhandenen Erzeugungskapazitäten. Die Schaffung von Prozessabläufen oder der Aufbau der Infrastruktur einer elektronischen Informationstechnik, die in einem Unternehmen die Sammlung von Daten sicherstellt, verursacht Kosten und kann daher einen Teil der möglicherweise positiven Effekte von höherer Markttransparenz kompensieren oder überkompensieren.⁹ Für die Ermittlung des Betrages, den ein Marktteilnehmer maximal bereit ist zu zahlen, um die Transparenz auf einem Markt zu erhöhen, kann mit Hilfe des monetären Wertes von Information aus Kapitel 2.2.2.2 ermittelt werden.

⁸Die Berücksichtigung einer stochastischen Nachfragefunktion in einem Cournot-Modell wird z. B. in der Arbeit von Eldor und Zilcha oder in der Arbeit von Powell vorgestellt. (Vgl. z. B. Eldor/Zilcha (1990): S. 17-26 oder Powell (1993): S. 444-453).

⁹Die Erläuterung zur Berücksichtigung von Kosten der zusätzlichen Information bzw. einer höheren Markttransparenz werden anhand Gleichung (2.28) in Kapitel 2.2.2.1 erläutert.

Anhang

A Allgemeines

A.1 Vorstellung eines Modells, das ein produzierendes Unternehmen abbildet, zur Verdeutlichung der möglichen Auswirkungen von zusätzlicher Information auf den Erwartungsnutzen

Bereits für den einfachen Fall des Vergleichs von zwei Informationssystemen, I_1 und I_2 , mit jeweils drei möglichen Informationssignalen und drei möglichen Umweltzuständen kann ein Beispiel erzeugt werden, welches die Abhängigkeit der Änderung des Informationsstandes vom Grad der absoluten Risikoaversion verdeutlicht.

Beispiel A.1 *Im folgenden Modell wird ein Unternehmen mit einer konvexen Kostenfunktion $C(x_p)$, mit $C'(x_p) > 0$, betrachtet, wobei x_p St. die vom Unternehmen zu wählende Produktionsmenge darstellt. Erlöse realisiert das Unternehmen aus dem Verkauf der produzierten Menge an Gütern zum unsicheren Preis \tilde{s} . Es wird unterstellt, dass das betrachtete Unternehmen kompetitiv ist, d. h. das Unternehmen durch die gewählte Produktionsmenge, x_p St., und die daraus resultierende Produktionsmenge nicht in der Lage ist den am Markt gegebenen Absatzpreis des Produktes zu beeinflussen.¹⁰ Erlöse und Kosten sind vollständig zahlungswirksam und werden jeweils am Ende der Periode realisiert. Zum Beginn der Periode in Zeitpunkt $t = 0$ wird die Entscheidung über die optimale Menge des zu verwendenden Produktionsfaktors x_p getroffen. Es wird für das Beispiel angenommen, dass das Unternehmen aufgrund von technologischen Eigenschaften der Produktionsanlage zwischen den beiden Werten $x_{p1} = 8$ St. und $x_{p2} = 1$ St. für die zu verwendende Menge an Produktionsfaktoren wählen kann. Die Produktionsfunktion weist eine steigende sowie eine abnehmende Grenzproduktivität auf.*

¹⁰Vgl. Kreps (1990): S. 264 ff.

tät des verwendeten Produktionsfaktors auf und ist durch die Funktion $f(x_p) := (x_p)^{0,4}$ gegeben.¹¹ Für die Dauer des Zeitraums zwischen den Zeitpunkten Null und Eins wird ein Zinssatz in Höhe von 0% p. a. unterstellt. Der unsichere Preis \tilde{s} in €, zu dem das Unternehmen seine Güter absetzen kann, ist abhängig vom eintretenden Umweltzustand und weist in den Zuständen 1, 2, und 3 die Werte $s_1 = 40 \text{ €/St.}$, $s_2 = 0,4 \text{ €/St.}$ und $s_3 = 4 \text{ €/St.}$ auf. Für das Unternehmen ergibt sich ein unsicherer Gewinn in Höhe von.¹²

$$\tilde{\Pi}(x_p) = \tilde{s} x_p - C(x_p). \quad (\text{A.1})$$

Die Präferenzen des Unternehmens werden durch eine von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion, U , erfasst, die risikoaverses Verhalten unterstellt. Damit weist die Nutzenfunktion einen positiven und abnehmenden Grenznutzen auf und ist damit konkav in der Ergebnisgröße. Die optimale Produktionsmenge ist so zu wählen, dass der erwartete Nutzen maximiert wird.¹³ Das Unternehmen nutzt für seine Entscheidungen über die optimale Produktionsmenge ein Informationssystem, so dass für jedes der Informationssignale der bedingte Erwartungsnutzen maximiert wird. Die optimale Produktionsmenge, $x_p^*(y_m)$, mit $m = 1, \dots, M$, nach Erhalt eines Informationssignals ist gegeben durch.¹⁴

$$\max_{x_p} E[U(\tilde{\Pi}(x_p(y)))|y]. \quad (\text{A.2})$$

Unter der Annahme, dass die Entscheidungsträger des Unternehmens nach dem Erhalt von jedem der möglichen Informationssignale die optimale Produktionsmenge, $x_p^*(y_m)$, wählen, kann der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis von Definition 2.2.3 in Kapitel 2.2.2 bestimmt werden. Der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis von Informationssystem I_1 bzw. I_2 wird mit $V_{I_1}^*$ bzw. $V_{I_2}^*$ bezeichnet. Die Informationssysteme sind

¹¹Vgl. z. B. Varian (2010): S. 333 ff.

¹²Das vorgestellte Beispiel basiert auf einem einfachen Modell eines produzierenden Unternehmens, welches aus der mikroökonomischen Theorie stammt und häufig verwendet wird. (Vgl. z. B. Henderson/Quandt (1971): S. 67 ff., Hey (1981a): S. 753 ff., Ishii (1977): S. 768 ff., Sandmo (1971): S. 66 ff. oder Varian (2010): S. 345 ff.)

¹³Vgl. Kapitel 2.1.2

¹⁴Vgl. Gleichung 2.26 in Kapitel 2.2.2.

jeweils durch die auf das Signal bedingten Eintrittswahrscheinlichkeiten $p(s_i|y_m)$, mit $i, m = 1, 2$ gegeben.¹⁵¹⁶

Für die Verdeutlichung der Auswirkung eines geänderten Grades der absoluten Risikoaversion auf die Bewertung einer Änderung des Informationsstandes wird eine exponentielle Nutzenfunktion $U(z) = -0,5 \exp(-0,01\alpha z)$, wobei z der Wert der Zielgröße und α , mit $\alpha > 0$, der Wert der absoluten Risikoaversion ist, unterstellt.¹⁷ Die unbedingten erwarteten Nutzen für das Entscheidungsproblem gemäß Gleichung (A.2) der beiden betrachteten Informationssysteme I_1 bzw. I_2 in Abhängigkeit der Höhe der Risikoaversion, α , werden mit $V_{I_1}^*(\alpha)$ bzw. $V_{I_2}^*(\alpha)$ bezeichnet. In der folgenden Abbildung werden die unbedingten Erwartungsnutzen der betrachteten Informationssysteme, $V_{I_1}^*(\alpha)$ und $V_{I_2}^*(\alpha)$, sowie die Differenz der Erwartungsnutzen $V_{I_2}^*(\alpha) - V_{I_1}^*(\alpha)$ jeweils in Abhängigkeit der Höhe des Grades der absoluten Risikoaversion für das vorgestellte Beispiel dargestellt.

¹⁵Die Informationssysteme sind in Anhang C.1 angegeben. (Vgl. Anhang C.1.)

¹⁶Vgl. u. a. Marschak/Miyasawa (1968): S. 144 f., Marschak/Radner (1972): S. 51 ff. oder Savage (1972): S. 125 ff.

¹⁷Die exponentielle Nutzenfunktion zeichnet sich durch einen vom Anfangsvermögen unabhängigen Grad der absoluten Risikoaversion aus. (Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 27 und Ingersoll (1987): S. 39.)

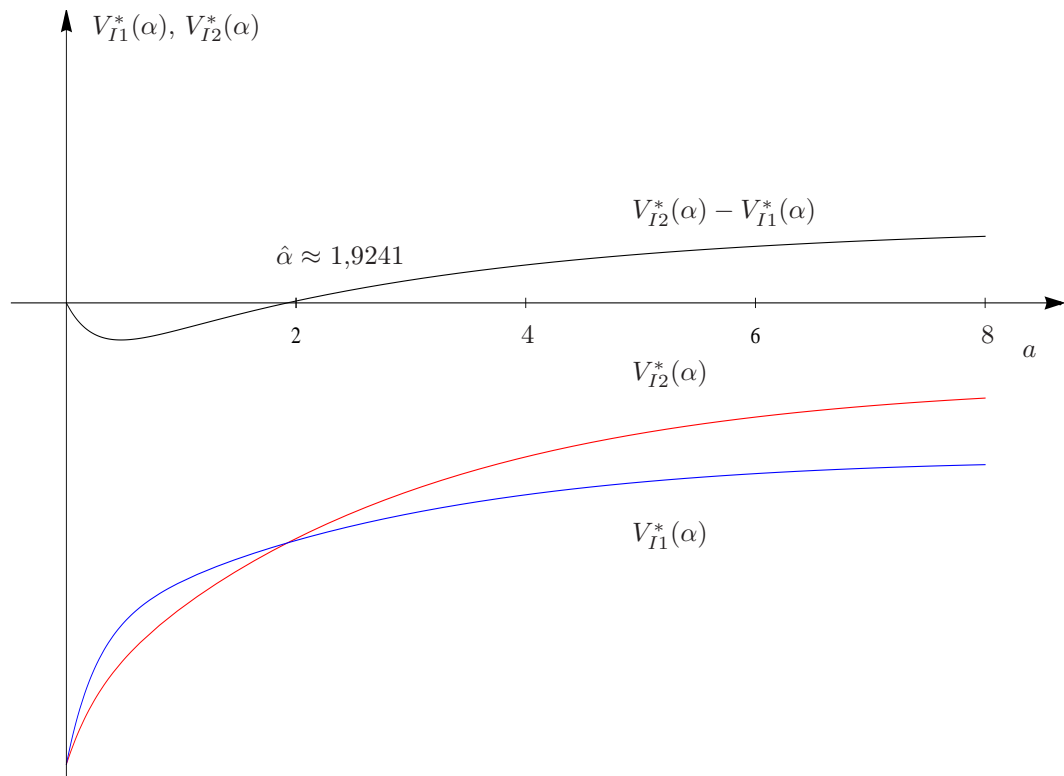


Abbildung A.1: Die Differenz der Erwartungsnutzen zweier Informationssysteme in Abhängigkeit des Risikoavversionsparameters α .¹⁹

Der maximale unbedingte Erwartungsnutzen in Abhängigkeit des Grades der absoluten Risikoaversion, α , mit $\alpha > 0$, auf Basis von Informationssystem I_1 bzw. I_2 ist durch die rote Kurve bzw. die blaue Kurve dargestellt. Die Höhe des maximalen Erwartungsnutzens variiert mit der Höhe der absoluten Risikoaversion. Da im vorliegenden Beispiel eine exponentielle Nutzenfunktion unterstellt wird, steigt der maximale Erwartungsnutzen mit steigendem Grad der Risikoaversion. Der Verlauf der Nutzenfunktionen für beide Informationssysteme wird durch die Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie die optimalen Handlungen bestimmt.²⁰ Es existiert ein Wert, $\hat{\alpha}$, für die Höhe der Risikoaversion, für den sich die Kurven der maximalen Erwartungswerte schneiden. Ist der Grad der Risikoaversion geringer als der Wert $\hat{\alpha}$, ist der maximale Erwartungsnutzen auf Basis von Informationssystem I_1 höher als der Erwartungsnutzen auf Basis von

¹⁹Eigene Darstellung.

²⁰Vgl. z. B. Franke/Hax (2009): S. 308 ff. oder Laux et al. (2012): S. 141 ff.)

Informationssystem I_2 . Ist der Wert der absoluten Risikoaversion größer als $\hat{\alpha}$ ist die Rangfolge über die Informationssysteme auf Basis des maximalen Erwartungsnutzens umgekehrt. Damit ist für einen risikoaversen Entscheider die Wahl zwischen den beiden Informationssystemen abhängig vom Ausmaß der Risikoaversion. Durch die schwarze Linie ist die Differenz der beiden unbedingten Erwartungsnutzen, $V_{I_2}^*(\alpha) - V_{I_1}^*(\alpha)$, dargestellt. In Abhängigkeit der Höhe der Risikoaversion ist diese Differenz positiv oder negativ.

Der Austausch von Informationssystem I_1 gegen das Informationssystem I_2 führt zu Veränderungen der Wahrscheinlichkeitsverteilungen über den Absatzpreis des Produktes sowie über den Gewinn des Unternehmens. Hieraus resultiert eine Veränderung des erwarteten Gewinns des Unternehmens sowie Veränderung dessen Risikos, gemessen durch die Standardabweichung.²¹ Für die Höhe der Änderung des Erwartungsnutzens durch eine Änderung des Informationsstandes sind die Änderungen der Höhe des Erwartungswertes und des Risikos der Zielgröße relevant, da der Entscheider risikoavers ist.²² Das Ausmaß der Wirkung von Änderungen des Erwartungswertes und des Risikos des Unternehmensgewinn wird durch die Höhe der absoluten Risikoaversion beeinflusst. Damit ist auch die Auswirkung auf die Höhe der Änderung des Erwartungsnutzens durch den geänderten Informationsstand abhängig von der Höhe der unterstellten Risikoaversion des Entscheiders.

Der Verlauf der Kurve, $V_{I_2}^*(\alpha) - V_{I_1}^*(\alpha)$, in Abbildung A.1 zeigt, dass der Entscheider

²¹Wie in Kapitel 2.2.3 erläutert, kann sich ebenfalls die Höhe des Wertes des Gewinns in den einzelnen Zuständen verändern, wenn sich durch die Änderung des Informationsstandes die signalabhängigen optimalen Handlungen verändern. Durch die Änderung der Struktur der Werte für den Gewinn können Reichtumseffekte auftreten, die dann auf die Höhe der Risikoaversion wirken. Da aber eine Nutzenfunktion mit konstanter Risikoaversion unterstellt wurde, treten diese Effekte durch die Änderung des Informationsstandes nicht auf. (Vgl. Kapitel 2.2.3.)

²²Im betrachteten Beispiel wird eine exponentielle Nutzenfunktion unterstellt. Für exponentielle Nutzenfunktionen mit einer normalverteilten Zufallsvariablen stimmen die Rangfolge auf Basis des Bernoulli-Prinzips und auf Basis des (μ, σ) -Prinzips überein. Die Normalverteilungsannahme ist im betrachteten Beispiel jedoch nicht erfüllt, da nur zwei mögliche Zustände auftreten können. (Vgl. Kapitel 2.1.1 und Franke/Hax (2009): S. 308 ff.) In einer Arbeit von Meyer aus dem Jahr 1987 wird ein anderes Kriterium vorgestellt, das die Vereinbarkeit beider Entscheidungsprinzipien sicherstellt. Durch die Location-Scale-Eigenschaft wird unterstellt, dass die kumulativen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der einzelnen Handlungsalternativen sich nur durch eine positive lineare Transformation der Zufallsvariable voneinander unterscheiden. Ist diese Annahme erfüllt, sind die Entscheidung auf Basis des Bernoulli- und (μ, σ) -Prinzips miteinander vereinbar. Im vorliegenden Beispiel besteht zwischen den beiden kumulativen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der beiden Handlungsalternativen der Location-Scale-Zusammenhang, da der unsichere Gewinn bei beiden möglichen Handlungsalternativen, x_{p1} und x_{p2} , eine positive lineare Transformation des unsicheren Absatzpreises darstellt. Die Entscheidung auf Basis der Nutzenfunktion kann daher äquivalent mit Hilfe einer (μ, σ) -Präferenzfunktion durchgeführt werden. (Vgl. Meyer (1987): S. 421-430.)

die Ersetzung von Informationssystem I_1 durch das System I_2 für Grade der Risikoaversion, die geringer sind als $\hat{\alpha}$, als negativ bewertet. Für diese Risikoaversionsgrade ist der maximale Erwartungsnutzen auf Basis von Informationssystem I_2 geringer als der auf Basis von Informationssystem I_1 . Wird dagegen für den Entscheider ein Grad der Risikoaversion unterstellt, der größer als $\hat{\alpha}$ ist, gilt $V_{I_2}^*(\alpha) > V_{I_1}^*(\alpha)$ und die Differenz der Erwartungsnutzen ist positiv. Für Werte der Risikoaversion, die geringer sind als $\hat{\alpha}$, werden die Auswirkungen der Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung, z. B. auf das Risiko sowie den Erwartungswert des Gewinns tendenziell als negativ bewertet, so dass der maximale unbedingte Erwartungsnutzen abnimmt. Erst für Grade der Risikoaversion, die größer als $\hat{\alpha}$ sind, werden die kombinierten Auswirkungen der Änderung der Wahrscheinlichkeitsverteilung als positiv bewertet. Würde unterstellt werden, dass der Absatzpreis normalverteilt ist, könnte gezeigt werden, dass das Bernoulli-Prinzip und das (μ, σ) -Prinzip miteinander vereinbar sind. In diesem Fall kann die exponentielle Nutzenfunktion in eine (μ, σ) -Präferenzfunktion der Form $\Phi(\mu, \sigma) = \mu - (\alpha/2)\sigma^2$ überführt werden, wobei μ der Erwartungswert sowie σ^2 die Varianz des Gewinns und α den Parameter der Risikoaversion darstellen.²³ In diesem Fall ist durch den Faktor $-\alpha/2$ das Austauschverhältnis zwischen Änderungen des Erwartungswertes und Änderungen der Varianz des Gewinns bei konstantem Wert der Präferenzfunktion gegeben. Liegt eine Präferenzfunktion in der genannten Form explizit vor, können die Aussagen über die Auswirkung des geänderten Informationsstandes direkt anhand der Änderungen der beiden Parameter abgeleitet werden. Ist beispielsweise für einen bestimmten Grad der absoluten Risikoaversion bei normalverteiltem Absatzpreis und damit ebenfalls normalverteiltem Gewinn die Differenz der Erwartungsnutzen der Informationssysteme, $V_{I_2}^*(\alpha) - V_{I_1}^*(\alpha)$, positiv, bedeutet dies, dass entweder durch die Erhöhung des erwarteten Gewinns die Änderung der Varianz des Gewinns überkompensiert wird oder dass der Rückgang der Varianz des Gewinns die Änderung des erwarteten Gewinns überkompensiert. Ist die (μ, σ) -Präferenzfunktion nicht bekannt, sind nur tendenzielle Aussagen möglich.^{24 25}

²³Wird unterstellt, dass der Preis normalverteilt ist, resultiert hieraus das ökonomische Problem von positiven Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten von negativen Realisierungen der Preise. Dies kann in Abhängigkeit des unterstellten Absatzproduktes bzw. des unterstellten Entscheidungsproblems zu Problemen der ökonomischen Interpretation führen.

²⁴Vgl. Franke/Hax (2009): S. 308 ff., Freund (1956): S. 255 oder Laux et al. (2012): S. 141 ff.

²⁵Eine positive lineare Transformation einer normalverteilten Zufallsvariable ist wieder eine normalverteilte Zufallsvariable. (Vgl. z. B. Pratt et al. (1995): S. 174.)

A.2 Vorstellung des Bankenmodells zur Untersuchung des Zusammenhangs zwischen der Vorteilhaftigkeit von zusätzlicher Information und dem Grad der Risikoaversion

Das in diesem Abschnitt des Anhangs vorgestellte Modell basiert auf dem Modell von Broll und Eckwert aus dem Jahr 2006, welches eine Erweiterung des Bankenmodells nach Freixas und Rochet darstellt.²⁶ Betrachtet wird eine kompetitive Bank, die Einlagen in Höhe des Volumens D annimmt und Kredite in Höhe des Volumens L vergibt. Der Betrag des Haftungskapitals der Bank wird mit K und der Betrag des Nettoanlagevolumens wird mit M bezeichnet und kann durch $M = K + D - L$ bestimmt werden. Das Nettoanlagevolumen wird am Interbankenmarkt zu dem dort geltenden Zinssatz \tilde{r} angelegt. Für $M > 0$ entsteht für die Bank ein Ertrag bzw. für $M < 0$ ein Aufwand. Der Zinssatz am Interbankenmarkt ist unsicher und kann im Zeitpunkt $t = 1$ Realisationen im Intervall $\Omega := [\underline{r}, \bar{r}]$, wobei $0 < \underline{r} < \bar{r} < \infty$, annehmen. Durch die Vergabe der Kredite entstehen für die Bank vom Kreditvergabevolumen abhängige Kosten in Höhe von $C(L)$, wobei $C'(L) > 0$ und $C''(L) > 0$ gilt. Weitere Kosten z. B. der Informationsbeschaffung oder Transaktionskosten treten nicht auf. Die Verzinsung der vergebenen Kredite beträgt r_L und die von den Kunden geforderte Verzinsung für die Bankeinlage beträgt r_D , wobei $r_L > r_D$ gilt. Die Zinssätze r_L und r_D sind deterministisch. Aufgrund von regulatorischen Verpflichtungen ist das Verhältnis des Volumens von Geldeinlagen D zum Volumen des Haftungskapitals beschränkt, so dass die Bedingung $K \geq (1/k)D$ erfüllt sein muss. Der Wert k legt das regulatorisch zulässige Verhältnis der Beträge für die Einlagen und das Haftungskapital fest. Gemäß der Bilanz, die in der folgenden Abbildung A.2 dargestellt ist, muss $M + L = K + D$ gelten.

²⁶Vgl. Broll/Eckwert (2006a): S. 123-133 und Freixas/Rochet, J.-C. (2008): S. 72 ff.

A		P	
Nettoanlagevolumen	M	Haftungskapital	K
Kreditvolumen	L	Einlagenvolumen	D
Summe der Aktiva	$M + L$	Summe der Passiva	$K + D$

Abbildung A.2: Die vereinfachte Bankbilanz.²⁸

Zudem existiert ein Terminmarkt, an dem die Bank in unbeschränktem Umfang Futureskontrakte kaufen und verkaufen kann. $H_f >$ entspricht einem Verkauf per Termin zum geltenden Terminkurs. Das Bankmanagement trifft auf Basis einer von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion die Entscheidung über das Volumen der Kreditvergabe und das Volumen der zu kaufenden bzw. zu verkaufenden Futureskontrakte durch Maximierung des erwarteten Nutzens aus dem unsicheren Gewinn am Ende der Periode. Die entsprechende Nutzenfunktion ist durch die exponentielle Nutzenfunktion $U(z) = -\exp(-\alpha z)$ gegeben, wobei z der Wert der Zielgröße und α der Wert der absoluten Risikoaversion ist.²⁹ Im Zeitpunkt $t = 0$ wählt das Bankmanagement ein Informationssystem, auf dessen Basis die Entscheidung über die Höhe der Werte von D , L und H_f getroffen wird. Das Informationssystem übermittelt ein unsicheres Informationssignal und besteht aus den bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen über den unsicheren Interbankenzinssatz nach Erhalt eines der möglichen Informationssignale.³⁰ Bevor das Bankmanagement über das Kreditvergabevolumen oder die Anzahl der zu kaufenden bzw. zu verkaufenden Futureskontrakte entscheidet, wird ein Informationssignal, \tilde{y} , des Informationssystems I erhalten. Das Signal ist positiv mit dem unsicheren Zinssatz am Interbankenmarkt korreliert und übermittelt daher zusätzliche Information über den unsicheren Zinssatz \tilde{r} . Nach Erhalt des Signals öffnet der Terminmarkt und die Bank trifft die Entscheidungen über die Höhe der Werte von D , L und H_f . Der zeitliche Ablauf der Entscheidungen des Bankmanagements sowie die Zeitpunkte der Realisation des unsicheren Informationssignals und des unsicheren Interbankenzinssatzes sind in der folgenden Abbildung A.3 dargestellt.

²⁸In Anlehnung an: Freixas/Rochet, J. - C. (2008): S. 70 f.

²⁹Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 27 und Ingersoll (1987): S. 39.

³⁰Auf Basis der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsverteilung kann mit Hilfe des Bayes-Theorems die auf das jeweilige Signale bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung bestimmt werden, so dass das Informationssystem durch die bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen für jedes Signal gegeben ist. (Vgl. Definition 2.2.1 und Gleichung (2.16) in Kapitel 2.2.1.)

Nach Erhalt eines Signals des Informationssystems I maximiert das Bankmanagement den Erwartungsnutzen auf Basis der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilung über den unsicheren Interbankenzinssatz. Das Entscheidungsproblem ist in Verbindung mit Gleichung A.4 gegeben durch:

$$\max_{L, H_f} E[U(\tilde{\Pi}^*(y))|y]. \quad (\text{A.5})$$

Die notwendigen Bedingungen erster Ordnung für eine Maximalstelle der zu maximierenden Funktion aus Gleichung (A.5) bzgl. L und H_f lauten:^{35 36}

$$E\left[U'(\tilde{\Pi}^*(y))(r_L - \tilde{r} - C'(L^*(y)))|y\right] \stackrel{!}{=} 0, \quad (\text{A.6})$$

$$E\left[U'(\tilde{\Pi}^*(y))(r_f(y) - \tilde{r})|y\right] \stackrel{!}{=} 0. \quad (\text{A.7})$$

Die Höhe des bedingten optimalen Gewinns $\Pi^*(y)$ sowie die Höhe der Werte für $L^*(y)$ und für $H_f^*(y)$ sind abhängig vom zuvor erhaltenen Informationssignal y , so dass eine entsprechende Kennzeichnung notwendig ist. Durch die Bedingungen erster Ordnung in den Gleichungen (A.6) und (A.7) sind die Optimalwerte für das Kreditvergabevolumen, $L^*(y)$ und die Anzahl der Futureskontrakte, $H_f^*(y)$, determiniert. Durch entsprechende Umformungen der Gleichungen (A.6) und (A.7) folgt:³⁷

$$L^*(y) = (C')^{-1}(r_L - r_f(y)) \quad \text{sowie} \quad (\text{A.8})$$

$$H^*(y) = (k + 1)K^* - L^*(y). \quad (\text{A.9})$$

Durch Einsetzen der optimalen Werte für $L^*(y)$ und $H_f^*(y)$ in Gleichung (A.4) ergibt sich der auf das zuvor erhaltene Signal bedingte Gewinn der Bank. Der unbedingte Erwartungsnutzen wird bestimmt, indem für jedes mögliche Signal y des betrachteten Informationssystems die jeweiligen optimalen Werte $L^*(y)$ und $H_f^*(y)$ in die Gleichung

³⁵Es wird unterstellt, dass die Bedingungen auf Basis der ersten und zweiten Ableitungen für eine Maximalstelle erfüllt sind. (Vgl. Anhang B.9 in Anhang B, Reinhardt et al. (2013): S. 49 ff. und Silberberg/Suen (2001): S. 68 ff.)

³⁶Variablen, die mit einem * gekennzeichnet sind, bezeichnen die Optimalwerte des Maximierungsproblems.

³⁷ $(C')^{-1}(\cdot)$ bezeichnet die Umkehrfunktion der Grenzkostenfunktion $C'(\cdot)$.

des bedingten Erwartungsnutzens eingesetzt werden und der Erwartungswert über die Signale des Informationssystems bestimmt wird. Der unbedingte Erwartungsnutzen auf Basis des Informationssystems I wird analog zur Berechnung des unbedingten Erwartungsnutzens eines Informationssystems gemäß Definition 2.2.3 in Kapitel 2.2.2.1 bestimmt. Die unbedingten Erwartungsnutzen werden auf Basis der in Anhang C.2 gegebenen Informationssysteme bestimmt.³⁸

$$V_I^* := E_y \left[E_{x|y} \left[U'(\tilde{\Pi}^*(y)) | y \right] \right]. \quad (\text{A.10})$$

Analog zu Gleichung (A.10) können die unbedingten Erwartungswerte auf Basis des Informationssystems I für den optimalen Gewinn der Bank, Π_I^* , sowie für das optimale Kreditvergabevolumen der Bank, L_I^* , bestimmt werden.

$$L_I^* := E_y \left[E_{x|y} \left[\tilde{L}^*(y) | y \right] \right], \quad (\text{A.11})$$

$$\Pi_I^* := E_y \left[E_{x|y} \left[\tilde{\Pi}^*(y) | y \right] \right]. \quad (\text{A.12})$$

Für die Parameter der Bank werden die folgenden Werte angenommen:

$$\begin{aligned} r_D &= 0,02, \\ r_L &= 0,1, \\ K &= 0,2 \text{ Mio. €}, \\ k &= 100, \\ C(L) &= 0,01L^{1,5} \text{ in Mio. €}. \end{aligned}$$

³⁸Die Berechnung des unbedingten Erwartungsnutzens erfolgt gemäß der Berechnung in Gleichung (2.24) in Kapitel 2.2.1. $E_{x|y}[\cdot]$ bzw. $E_y[\cdot]$ stellen die Operatoren für die Berechnung der Erwartungswerte auf Basis der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(x|y)$ bzw. der Wahrscheinlichkeitsverteilung über die Informationssignale dar.

B Definitionen und Beweise

B.1 Verteilungsfunktion

Definition B.1 Die Verteilungsfunktion $F(\cdot): \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$ einer Zufallsvariablen \tilde{x} , mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten $p(x_i)$, mit $i = 1, \dots, N$ bzw. mit Dichtefunktion $f(x)$ ist definiert als:³⁹

$$F(\bar{x}) = \sum_{x_i \leq \bar{x}} p(x_i) \quad (\text{diskret}), \quad (\text{B.1})$$

$$F(\bar{x}) = \int_{-\infty}^{\bar{x}} f(x) dx \quad (\text{stetig}). \quad (\text{B.2})$$

B.2 Monotone Likelihood Ratio Eigenschaft (MLR)

Definition B.2 Eine Dichtefunktion $f(y|s)$ erfüllt die Monotone Likelihood Ratio Eigenschaft (MLR), wenn für $\bar{y} < y$ die Funktion⁴⁰

$$\frac{f(y|s_i)}{f(\bar{y}|s_i)} \quad (\text{B.3})$$

eine in s_i , mit $i = 1, \dots, N$, nicht fallende Funktion ist.

B.3 Bickel-Lehmann Dispersion

Definition B.3 Seien $F^1(\cdot)$ und $F^2(\cdot)$ die kumulierten Wahrscheinlichkeitsfunktionen der Zufallsvariablen \tilde{e}^1 sowie \tilde{e}^2 . Die kumulierte Wahrscheinlichkeitsfunktion $F^1(\cdot)$ weist eine größere Dispersion als $F^2(\cdot)$ auf, wenn für $\bar{q}, q \in [0, 1]$, mit $\bar{q} < q$, gilt:^{41 42}

$$(F^1)^{-1}(q) - (F^1)^{-1}(\bar{q}) \geq (F^2)^{-1}(q) - (F^2)^{-1}(\bar{q}). \quad (\text{B.4})$$

³⁹Vgl. z. B. Johnson et al. (1997): S. 11 f. oder Sydsæter et al. (2005): S. 194.

⁴⁰Vgl. Jewitt (1988): S. 1080 f., Karlin/Rubin (1956): S. 273 und Milgrom (1981): S. 383 f.

⁴¹Vgl. Bickel/Lehmann (1976): S. 1153 ff., Bickel/Lehmann (1979): S. 519 ff., Landsberger/Meilijson (1994): S. 104 oder Shaked/Shanthikumar (2007): S. 146 ff.

⁴²Durch $(F^1)^{-1}(\cdot)$ und $(F^2)^{-1}(\cdot)$ sind die Umkehrfunktion der kumulierten Wahrscheinlichkeitsfunktionen bzw. die Quantilsfunktionen gegeben.

B.4 stochastische Dominanz erster Ordnung

Definition B.4 Die Zufallsvariable \tilde{x}^1 mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten $p^1(x_i)$, mit $i = 1, \dots, N$, bzw. mit der Dichtefunktion $f^1(x)$ dominiert eine andere Zufallsvariable \tilde{x}^2 mit den Eintrittswahrscheinlichkeiten $p^2(x_i)$, mit $i = 1, \dots, N$, bzw. mit der Dichtefunktion $f^2(x)$ im Sinne stochastischer Dominanz erster Ordnung ($x^1 \geq_{FSD} x^2$), wenn gilt:⁴³

$$\sum_{i=1}^k p^1(x_i) \leq \sum_{i=1}^k p^2(x_i) \quad \text{für } k = 1, \dots, N, \quad (\text{diskret}), \quad (\text{B.5})$$

$$\int_{-\infty}^{\bar{b}} f^1(x) dx \leq \int_{-\infty}^{\bar{b}} f^2(x) dx \quad \text{für alle } \bar{b}. \quad (\text{stetig}) \quad (\text{B.6})$$

B.5 stochastische Dominanz zweiter Ordnung

Definition B.5 Die Zufallsvariable \tilde{x}^1 mit der Dichtefunktion $f^1(x)$ und kumulierter Verteilungsfunktion $F^1(\cdot)$ dominiert eine andere Zufallsvariable \tilde{x}^2 mit der Dichtefunktion $f^2(x)$ und kumulierter Verteilungsfunktion $F^2(\cdot)$ im Sinne stochastischer Dominanz zweiter Ordnung ($x^1 \geq_{SSD} x^2$), wenn gilt:⁴⁴

$$\sum_{i=1}^k F^1(x_i) \leq \sum_{i=1}^k F^2(x_i) \quad \text{für } k = 1, \dots, N, \quad (\text{diskret}), \quad (\text{B.7})$$

$$\int_{-\infty}^{\bar{b}} F^1(x) dx \leq \int_{-\infty}^{\bar{b}} F^2(x) dx \quad \text{für alle } \bar{b}. \quad (\text{stetig}) \quad (\text{B.8})$$

⁴³Vgl. Hadar/Russel (1971): S. 289 und Shaked/Shanthikumar (2007): S. 3 f.

⁴⁴Vgl. Hadar/Russel (1971): S. 289 und Sydsæter et al. (2005): S. 3 f.

B.6 Erwartungswert-neutrale Spreizung

Lemma B.1 *Gegeben seien die Zufallsvariable \tilde{x}^1 sowie die Zufallsvariable \tilde{x}^2 . Die folgenden beiden Aussagen sind äquivalent:⁴⁵*

- (i) *Die Zufallsvariable \tilde{x}^1 wird durch eine Erwartungswert-neutrale Spreizung der Zufallsvariablen \tilde{x}^2 erhalten: $\tilde{x}^1 \succeq_{MPS} \tilde{x}^2$.*
- (ii) *Es gilt $E[\tilde{x}^1] = E[\tilde{x}^2]$ sowie für jede konvexe (konkave) Funktion $L : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$: $E[L(\tilde{x}^1)] \geq (\leq) E[L(\tilde{x}^2)]$.*

B.7 Die CES-Produktionsfunktion

Die CES-Produktionsfunktion⁴⁶ weist eine konstante Substitutionselastizität auf und weist einen konkaven Verlauf in den Produktionsfaktoren auf, was mit dem neoklassischen Ertragsgesetz vereinbar ist.⁴⁷ x_1 und x_2 stellen die Produktionsfaktoren dar und die Produktionsfunktion ist gegeben durch:

$$f(x_1, x_2) := A(ax_1^{-\rho} + bx_2^{-\rho})^{-(m/\rho)}, \quad (\text{B.9})$$

mit $A, a, b, m > 0$ sowie $\rho > -1$ und $\rho \neq 0$.⁴⁸ Für die konstante Substitutionselastizität, ε_{x_1, x_2} , der CES-Produktionsfunktion gilt:⁴⁹

$$\varepsilon_{x_1, x_2} := \frac{1}{1 + \rho}. \quad (\text{B.10})$$

⁴⁵Vgl. Ingersoll (1987): S. 119 ff. oder Rothschild/Stiglitz (1970): S. 229 ff.

⁴⁶CES steht für Constant Elasticity of Substitution. Die CES-Produktionsfunktion wurde erstmals in einem Artikel von Arrow, Chenery, Minhas und Solow im Jahr 1961 auf Basis von durchgeführten empirischen Untersuchungen vorgestellt. (Vgl. Arrow et al. (1961): S. 225-250.)

⁴⁷Die Substitutionselastizität ist ein Maß für die gegenseitige Austauschbarkeit der Produktionsfaktoren und entspricht dem Verhältnis der relativen Änderung des Faktoreinsatzverhältnisses zur relativen Änderung der Grenzrate der technischen Substitution. Durch die Grenzrate der technischen Substitution wird das Faktoraustauschverhältnis zwischen beiden Produktionsfaktoren in einem Punkt der Produktions-Isoquanten angegeben, so dass die Grenzrate der technischen Substitution der Steigung der Isoquanten entspricht. (Vgl. z. B. Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 110 f. sowie 115 f.)

⁴⁸Vgl. z. B. Henderson/Quandt (1971): S. 85 f., Linde (1977): S. 288 f. oder Wied-Nebbeling/Schott (2007): S. 127 ff.

⁴⁹Vgl. z. B. Zweifel/Heller (1997): S. 101 oder Henderson/Quandt (1971): S. 86.

Der Faktor m der CES-Produktionsfunktion in Gleichung (4.2) stellt den Homogenitätsgrad dar. Für $m = 1$ weist die Produktionsfunktion lineare Homogenität auf, so dass die Skalenerträge positiv sind. Für $m \neq 1$ liegen steigende Skalenerträge vor.⁵⁰ Steigende Skalenerträge liegen vor, wenn die Produktionsmenge mit einer jeweiligen Erhöhung der Produktionsfaktoren um einen konstanten Faktor λ um einen Faktor ansteigt, der größer ist als λ .⁵¹

B.8 Nachweis der Konkavität der Produktionsfunktion

Ein Funktion $f(x_1, x_2)$ der beiden unabhängigen Variablen x_1 und x_2 ist konkav, wenn $f''_{11} \cdot f''_{22} - (f''_{12})^2 > 0$ sowie $f''_{11}, f''_{22} < 0$ gilt, wobei die f''_{11} und f''_{22} die jeweils zweiten Ableitungen nach x_1 und x_2 darstellen. Durch f''_{12} ist die Kreuzableitung nach x_1 und x_2 gegeben.⁵² Für die Überprüfung der Konkavität der Produktionsfunktion $f(x_G, x_K)$ aus Gleichung (4.2) sind die entsprechenden Ableitungen zu ermitteln.

$$f'_{x_G}(x_G, x_K) = \alpha t_G x_G^{\alpha-1} < 0, \quad (\text{B.11})$$

$$f'_{x_K}(x_G, x_K) = \beta t_K x_K^{\alpha-1} < 0, \quad (\text{B.12})$$

$$f''_{x_G, x_G}(x_G, x_K) = \alpha(\alpha - 1) t_G x_G^{\alpha-2} < 0, \quad (\text{B.13})$$

$$f''_{x_K, x_K}(x_G, x_K) = \beta(\beta - 1) t_K x_K^{\alpha-2} < 0, \quad (\text{B.14})$$

$$f''_{x_G, x_K}(x_G, x_K) = 0. \quad (\text{B.15})$$

In Verbindung mit $0 < \alpha, \beta \leq 1$ sowie $t_G, t_K > 0$ folgt aus den Gleichungen (B.13), (B.14) und (B.15), dass $f''_{x_G, x_G}(x_G, x_K) f''_{x_K, x_K}(x_G, x_K) - (f''_{x_G, x_K}(x_G, x_K))^2 > 0$ gilt. Die Produktionsfunktion $t_G x_G^\alpha + t_K x_K^\beta$ ist konkav in den Faktormengen.

⁵⁰Vgl. z. B. Zweifel/Heller (1997): S. 105 ff.

⁵¹Vgl. z. B. Henderson/Quandt (1971): S. 79 f.

⁵²Vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 539, Henderson/Quandt (1971): S. 60 ff., Paroush/Wolf (1992): S. 832 oder Sydsæter et al. (2005): S. 93.

B.9 Notwendige und hinreichende Bedingungen für Extremalstellen

Definition B.6 *Betrachtet wird das folgende Maximierungsproblem:*

$$\max_{x_1, x_2} f(x_1, x_2).$$

Seien x_1 und x_2 reelle Zahlen und $f(x_1, x_2)$ eine reellwertige Funktion, die mindestens zwei Mal differenzierbar ist. Die Funktion $f(x_1, x_2)$ weist an der Stelle (x_1^*, x_2^*) ein Maximum (Minimum) auf, wenn die folgenden notwendigen Bedingungen erster Ordnung erfüllt sind:

$$f'_{x_1} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} \stackrel{!}{=} 0, \quad (\text{B.16})$$

$$f'_{x_2} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} \stackrel{!}{=} 0. \quad (\text{B.17})$$

Die Bedingungen in den Gleichungen (B.16) und (B.17) sind notwendig aber nicht hinreichend für ein Maximum. $f(x_1, x_2)$ weist an der Stelle ein (x_1^*, x_2^*) Maximum (Minimum) auf, wenn zusätzlich gilt:

$$f''_{x_1, x_1} = \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_1^2} < (>) 0, \quad (\text{B.18})$$

$$f''_{x_2, x_2} = \frac{\partial^2 f(x_1, x_2)}{\partial x_2^2} < (>) 0, \quad (\text{B.19})$$

$$\text{sowie } f''_{x_1, x_1} f''_{x_2, x_2} - f''_{x_1, x_2} > 0. \quad (\text{B.20})$$

Durch f''_{x_1, x_2} ist die zweite Ableitung der Funktion $f(x_1, x_2)$ nach x_1 und x_2 gegeben.⁵³

⁵³Vgl. z. B. Reinhardt et al. (2013): S. 49 ff., Silberberg/Suen (2001): S. 70. oder Sydsæter et al. (2005): S. 100.

B.10 Nachweis der Konkavität der Nutzenfunktion

Für das in Kapitel 4.2.1 vorgestellte Modell wird gezeigt, dass die Nutzenfunktion eine in den Faktormengen, x_G und x_K , konkave Funktion darstellt. Hierfür werden die partiellen zweiten Ableitungen gebildet, die Bestandteile der Hesse-Matrix sind.⁵⁴

$$H_{x_G, x_G} = \frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_G \partial x_G} = f''(x_G) P_S - C''(x_G, x_K) < 0, \quad (\text{B.21})$$

$$H_{x_K, x_K} = \frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_K \partial x_K} = f''(x_K) P_S - C''(x_G, x_K) < 0, \quad (\text{B.22})$$

$$H_{x_K, x_G} = \frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_K \partial x_G} = -C''(x_G, x_K) < 0. \quad (\text{B.23})$$

Die Kostenfunktion ist durch $0,5(x_G + x_K)^2$ gegeben, so dass die zweite Ableitung der Kostenfunktion stets den Wert eins hat. Da die Produktionsfunktion additiv separabel ist, hängt ihre jeweilige zweite Ableitung nur noch von dem entsprechenden Argument ab und kann dargestellt werden als $f''(x_G)$ bzw. $f''(x_K)$. Die Kreuzableitung der Produktionsfunktion hat folglich den Wert null. Die Nutzenfunktion ist konkav, wenn $H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_K, x_G})^2 > 0$ sowie $H_{x_G, x_G}, H_{x_K, x_K} < 0$ gilt.⁵⁵ Einsetzen der zweiten partiellen Ableitungen aus den Gleichungen (B.21) bis (B.23) in $H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_K, x_G})^2$ liefert:

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & f''(x_G) P_S f''(x_K) P_S \\ & - C''(x_G, x_K) (f''(x_G) P_S + f''(x_K) P_S) > 0. \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

Aufgrund der konkaven Produktionsfunktion sowie der konvexen Kostenfunktion muss der Wert aus Gleichung (B.24) positiv sein. Daraus folgt die Konkavität der Nutzenfunktion $U(\Pi(x_G, x_K))$.

⁵⁴Da die Produktionsfunktion additiv separabel ist, hängen ihre ersten und zweiten Ableitungen nur noch von dem entsprechenden Argument ab, nach dem abgeleitet wurde. Das in den Ableitungen verbleibende Argument ist jeweils in der Klammer angegeben. Aus diesem Grund ist die Kennzeichnung des Arguments, nach dem die Produktionsfunktion abgeleitet wurde, redundant und es wird bei der Darstellung aller Ableitungen der Produktionsfunktion im weiteren Verlauf der Arbeit darauf verzichtet. Es gilt daher: $f'_{x_G}(x_G) = f'(x_G)$, $f'_{x_K}(x_K) = f'(x_K)$, $f''_{x_G, x_G}(x_G, x_K) = f''(x_G)$, $f''_{x_K, x_K}(x_G, x_K) = f''(x_K)$. (Vgl. Gleichung (4.2) in Kapitel 4.2.1.)

⁵⁵Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 70 oder Sydsæter et al. (2005): S. 93.

B.11 Untersuchung der Auswirkung einer Erhöhung des Absatzpreises unter Sicherheit

Für das in Kapitel 4.2.1 vorgestellte Modell eines stromerzeugenden Unternehmens soll die Auswirkung einer Erhöhung des Absatzpreises, P_S , untersucht werden. Für die Analyse der Auswirkung einer marginalen Erhöhung des Absatzpreises auf die Menge der optimalen Verwendung werden die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung des Nutzens aus Gleichung (4.4) in Kapitel (4.2.1) sowie die partiellen Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach P_S verwendet. Die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle sind durch die Bedingungen erster Ordnung implizit gegeben. Damit die entsprechenden impliziten Ableitungen nach dem Absatzpreis ermittelt werden können, muss zunächst gezeigt werden, dass x_G^* und x_K^* jeweils implizite Funktionen darstellen. Dafür muss nachgewiesen werden, dass die partiellen Ableitungen stetig sind sowie die Determinante der Jacobi-Matrix der ersten Ableitungen an der Stelle der x_G^* und x_K^* von null verschieden ist.⁵⁶ Die Stetigkeit der partiellen Ableitungen kann aus der stetigen Differenzierbarkeit von Produktions- und Kostenfunktion sowie der Nutzenfunktion und der ersten Ableitung der Nutzenfunktion gefolgert werden. Die Jacobi-Matrix der Bedingungen erster Ordnung entspricht der Hesse-Matrix.⁵⁷ Gemäß den Bedingungen für das Vorliegen eines Maximums an der Stelle x_G^* und x_K^* muss die Hesse-Matrix einen von null verschiedenen Wert aufweisen. Es folgt, dass das implizite Funktionen-Theorem anwendbar ist.⁵⁸ Die partiellen Ableitungen nach dem Strompreis sind gegeben durch:

$$\frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_G \partial P_S} = f'_{x_G}(x_G^*), \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_K \partial P_S} = f'_{x_K}(x_K^*). \quad (\text{B.26})$$

Unter Verwendung der partiellen Ableitungen zweiter Ordnung aus den Gleichungen (B.21) bis (B.23)⁵⁹ und den partiellen Ableitungen (B.25) und (B.26) kann das totale Differential der Bedingungen erster Ordnung der Gleichungen (4.5) und (4.6) in Kapitel 4.2.1 zur Ermittlung der Auswirkungen einer Änderung des Absatzpreises ermittelt werden.⁶⁰

⁵⁶Vgl. z. B. Chiang (1984): S. 204 ff. oder Sydsæter et al. (2005): S. 39.

⁵⁷Die Matrix der partiellen Ableitungen zweiter Ordnung wird als Hesse-Matrix bezeichnet. (Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 92.)

⁵⁸Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 105 ff.

⁵⁹Vgl. Anhang B.10.

⁶⁰Vgl. z. B. Henderson/Quandt (1971): S. 97 ff., Silberberg/Suen (2001): S. 77 ff. oder Sydsæter et al.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_G \partial x_G} & \frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_K \partial x_G} \\ \frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_K \partial x_G} & \frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_K \partial x_K} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{d x_G}{d P_S} \\ \frac{d x_K}{d P_S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_G \partial P_S} \\ -\frac{\partial^2 U(\Pi)}{\partial x_K \partial P_S} \end{pmatrix} \quad (\text{B.27})$$

Unter Anwendung der Cramer'schen Regel sowie der Determinante der Hesse-Matrix, $\text{Det}(H)$, kann das System B.27 nach $\frac{d x_G^*}{d P_S}$ und $\frac{d x_K^*}{d P_S}$ aufgelöst werden und es folgt:⁶¹

$$\frac{d x_G}{d P_S} = \frac{-(f''(x_K^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) f'(x_G^*)}{\text{Det}(H)} > 0, \quad (\text{B.28})$$

$$\frac{d x_K}{d P_S} = \frac{-(f''(x_G^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) f'(x_K^*)}{\text{Det}(H)} > 0, \quad (\text{B.29})$$

$$\text{mit } \text{Det}(H) = f''(x_G^*) P_S f''(x_K^*) P_S > 0. \quad (\text{B.30})$$

Aufgrund der Konkavität der Produktionsfunktion sowie der Konvexität der Kostenfunktion, muss die Determinante der Hesse-Matrix, $\text{Det}(H)$, einen positiven Wert⁶² haben, so dass durch das Vorzeichen des Zählers der Brüche in (B.29) und (B.30) jeweils das Vorzeichen der Änderung der optimalen Faktormengen resultiert. Die positive und abnehmende Grenzproduktivität in Kombination mit der konvexen Kostenfunktion führt für positive Werte von x_G und x_K zu jeweils positiven Werten des Zählers und es kann der folgende Satz abgeleitet werden.

Satz B.1 *Für das in Kapitel 4.2.1 betrachtete Stromerzeugungsunternehmen unter Sicherheit führt eine marginale Erhöhung des Stromabsatzpreises, P_S , im Optimum zu einer Erhöhung der zur Stromerzeugung verwendeten Produktionsfaktoren Gas und Kohle. Aufgrund der Erhöhung der Verwendung von beiden Produktionsfaktoren führt die Erhöhung des Stromabsatzpreises auch zu einer Erhöhung der Stromproduktion.*

(2005): S. 159 f.

⁶¹Vgl. z. B. Mavron/Phillips (2007): S. 222 ff.

⁶²Vgl. Anhang B.10.

B.12 Beweis von Satz 4.2.2 aus Kapitel 4.2.2.1

Beweis Um die Aussage aus Satz 4.2.2 herzuleiten, muss zunächst die Auswirkung von Unsicherheit bzgl. der CO₂-Zertifikatepreise auf die Bedingung erster Ordnung unter Sicherheit⁶³ untersucht werden. Das Vorzeichen dieser Änderung der Bedingung erster Ordnung hängt von dem Vorzeichen der Kovarianz zwischen dem unsicheren Grenznutzen und den unsicheren Preisen der CO₂-Emissionszertifikate ab. Das Vorzeichen kann durch Bestimmung des Vorzeichens der Ableitung vom Grenznutzen nach dem Preis der Zertifikate bestimmt werden.⁶⁴

$$\frac{\partial U'(\Pi)}{\partial P_{CO_2}} = U''(\Pi)(-e_G x_G). \quad (\text{B.31})$$

Für einen risikoaversen (risikoneutralen) [riskofreudigen] Entscheider ist das Vorzeichen von Gleichung (B.31) und damit von der Kovarianz in den Bedingungen erster Ordnung größer (gleich) [kleiner] null. Wird zusätzlich unterstellt, dass der Erwartungswert der Preise der Zertifikate, $E[U(\tilde{P}_{CO_2})]$, dem Preis unter Sicherheit, P'_{CO_2} , entspricht, führt die Einführung von Preisrisiko bei unveränderter Verwendung der Produktionsfaktoren im Vergleich zum Sicherheitsfall zu einer Erhöhung der Werte der Bedingungen erster Ordnung. Die unter Sicherheit verwendeten optimalen Mengen von Gas und Kohle sind unter Unsicherheit nicht mehr optimal, so dass eine Anpassung erfolgen muss. Aus den Bedingungen erster Ordnung unter Unsicherheit geht hervor, dass die optimalen Mengen der Verwendung von Gas und Kohle so geändert werden müssen, dass die Werte der Terme der Bedingungen erster Ordnung unter Unsicherheit $f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO_2}] - C'(x_G^*, x_K^*)$ und $f'(x_K^*) P_S - P_K - e_K E[\tilde{P}_{CO_2}] - C'(x_G^*, x_K^*)$ ansteigen, wobei $E[\tilde{P}_{CO_2}] = P'_{CO_2}$ gilt. Der durch die Anpassung der verwendeten Mengen von Gas und Kohle erzeugte Anstieg der Bedingungen erster Ordnung unter Unsicherheit führt dazu, dass die Bedingungen erster Ordnung nach der Einführung von Unsicherheit wieder erfüllt sind.⁶⁵

Auf Basis der Aussagen von Satz 4.2.1 kann gezeigt werden, in welchem Ausmaß sich die Bedingungen erster Ordnung aus den Gleichungen (4.5) und (4.6) aus Kapitel 4.2.1 durch die Einführung von Unsicherheit im Vergleich zum Sicherheitsfall verändern.

⁶³Vgl. Gleichung (4.5) und (4.6).

⁶⁴Vgl. Adam-Müller (1997): S. 1424, Hey (1981a): S. 755, Holthausen (1979): S. 990 f. oder Ratti/Ullah (1976): S. 705.

⁶⁵Vgl. z. B. Adam-Müller (1997): S. 1424, Pope/Kramer (1979): S. 490 f. oder Ratti/Ullah (1976): S. 705.

Mit ΔH_{x_G} und ΔH_{x_K} sind die entsprechenden Änderungen der Bedingungen erster Ordnung in Abhängigkeit von $B(x_G^*, x_K^*)$ ⁶⁶ gegeben:

$$\Delta H_{x_G} = e_G B(x_G^*, x_K^*) \quad (\text{B.32})$$

$$\Delta H_{x_K} = e_K B(x_G^*, x_K^*) \quad (\text{B.33})$$

$$\text{mit } B(x_G^*, x_K^*) = E[\tilde{P}_{CO2}] + \frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]}.$$

Für einen risikoaversen Entscheider sind die Werte ΔH_{x_G} und ΔH_{x_K} gemäß Gleichung (B.31) positiv. Zur Ermittlung der Vorzeichen der Änderungen der Verwendungsmengen von Gas und Kohle, dx_G und dx_K , kann das folgende Ungleichungssystem auf Basis des totalen Differentials aufgestellt werden.^{67 68}

$$H_{x_G, x_G} dx_G + H_{x_G, x_K} dx_K = \Delta H_{x_G} > 0, \quad (\text{B.34})$$

$$H_{x_K, x_G} dx_G + H_{x_K, x_K} dx_K = \Delta H_{x_K} > 0. \quad (\text{B.35})$$

Um Aussagen über die Relation der optimalen Faktormengen unter Sicherheit und Unsicherheit zu vereinfachen, kann die zweite partielle Ableitung, H_{x_G, x_G} , wie folgt

⁶⁶Vgl. Gleichung (4.20).

⁶⁷Vgl. z. B. Adam-Müller (1997): S. 1424, Pope/Kramer (1979): S. 490 f. oder Ratti/Ullah (1976): S. 705.

⁶⁸Die Bedingungen zweiter Ordnung bzgl. des Erwartungsnutzens aus den Gleichungen (4.11), (4.12) und (4.13) werden mit H_{x_G, x_G} , H_{x_K, x_K} und $H_{x_K, x_G} = H_{x_G, x_K}$ bezeichnet.

vereinfacht werden:⁶⁹

$$\begin{aligned}
H_{x_G, x_G} &= E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] (f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO2}] - C'(x_G^*, x_K^*))^2 \\
&\quad \cdot e_G^2 \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}] (f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO2}] - C'(x_G^*, x_K^*)) \\
&\quad + e_G^2 E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \text{Var}(\tilde{P}_{CO2}) + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_G^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)), \quad (\text{B.36})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] \left(\frac{e_G \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right)^2 \\
&\quad - 2 e_G \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}] \left(\frac{e_G \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) \\
&\quad + e_G^2 E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \text{Var}(\tilde{P}_{CO2}) + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_G^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)), \quad (\text{B.37})
\end{aligned}$$

$$= e_G^2 J(x_G^*, x_K^*) + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_G^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)), \quad (\text{B.38})$$

$$\begin{aligned}
\text{mit } J(x_G^*, x_K^*) &= E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right)^2 \\
&\quad - 2 \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) + E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \text{Var}(\tilde{P}_{CO2}) < 0.
\end{aligned}$$

Durch Bildung bzw. Zerlegung des Erwartungswertes und anschließendes Ausmultiplizieren wird aus der zweiten partiellen Ableitung, H_{x_G, x_G} , aus Gleichung (4.12) die entsprechende Darstellung in Gleichung (B.36) erhalten.⁷⁰ In einem zweiten Schritt werden die Werte für den erwarteten Grenzgewinn mit Hilfe der Bedingungen erster Ordnung durch die entsprechenden Kovarianzterme substituiert. Daraus folgt Gleichung (B.37).⁷¹ Nach Ausklammern des Faktors e_G^2 aus den ersten drei Summanden, werden diese durch $J(x_G^*, x_K^*)$ zusammengefasst und es folgt Gleichung (B.38). Der erste Summand der zweiten partielle Ableitung H_{x_G, x_G} in der Gleichung (4.12) ist aufgrund der Konkavität der Nutzenfunktion negativ. Nach Durchführung der verschiedenen Umformungen in den Gleichung (B.36) bis (B.38) kann dieser Term durch

⁶⁹Vgl. Gleichung (4.11) in Kapitel 4.2.2.1.

⁷⁰Die Vereinfachung der zweiten partiellen Ableitung basiert auf der folgenden Zerlegung des Erwartungswertes des Produktes von Zufallsvariablen, \tilde{x} und \tilde{y} : $E[\tilde{x}\tilde{y}] = E[\tilde{x}]E[\tilde{y}] + \text{cov}[\tilde{x}, \tilde{y}]$. (Vgl. z.B. Sydsæter et al. (2005): S. 196.)

⁷¹Vgl. Gleichungen (4.9) und (4.10).

$e_G^2 J(x_G^*, x_K^*)$ dargestellt werden, wobei der Term $J(x_G^*, x_K^*)$ wegen dem negativen Vorzeichen der zweiten partiellen Ableitungen ein negatives Vorzeichen aufweist. Für eine positive Emissionsrate e_G muss H_{x_G, x_G} dementsprechend einen negativen Wert aufweisen. Nach analogen Umformungen der beiden anderen zweiten Ableitungen H_{x_K, x_K} und H_{x_G, x_K} aus den Gleichungen (4.12) und (4.13) können diese ebenfalls in Abhängigkeit des Terms $J(x_G^*, x_K^*)$ dargestellt werden.

$$H_{x_K, x_K} = e_K^2 J(x_G^*, x_K^*) + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_K^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)), \quad (\text{B.39})$$

$$H_{x_G, x_G} = e_G e_K J(x_G^*, x_K^*) + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (-C''(x_G^*, x_K^*)), \quad (\text{B.40})$$

$$\begin{aligned} \text{mit } J(x_G^*, x_K^*) &= E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right)^2 \\ &\quad - 2 \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) + E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \text{Var}(\tilde{P}_{CO2}) < 0. \end{aligned}$$

Durch die Gleichungen (B.34) und (B.35) werden die notwendigen Änderungen der Mengen der verwendeten Produktionsfaktoren bestimmt. Unter Anwendung der Cramer'schen Regel, der Determinante der Hesse-Matrix⁷², $\text{Det}(H)$, sowie den Gleichungen (B.32) und (B.33) kann das System der Gleichungen (B.34) und (B.35) nach dx_G und dx_K aufgelöst werden und es folgt:⁷³

$$dx_G = \frac{B(x_G^*, x_K^*)(H_{x_K, x_K} e_G - H_{x_G, x_K} e_K)}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.41})$$

$$dx_K = \frac{B(x_G^*, x_K^*)(H_{x_G, x_G} e_K - H_{x_G, x_K} e_G)}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.42})$$

$$\text{mit } \text{Det}(H) = H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_G, x_K})^2 > 0. \quad (\text{B.43})$$

Für einen risikoaversen (risikoneutralen) [risikofreudigen] Entscheider ist der Faktor $B(x_G^*, x_K^*)$ gemäß Gleichung (B.31) positiv (null) [negativ]. Die Vorzeichen der notwendigen Änderungen der Mengen der Produktionsfaktoren werden aufgrund des positiven

⁷²Die Matrix der partiellen Ableitungen zweiter Ordnung des Erwartungsnutzens wird als Hesse-Matrix bezeichnet. (Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 92)

⁷³Vgl. z. B. Mavron/Phillips (2007): S. 222 ff.

Wertes der Determinante, $\text{Det}(H)$, durch die Terme im Zähler bestimmt. Werden die vereinfachten zweiten partiellen Ableitungen gemäß den Gleichungen (B.38), (B.39) und (B.40) in die Gleichungen (B.41) und (B.42) eingesetzt, folgt für das Vorzeichen der Änderung der optimalen Faktormenge x_G :⁷⁴

$$\begin{aligned} \text{sign}(dx_G) &= \text{sign}\left(B(x_G^*, x_K^*)(e_G e_K^2 J(x_G^*, x_K^*) \right. \\ &\quad \left. + e_G E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_K^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) \right. \\ &\quad \left. - e_G e_K^2 J(x_G^*, x_K^*) - e_K E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (-C''(x_G^*, x_K^*)) \right), \quad (\text{B.44}) \end{aligned}$$

$$= \text{sign}\left(B(x_G^*, x_K^*)(e_G f''(x_K^*) P_S + C''(x_G^*, x_K^*)(e_K - e_G))\right). \quad (\text{B.45})$$

Der erwartete Grenznutzen in Gleichung (B.44) ist annahmegemäß positiv und daher nicht für die Bestimmung des Vorzeichens relevant. Das Vorzeichen der Änderung der Verwendung von Gas zur Stromerzeugung kann durch Annahmen über die Emissionsraten aus Gleichung (B.46) abgeleitet werden. Analog folgt für das Vorzeichen von dx_K :

$$\begin{aligned} \text{sign}(dx_K) &= \text{sign}\left(B(x_G^*, x_K^*)(e_K e_G^2 J(x_G^*, x_K^*) \right. \\ &\quad \left. + e_K E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_G^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) \right. \\ &\quad \left. - e_G^2 e_K J(x_G^*, x_K^*) - e_G E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (-C''(x_G^*, x_K^*)) \right), \quad (\text{B.46}) \end{aligned}$$

$$= \text{sign}\left(B(x_G^*, x_K^*)(e_K f''(x_G^*) P_S + C''(x_G^*, x_K^*)(e_G - e_K))\right). \quad (\text{B.47})$$

Eine Aussage über die Änderung der Verwendung der Produktionsfaktoren kann nur in Abhängigkeit der Emissionsraten sowie den Eigenschaften der Präferenzfunktion getätigt werden. Zudem kann für die Annahmen $e_G \leq e_K$ und $e_G \geq e_K$ jeweils nur die Aussage über die Änderung der Verwendung von einem Faktor getätigt werden. Für den jeweils anderen Faktor ist keine Aussage möglich. Eine Aussage für die Änderung der Faktorverwendung durch die Einführung von Risiko ist nur für den Fall von gleich hohen Emissionsraten möglich. Durch die Einführung von Preisrisiko verringert

⁷⁴Die Funktion $\text{sign}(\cdot)$ ist eine Funktion, die den Wert -1 aufweist, wenn das Argument einen negativen Wert aufweist bzw. den Wert $+1$ aufweist, wenn das Argument einen positiven Wert aufweist. Ist der Wert des Arguments null, so ist auch der Funktionswert null. (Vgl. z. B. Grieser (2015): S. 190.)

sich die Verwendung von Kohle, falls $e_G \leq e_K$ gilt und der Entscheider risikoavers ist. Falls $e_G \geq e_K$ gilt, verringert der risikoaverse Entscheider die Verwendung von Gas zur Stromerzeugung. Weisen beide Technologien gleich hohe Emissionsraten auf, verringert (erhöht) ein risikaverser (risikofreudiger) Stromerzeuger die Verwendung beider Faktoren. Der risikoneutrale Entscheider ändert die Verwendung der Faktoren durch die Einführung von Risiko nicht. Wird ein risikofreudiges (risikoneutrales) stromerzeugendes Unternehmen betrachtet, führt die Einführung von Preisrisiko bzgl. der Zertifikate zu einer Verringerung (keiner Änderung) der Bedingungen erster Ordnung im Vergleich zur Situation unter Sicherheit, so dass der Term $B(x_G^*, x_K^*)$ in den Gleichungen (B.32) und (B.34) gemäß Gleichung (B.31) negativ (null) ist. Ein Stromerzeugungsunternehmen, dessen Präferenzen Risikofreude (Risikoneutralität) implizieren, erhöht (verändert nicht) die Verwendung des Faktors Gas, wenn $e_G \geq e_K$ gilt. Falls $e_G \leq e_K$ gilt, wird ein Stromerzeugungsunternehmen, dessen Präferenzen Risikofreude (Risikoneutralität) implizieren die Verwendung des Faktors Kohle erhöhen (nicht verändern).⁷⁵

Auf Basis der einzelnen Änderungen der Verwendung der Produktionsfaktoren gemäß den Gleichungen B.45 und B.47 folgt für die Summe der Verwendung der Produktionsfaktoren:

$$\text{sign}(d(x_G + x_K)) = \text{sign}\left(B(x_G^*, x_K^*)(e_K f''(x_G^*) P_S + e_G f''(x_K^*) P_S)\right). \quad (\text{B.48})$$

Die zweiten partiellen Ableitungen sind aufgrund der Konkavität der Produktionsfunktion negativ, so dass der Term in den inneren Klammern von Gleichung (B.48) negativ ist. Für einen risikoaversen (risikoneutralen) [risikofreudigen] Entscheider ist der Faktor $B(x_G^*, x_K^*)$ gemäß Gleichung (B.31) positiv (null) [negativ], so dass für ein risikoaverses (risikoneutrales) [risikofreudiges] Stromerzeugungsunternehmen die Summe der verwendeten Faktormengen an Gas und Kohle in der Situation unter Unsicherheit geringer (unverändert) [größer] ist. Aufgrund der Eigenschaften der Produktionsfunktion, kann das Vorzeichen der Änderung der Stromproduktion durch die Einführung von Unsicherheit nicht allgemein abgeleitet werden. Nur für den Fall $e_G = e_K$ ist die Verwendung von beiden Produktionsfaktoren unter Unsicherheit geringer als unter Sicherheit, woraus eine geringere Stromproduktion resultiert.⁷⁶ \square

⁷⁵Das in den vorherigen Absätzen vorgestellte Verfahren zur Analyse der Auswirkung von Preisunsicherheit auf die optimale Entscheidung im Vergleich zur Situation unter Unsicherheit wird z. B. auch von Alghalith verwendet. (Vgl. z B. Alghalith (2008): S. 202 f.)

⁷⁶Ein ähnliches Ergebnis wird für den Vergleich von Sicherheits- und Unsicherheitssituation für ein

B.13 Untersuchung von Unsicherheit bzgl. der Preise von CO₂-Zertifikaten bei nur einer CO₂-emittierenden Erzeugungstechnologie

In der in Kapitel 4.2.2.1 vorgestellten Analyse zur Auswirkung von Preisunsicherheit auf die optimalen Einsatzmengen der Produktionsfaktoren wurden zwei Technologien betrachtet, die jeweils CO₂ emittieren. Wird dagegen unterstellt, dass ein Stromerzeugungsunternehmen neben der Nutzung eines Gaskraftwerkes, z. B. ein Kernkraftwerk zur Stromerzeugung nutzen kann, muss die Gewinnfunktion angepasst werden. Da keine Emissionen stattfinden, ist die Emissionsrate von Kernkraftwerken, e_N , null. Durch x_N ist die zur Stromerzeugung verwendete Menge an radioaktiven Stoffen, wie z. B. Uran gegeben.⁷⁷ Das an die veränderte Gewinnfunktion angepasste Maximierungsproblem lautet:⁷⁸

$$\max_{x_G \geq 0, x_N \geq 0} E \left[U(\tilde{\Pi}(x_G, x_N)) \right], \quad (\text{B.49})$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \tilde{\Pi}(x_G, x_N) &= f(x_G, x_N) P_S - x_G P_G - x_N P_N \\ &\quad - (e_G x_G) \tilde{P}_{CO_2} - C(x_G, x_N) - C_F \end{aligned} \quad (\text{B.50})$$

Für die Ermittlung der Optimallösungen von x_G und x_N werden die Optimalitätsbedingungen⁷⁹ ermittelt.⁸⁰

B.1.O.:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G} &= E[U'(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_N^*))] \stackrel{!}{=} 0, \\ \Leftrightarrow f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO_2}] - C'(x_G^*, x_N^*) &= \frac{e_G \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]}, \end{aligned} \quad (\text{B.51})$$

Unternehmen erhalten, welches für einen inländischen und einen ausländischen Markt produziert. Aufgrund eines unsicheren Wechselkurses sind die Absatzerlöse im Ausland unsicher. Die Einführung von Risiko führt im Rahmen dieses Modells zu einer Verringerung der Gesamtproduktion. (Vgl. Katz et al. (1982): S. 390 ff.)

⁷⁷Vgl. z. B. Konstantin (2013): S. 313 ff.

⁷⁸Es wird unterstellt, dass die Annahmen 1) bis 8) aus den Kapiteln 4.2.1 und 4.2.2.1 gelten.

⁷⁹Vgl. Reinhardt et al. (2013): S. 49 ff. und Silberberg/Suen (2001): S. 68 ff.

⁸⁰Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird der optimale Gewinn $\Pi^*(x_G^*, x_N^*)$ abgekürzt durch Π^* dargestellt. Die Ableitung der Kostenfunktion, die durch $C(x_G, x_N) = 0,5(x_G + x_N)^2$ gegeben ist, nach beiden Faktormengen führt jeweils zum gleichen Ergebnis, so dass die ersten und zweiten Ableitungen jeweils identisch sind. Es wird daher auf eine Kennzeichnung des Arguments, nach dem abgeleitet wurde, im Index der Ableitung verzichtet.

$$\begin{aligned} \frac{\partial E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_N} &= E[U'(\tilde{\Pi}^*)](f'(x_N^*) P_S - P_N - C'(x_G^*, x_N^*)) \stackrel{!}{=} 0, \\ \Leftrightarrow \quad f'(x_N^*) P_S - P_N - C'(x_G^*, x_N^*) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.52})$$

Wie in Kapitel 4.2.2.1 gezeigt, ist für einen risikoaversen (risikoneutralen) [risikofreudigen] Entscheider das Vorzeichen der Kovarianz in den Bedingungen erster Ordnung in Gleichung (B.51) größer (gleich) [kleiner] null. Wird zusätzlich unterstellt, dass der Erwartungswert der Preise der Zertifikate, $E[U(\tilde{P}_{CO_2})]$, dem Preis unter Sicherheit, P'_{CO_2} , entspricht, führt die Einführung von Preisrisiko bei unveränderter Verwendung der Produktionsfaktoren im Vergleich zum Sicherheitsfall zu einer Erhöhung des Wertes der Bedingungen erster Ordnung bzgl. x_G . Die unter Sicherheit verwendeten optimalen Mengen von Gas und Kohle sind unter Unsicherheit nicht mehr optimal, so dass eine Anpassung erfolgen muss, damit die Bedingungen erster Ordnung unter Unsicherheit erfüllt werden. Die Änderungen der Bedingungen erster Ordnung durch die Einführung von Preisunsicherheit sind durch die Werte ΔH_{x_G} und ΔH_{x_N} gegeben. Zur Ermittlung der Vorzeichen der Änderungen der Verwendungsmengen von Gas und den radioaktiven Brennstoffen, dx_G und dx_N , kann das folgende Ungleichungssystem auf Basis des totalen Differentials aufgestellt werden.^{81 82}

$$H_{x_G, x_G} dx_G + H_{x_G, x_N} dx_N = \Delta H_{x_G} > 0, \quad (\text{B.53})$$

$$H_{x_N, x_G} dx_G + H_{x_N, x_N} dx_N = \Delta H_{x_N} = 0. \quad (\text{B.54})$$

Durch die Gleichungen (B.53) und (B.54) werden die notwendigen Änderungen der verwendeten Produktionsfaktoren bestimmt. Auflösung des Gleichungssystem nach dx_G und dx_N liefert:

⁸¹Vgl. z. B. Adam-Müller (1997): S. 1424, Pope/Kramer (1979): S. 490 f. oder Ratti/Ullah (1976): S. 705.

⁸²Die Bedingungen zweiter Ordnungen bzgl. des Erwartungsnutzens aus den Gleichungen werden mit H_{x_G, x_G} , H_{x_N, x_N} und $H_{x_N, x_G} = H_{x_G, x_N}$ bezeichnet.

$$dx_G = \frac{H_{x_G, x_G} \Delta H_{x_G}}{Det(H)} < 0, \quad (B.55)$$

$$dx_N = \frac{-H_{x_G, x_N} \Delta H_{x_G}}{Det(H)} > 0, \quad (B.56)$$

$$d(x_G + x_N) = \frac{(H_{x_G, x_G} - H_{x_G, x_N}) \Delta H_{x_G}}{Det(H)} < 0, \quad (B.57)$$

$$\text{mit } Det(H) = H_{x_G, x_G} H_{x_N, x_N} - (H_{x_G, x_N})^2 > 0. \quad (B.58)$$

Aufgrund der Konkavität der Produktionsfunktion sowie der Konvexität der Kostenfunktion, muss die Determinante der Hesse-Matrix, $Det(H)$, einen positiven Wert haben, so dass durch das Vorzeichen des Zählers der Brüche in (B.55) und (B.56) jeweils das Vorzeichen der Änderung der optimalen Faktormengen resultiert. Die Vorzeichen für die Änderungen der Produktionsfaktoren aus den Gleichungen (B.55) und (B.56) folgen aus den negativen Werten für alle zweiten partiellen Ableitungen. Aus Annahme 8) des Modells folgt, dass insgesamt die Summe der Verwendung beider Faktoren zurückgeht. Aufgrund der Eigenschaften der Produktionsfunktion kann jedoch keine Aussage über die Veränderung der gesamten Stromproduktion in Folge der Einführung von Risiko getätigt werden. Es wird deutlich, dass für einen risikoaversen Entscheider die Einführung von Unsicherheit bzgl. der CO₂-Zertifikate zu einer Änderung der Struktur der Stromerzeugung führt, bei der die Nutzung der CO₂ emittierenden Technologie verringert und die der nicht CO₂ emittierenden Technologie erhöht wird. Durch dieses Verhalten verringert der Entscheider die risikobehaftete Komponente der Kosten, was gleichzeitig aber auch zu einer Verringerung der Menge an Strom durch diese Technologie führt. Bezogen auf die Stromerzeugung aus dem Faktor Gas ist der Entscheider des Unternehmens bereit, auf einen Teil des Erlöses aus dem Stromverkauf zu verzichten, um das CO₂-Preisrisiko zu verringern. Die Kombination von erwartetem Gewinn und Gewinnrisiko auf Basis der unter Sicherheit optimalen Produktionsfaktormengen ist nicht mehr optimal und erfordert eine entsprechende Anpassung der Mengen x_G und x_N .⁸³

⁸³Ein ähnliches Ergebnis wird im Rahmen eines Modells erhalten, welches die Entscheidung über die Aufteilung der Produktion zwischen einem inländischen Absatzmarkt ohne Wechselkursrisiko und einem ausländischen Markt mit Wechselkursrisiko untersucht. Die Einführung von Wechselkursrisiko führt zu einer Erhöhung der Absatzmenge auf dem inländischen Markt, auf dem die Erlöse

B.14 Untersuchung der Auswirkung einer Erhöhung des Stromabsatzpreises auf die Verwendung der Produktionsfaktoren bei Preisunsicherheit bzgl. der Preise der CO₂-Zertifikate

Für die Analyse der Auswirkung eines erhöhten Absatzpreises von Strom sind die Vorzeichen der Zähler der Gleichungen (B.101) und (B.102) relevant. Werden die Vereinfachungen der zweiten partiellen Ableitungen gemäß den Gleichungen (B.38), (B.39) und (B.40) in Kapitel 4.2.2.1 bzgl. der Produktionsfaktoren Gas und Kohle sowie die vereinfachten zweiten partiellen Ableitungen bzgl. des Absatzpreises gemäß den Gleichungen (B.97) und (B.98) aus Kapitel 4.2.2.3 eingesetzt, folgt für die Änderung der Verwendung des Faktors Gas, $\frac{dx_G}{dP_S}$.⁸⁴

$$\begin{aligned} \text{sign}\left(\frac{dx_G}{dP_S}\right) &= \text{sign}\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] e_K (e_G - e_K)(f'(x_K^*) - f'(x_G^*))J(x_G^*, x_K^*)\right. \\ &\quad + E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] (-C''(x_G^*, x_K^*))f(x_G^*, x_K^*)L(x_G^*, x_K^*)(e_K - e_G) \\ &\quad + E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right]^2 (-C''(x_G^*, x_K^*))(f'(x_K^*) - f'(x_G^*)) \\ &\quad \left. - E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right]^2 f''(x_K^*)f'(x_G^*)\right). \end{aligned} \quad (\text{B.59})$$

Analog ergibt sich für die Änderung der Verwendung des Faktors Kohle, $\frac{dx_K}{dP_S}$:

$$\begin{aligned} \text{sign}\left(\frac{dx_K}{dP_S}\right) &= \text{sign}\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] e_G (e_K - e_G)(f'(x_G^*) - f'(x_K^*))J(x_G^*, x_K^*)\right. \\ &\quad + E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] (-C''(x_G^*, x_K^*))f(x_G^*, x_K^*)L(x_G^*, x_K^*)(e_G - e_K) \\ &\quad + E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right]^2 (-C''(x_G^*, x_K^*))(f'(x_G^*) - f'(x_K^*)) \\ &\quad \left. - E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right]^2 f''(x_G^*)f'(x_K^*)\right), \end{aligned} \quad (\text{B.60})$$

deterministisch sind und zu einer Verringerung der Absatzmenge auf dem Markt mit einem durch den unsicheren Wechselkurs risikobehafteten Erlös führen. (Vgl. Katz et al. (1982): S. 393.)

⁸⁴Die Funktion $\text{sign}(\cdot)$ ist eine Funktion, die den Wert -1 aufweist, wenn das Argument einen negativen Wert aufweist bzw. den Wert $+1$ aufweist, wenn das Argument einen positiven Wert aufweist. Ist der Wert des Arguments null, so ist auch der Funktionswert null. (Vgl. z. B. Grieser (2015): S. 190.)

$$\begin{aligned} \text{mit } J(x_G^*, x_K^*) &= E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right)^2 \\ &\quad - 2 \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) + E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \text{var}(\tilde{P}_{CO2}) < 0, \\ \text{sowie mit } L(x_G^*, x_K^*) &= E[U''(\Pi^*)] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) - \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]. \end{aligned}$$

Für ein risikoaverses Unternehmen mit abnehmender oder konstanter absoluter Risikoaversion gilt $L(x_G^*, x_K^*) \geq 0$. Gemäß den Optimalitätsbedingungen muss $J(x_G^*, x_K^*) < 0$ gelten. Auf Basis von Satz 4.2.1 in Kapitel 4.2.2.1 gilt für $P_G > P_K$, $e_G > e_K$ und $t_G \leq t_K$ ($P_G < P_K$, $e_G < e_K$ und $t_G \geq t_K$) die Relation $f'(x_G) > f'(x_K)$ ($f'(x_G) < f'(x_K)$). Auf Basis der genannten Zusammenhänge folgt, dass die Änderung der Verwendung des Faktors Gas gemäß (B.59) mit einer Erhöhung des Stromabsatzpreises für $P_G > P_K$, $e_G > e_K$ und $t_G \leq t_K$ zunimmt. Die Änderung der verwendeten Menge von Kohle kann aufgrund von unterschiedlichen Vorzeichen der einzelnen Summanden in der Gleichung (B.60) nicht festgestellt werden. Für $P_G < P_K$, $e_G < e_K$ und $t_G \geq t_K$ kann gezeigt werden, dass durch die Erhöhung von P_S die Verwendungsmenge von Kohle steigt. In diesem Fall ist die Änderung der Verwendung des anderen Faktors, Gas, aufgrund unterschiedlicher Vorzeichen in Gleichung (B.59) ebenfalls nicht bestimmbar.

B.15 Beweis von Satz 4.2.3 aus Kapitel 4.2.2.2

Beweis Die Analyse der Auswirkung einer geänderten Risikoaversion erfolgt in zwei Schritten. Zunächst wird die Auswirkung der erhöhten Risikoaversion auf die Bedingungen erster Ordnung ermittelt. Im Anschluss werden die Änderungen der verwendeten Produktionsfaktoren ermittelt.

Für Ermittlung des Effektes einer geänderten Risikoaversion werden die Bedingungen erster Ordnung für die beiden Stromerzeuger mit den Nutzenfunktionen U_1 und U_2 miteinander verglichen, wobei Nutzenfunktion U_2 einen höheren Grad der absoluten Risikoaversion impliziert. Durch x_G^* und x_K^* sind die optimalen Faktormengen gemäß den Bedingungen erster Ordnung⁸⁵ gegeben. Zwischen den Nutzenfunktionen beider Stromerzeuger besteht der folgende Zusammenhang $U_2(\Pi) = G(U_1(\Pi))$, mit

⁸⁵Vgl. Gleichung (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1.

$G' > 0$ und $G'' < 0$.⁸⁶ Betrachtet werden nun die Bedingungen erster Ordnung bzgl. des Faktors x_G für beide Entscheider. Für beide Entscheider wird die Verwendung der optimalen Faktormengen x_G^* und x_K^* des weniger risikoaversen Stromerzeugers, der die Nutzenfunktion U_1 hat, unterstellt, so dass die Bedingung erster Ordnung für Entscheider 1 null ist.

$$\Rightarrow E \left[U_1'(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] = 0, \quad (\text{B.61})$$

$$\Rightarrow E \left[G'(U_1(\Pi^*)) U_1'(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right]. \quad (\text{B.62})$$

Der erste Faktor, $G'(U_1(\Pi^*))$, in Gleichung (B.62) entsteht durch die Ableitung der Nutzenfunktion U_2 , die eine konkave Transformation der Nutzenfunktion U_1 darstellt. $U_1'(\tilde{\Pi}^*)$ ist der stets positive Grenznutzen von Stromerzeuger 1. Durch den Wert \bar{P}_{CO_2} wird der Wert des Preises für CO₂-Emissionszertifikate bezeichnet, für den der dritte Faktor im Erwartungswert, der dem Grenzgewinn bzgl. des Faktors x_G entspricht, den Wert null annimmt. Der Gewinn von Entscheider 2, wobei für Entscheider 2 die Nutzung der für Entscheider 1 optimalen Faktormengen x_G^* und x_K^* unterstellt wird, ist für \bar{P}_{CO_2} durch $\bar{\Pi}(x_G^*, x_K^*) = \bar{\Pi}$ gegeben. Maßgeblich für das Vorzeichen von Gleichung (B.62) sind die Gewichtungen von negativen Werten des dritten Terms, wenn die Realisationen der CO₂-Preise größer sind als \bar{P}_{CO_2} sowie die Gewichtungen von positiven Werten des dritten Terms, wenn die Realisationen der CO₂-Preise geringer sind als \bar{P}_{CO_2} , jeweils im Vergleich zu den Gewichtungen durch den Faktor $U_1'(\tilde{\Pi}^*)$ in Gleichung (B.61).

Für Realisationen der Preise für CO₂-Emissionszertifikate, die größer als \bar{P}_{CO_2} sind, ist der Grenzgewinn negativ. Die Gewinnrealisationen des Unternehmens sind in diesem Fall geringer als $\bar{\Pi}$. Damit gehen höhere Realisationen der CO₂-Preise einher mit geringeren Werten für den Nutzen und damit, aufgrund der Konkavität von $G(\cdot)$, mit höheren Werten für den Faktor $G'(U_1(\Pi^*))$. Im Umkehrschluss führen Realisationen der CO₂-Preise, die geringer sind als \bar{P}_{CO_2} , zu einem positiven Grenzgewinn, so dass der dritte Faktor in Gleichung (B.62) positiv ist. Die Gewinnrealisationen sind in diesem Fall größer als $\bar{\Pi}$, so dass der Nutzen tendenziell höhere und damit der Gewichtungsfaktor $G'(U_1(\Pi^*))$ tendenziell niedrigere Werte annehmen. Im Vergleich zur Bedingung

⁸⁶Vgl. Pratt (1988): S. 128 sowie Satz 2.1.4 in Kapitel 2.1.3.

erster Ordnung von Stromerzeuger 1 werden aufgrund der Konkavität der Transformation der Nutzenfunktion, die positiven Werte für den Grenzgewinn für $\bar{P}_{CO_2} > P_{CO_2}$ stärker gewichtet als die negativen Werte des Grenzgewinns, wenn die Realisationen der CO_2 -Preise größer als \bar{P}_{CO_2} sind. Auf Basis dieser Überlegungen kann gefolgert werden, dass der Term in Gleichung (B.62) einen negativen Wert haben muss. Somit führt eine Erhöhung der Risikoaversion, bei unveränderter Verwendung der vor der Änderung der Risikoaversion optimalen Faktormengen, zu einem negativen Wert der ersten Ableitung. Mit Hilfe der gleichen Argumentation kann gefolgert werden, dass dieser Zusammenhang für eine Erhöhung der absoluten Risikoaversion auch für die zweite Bedingung erster Ordnung⁸⁷ gelten muss.⁸⁸

Die ersten Ableitungen für Stromerzeuger 2, mit Nutzenfunktion U_2 ohne Änderung der vor der Erhöhung der Risikoaversion optimalen Faktormengen können dargestellt werden als:⁸⁹

$$\frac{\partial E[U_2(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G} = f'(x_G^*) P_S - P_G - C'(x_G^*, x_K^*) - e_G B'(x_G^*, x_K^*) < 0, \quad (\text{B.63})$$

$$\frac{\partial E[U_2(\tilde{\Pi})]}{\partial x_K} = f'(x_K^*) P_S - P_K - C'(x_G^*, x_K^*) - e_K B'(x_G^*, x_K^*) < 0, \quad (\text{B.64})$$

$$\text{mit } B'(x_G^*, x_K^*) = E[\tilde{P}_{CO_2}] + \frac{\text{cov}[U_2'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U_2'(\tilde{\Pi}^*)]}.$$

Für den weniger risikoaversen Entscheider mit Nutzenfunktion U_1 und dessen optimale Faktormengen, x_G und x_K , sind die Bedingungen erster Ordnung, die durch die Gleichungen (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1 gegeben sind erfüllt, so dass gilt:⁹⁰

$$f'(x_G^*) P_S - P_G - C'(x_G^*, x_K^*) - e_G B(x_G^*, x_K^*) = 0, \quad (\text{B.65})$$

$$f'(x_K^*) P_S - P_K - C'(x_G^*, x_K^*) - e_K B(x_G^*, x_K^*) = 0, \quad (\text{B.66})$$

$$\text{mit } B(x_G^*, x_K^*) = E[\tilde{P}_{CO_2}] + \frac{\text{cov}[U_1'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U_1'(\tilde{\Pi}^*)]}.$$

⁸⁷Vgl. Gleichung (4.10) in Kapitel 4.2.2.1.

⁸⁸Vgl. Asplund (2002): S. 999 ff. und Pratt (1988): S. 128.

⁸⁹Vgl. Gleichung (4.10) in Kapitel 4.2.2.1.

⁹⁰Vgl. 4.17 und 4.19 in Kapitel 4.2.2.1.

Da sich die ersten drei Summanden für Stromerzeuger 1 und 2 in den Gleichungen (B.63) und (B.65) sowie den Gleichungen (B.64) und (B.66) aufgrund der Annahme der unveränderten Faktormengen nicht unterscheiden, ist die Differenz der ersten Ableitungen jeweils durch $e_G (B(x_G^*, x_K^*) - B'(x_G^*, x_K^*))$ bzw. durch $e_K (B(x_G^*, x_K^*) - B'(x_G^*, x_K^*))$ gegeben. Diese Änderung entsteht durch die geänderte Risikoaversion, die auf den Erwartungsgrenznutzen sowie die Kovarianz zwischen Grenznutzen des Gewinns und dem Preis der CO₂-Zertifikate wirkt. Der Wert dieses Terms wird vor der Änderung der Risikoaversion mit $B(x_G^*, x_K^*)$ und nach geänderter Risikoaversion mit $B'(x_G^*, x_K^*)$ bezeichnet. Damit die Bedingungen erster Ordnung für den Stromerzeuger, dessen Nutzenfunktion einen höheren Grad der Risikoaversion impliziert, wieder erfüllt sind, müssen die Verwendungsmengen von Gas und Kohle so verändert werden, dass die Werte der Bedingungen erster Ordnung zunehmen. Die notwendigen Änderungen der ersten Ableitungen sind durch $e_G \Delta H_{x_G} = e_G (B(x_G^*, x_K^*) - B'(x_G^*, x_K^*))$ sowie $e_K \Delta H_{x_K} = e_K (B(x_G^*, x_K^*) - B'(x_G^*, x_K^*))$ gegeben. Mit ΔH wird der Term $B(x_G^*, x_K^*) - B'(x_G^*, x_K^*)$ bezeichnet, so dass $\Delta H_{x_G} = e_G \Delta H$ und $\Delta H_{x_K} = e_K \Delta H$ gilt. Das folgende Ungleichungssystem kann auf Basis des totalen Differentials aufgestellt werden.^{91 92}

$$H_{x_G, x_G} dx_G + H_{x_G, x_K} dx_K = e_G \Delta H > 0, \quad (\text{B.67})$$

$$H_{x_K, x_G} dx_G + H_{x_K, x_K} dx_K = e_K \Delta H > 0. \quad (\text{B.68})$$

Durch die Gleichungen (B.67) und (B.68) werden die notwendigen Änderungen der verwendeten Produktionsfaktoren durch eine Erhöhung der Risikoaversion bestimmt. Unter Anwendung der Cramer'schen Regel, der Determinante der Hesse-Matrix, $\text{Det}(H)$ kann das System der Gleichungen nach dx_G und dx_K aufgelöst werden und es folgt:⁹³

$$dx_G = \frac{\Delta H (H_{x_K, x_K} e_G - H_{x_G, x_K} e_K)}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.69})$$

$$dx_K = \frac{\Delta H (H_{x_G, x_G} e_K - H_{x_G, x_K} e_G)}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.70})$$

$$\text{mit } \text{Det}(H) = H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_G, x_K})^2 > 0. \quad (\text{B.71})$$

⁹¹Vgl. z. B. Alghalith (2009): S. 14 ff., Katz et al. (1982): S. 393 f. oder Pope/Kramer (1979): S. 494 ff.

⁹²Die Bedingung zweiter Ordnungen bzgl. des Erwartungsnutzens aus den Gleichungen (4.11), (4.12) und (4.13) in Kapitel 4.2.2.1 werden mit H_{x_G, x_G} , H_{x_K, x_K} und $H_{x_K, x_G} = H_{x_G, x_K}$ bezeichnet.

⁹³Vgl. z. B. Mavron/Phillips (2007): S. 222 ff.

Wie bereits gezeigt, muss der Term ΔH positiv sein, damit die Bedingungen erster Ordnung durch die Änderungen der verwendeten Faktoren von Gas und Kohle erfüllt sind, so dass das Vorzeichen von Gleichung (B.69) und (B.70) jeweils durch den Term in der Klammer bestimmt wird. Die zweiten partiellen Ableitungen in den Gleichungen (B.69) und (B.70) können durch die entsprechenden Vereinfachungen aus den Gleichungen (B.38), (B.39) und (B.40) in Kapitel 4.2.2.1 ersetzt werden. Aufgrund des positiven Wertes der Determinante, $\text{Det}(H)$, werden die Vorzeichen der Änderungen der Produktionsfaktoren durch die folgenden Terme im Zähler bestimmt. Für die Änderung des Produktionsfaktors Gas folgt:⁹⁴

$$\begin{aligned} \text{sign}(dx_G) &= \text{sign}\left(B(x_G^*, x_K^*)(e_G e_K^2 J(x_G^*, x_K^*) \right. \\ &\quad \left. + e_G E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_K^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) \right. \\ &\quad \left. - e_G e_K^2 J(x_G^*, x_K^*) - e_K E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (-C''(x_G^*, x_K^*)) \right), \quad (\text{B.72}) \end{aligned}$$

$$= \text{sign}\left(B(x_G^*, x_K^*)(e_G f''(x_K^*) P_S + C''(x_G^*, x_K^*)(e_K - e_G))\right). \quad (\text{B.73})$$

Da der erwartete Grenznutzen annahmegemäß einen positiven Wert aufweist, ist dieser nicht für die Vorzeichenbestimmung relevant. Analoges Vorgehen für die Ermittlung der Änderung der Verwendung des Faktors Kohle liefert:

$$\begin{aligned} \text{sign}(dx_K) &= \text{sign}\left(B(x_G^*, x_K^*)(e_K e_G^2 J(x_G^*, x_K^*) \right. \\ &\quad \left. + e_K E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (f''(x_G^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) \right. \\ &\quad \left. - e_G e_K^2 J(x_G^*, x_K^*) - e_G E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] (-C''(x_G^*, x_K^*)) \right), \quad (\text{B.74}) \end{aligned}$$

$$= \text{sign}\left(B(x_G^*, x_K^*)(e_K f''(x_G^*) P_S + C''(x_G^*, x_K^*)(e_G - e_K))\right). \quad (\text{B.75})$$

Der Term $B(x_G^*, x_K^*)$ in den Gleichungen (B.73) und (B.75) ist gemäß Gleichung (B.31) in Kapitel 4.2.2.1 für einen risikoaversen (risikoneutralen) [risikofreudigen] Entscheider positiv (null) [negativ]. Es folgt, dass eine Aussage über die Änderung der Verwendung der Produktionsfaktoren nur in Abhängigkeit der Emissionsraten und der Präferenz des Entscheiders getätigt werden kann. Zudem kann für einen risikoaversen Entscheider für

⁹⁴Die Funktion $\text{sign}(\cdot)$ ist eine Funktion, die den Wert -1 aufweist, wenn das Argument einen negativen Wert bzw. den Wert $+1$ aufweist, wenn das Argument einen positiven Wert aufweist. Ist der Wert des Arguments null, so ist auch der Funktionswert null. (Vgl. z. B. Grieser (2015): S. 190.)

die Annahmen $e_G \leq e_K$ und $e_G \geq e_K$ jeweils nur die Aussage über die Änderung der Verwendung von einem Faktor getätigt werden. Für den jeweils anderen Faktor ist keine Aussage möglich. Eine Erhöhung der absoluten Risikoaversion führt zu einer Verringerung der Verwendung des Faktors Gas, falls $e_G \geq e_K$ gilt. Wenn $e_G \leq e_K$ gilt, wird die Verwendung von Kohle zur Stromerzeugung verringert. Weisen beide Stromerzeugungstechnologien gleich hohe Emissionsraten auf, wird die Verwendung von beiden Faktoren verringert. Nur für diesen Fall kann auf Basis der Eigenschaften der Produktionsfunktion gefolgert werden, dass die Erhöhung der Risikoaversion zu einem Rückgang der Stromproduktion führt.⁹⁵

Auf Basis der einzelnen Änderungen der Verwendung der Produktionsfaktoren gemäß den Gleichungen (B.73) und (B.75) folgt für die Summe der Verwendung der Produktionsfaktoren:

$$d(x_G + x_K) = \left(B(x_G^*, x_K^*) (e_K f''(x_G^*) P_S + e_G f''(x_K^*) P_S) \right). \quad (\text{B.76})$$

Aufgrund der Konkavität der Nutzenfunktion und der positiven CO₂-Emissionsraten folgt aus Gleichung (B.76), dass eine Erhöhung der Risikoaversion zu einem Rückgang der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren führt. \square

B.16 Beweis von Satz 4.2.4 aus Kapitel 4.2.2.2

Beweis Um die Aussage von Satz 4.2.4 herzuleiten, werden zunächst die Auswirkungen einer Erhöhung der Fixkosten auf die Bedingungen erster Ordnung analysiert. Die optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle sind durch die Bedingungen erster Ordnung implizit gegeben. Damit die entsprechenden impliziten Ableitungen nach den Fixkosten ermittelt werden können, muss zunächst gezeigt werden, dass x_G^* und x_K^* jeweils implizite Funktionen darstellen. Dafür muss nachgewiesen werden, dass die partiellen Ableitungen stetig sind sowie die Determinante der Jacobi-Matrix der ersten Ableitungen an der Stelle der x_G^* und x_K^* von null verschieden ist.⁹⁶ Die Stetigkeit der partiellen Ableitungen kann aus der stetigen Differenzierbarkeit von Produktions- und

⁹⁵Der vorgestellte Ansatz zur Analyse der Auswirkung einer Erhöhung der Risikoaversion auf die optimale Entscheidung kombiniert Analyseansätze von Asplund sowie von Katz, Paroush und Kahana. (Vgl. Asplund (2002): S. 999 ff. und Katz et al. (1982): S. 393 f. und 398 f.)

⁹⁶Vgl. z. B. Chiang (1984): S. 204 ff. Sydsæter et al. (2005): S. 39.

Kostenfunktion sowie der Nutzenfunktion und der ersten Ableitungen der Nutzenfunktion gefolgert werden. Die Jacobi-Matrix der Bedingungen erster Ordnung entspricht der Hesse-Matrix.⁹⁷ Gemäß den Bedingungen für das Vorliegen eines Maximums an der Stelle x_G^* und x_K^* , muss die Hesse-Matrix einen von null verschiedenen Wert aufweisen. Es folgt, dass das implizite Funktionen-Theorem anwendbar ist.⁹⁸ Die entsprechenden Ableitungen nach den Fixkosten sind gegeben durch:⁹⁹

$$\frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_G \partial C_F} = -E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right], \quad (\text{B.77})$$

$$\frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_K \partial C_F} = -E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_K^*) P_S - P_K - e_K \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] \quad (\text{B.78})$$

Für weitere Aussagen ist zunächst die Bestimmung des Vorzeichens der beiden partiellen Ableitungen aus (B.77) und (B.78) nötig.¹⁰⁰ Es wird angenommen, dass die Höhe des Gewinns des Stromerzeugungsunternehmens $\bar{\Pi}$ für $P_{CO_2} = \bar{P}_{CO_2}$ beträgt.¹⁰¹ Weist die Nutzenfunktion des stromerzeugenden Unternehmens, U , abnehmende absolute Risikoaversion auf, gilt für $P_{CO_2} < \bar{P}_{CO_2}$ und somit $\Pi > \bar{\Pi}$:¹⁰²

$$-\frac{U''(\Pi)}{U'(\Pi)} < -\frac{U''(\bar{\Pi})}{U'(\bar{\Pi})}. \quad (\text{B.79})$$

Es wird zudem unterstellt, dass für $P_{CO_2} = \bar{P}_{CO_2}$, $f'(x_G) P_S = P_G + e_G \bar{P}_{CO_2} + C'(x_G, x_K)$ gilt. Aufgrund des unterstellten positiven Grenznutzens folgt:

$$-U'(\Pi) (f'(x_G) P_S - P_G - e_G P_{CO_2} - C'(x_G, x_K)) < 0, \quad \text{für } P_{CO_2} < \bar{P}_{CO_2}. \quad (\text{B.80})$$

Aus der Multiplikation der linken und rechten Seite von Gleichung (B.79) mit Term aus (B.80) folgt:

⁹⁷Die Matrix der partiellen Ableitungen zweiter Ordnung wird als Hesse-Matrix bezeichnet. (Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 92)

⁹⁸Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 105 ff.

⁹⁹Vgl. Gleichungen (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1.

¹⁰⁰Das vorgestellte Verfahren zur Ermittlung des Vorzeichens der Gleichung B.77 und B.78 basiert auf dem Vorgehen von Sandmo. (Vgl. Sandmo (1971): S. 68 f.)

¹⁰¹Mit P_{CO_2} werden Realisationen der Zufallsvariable \tilde{P}_{CO_2} gekennzeichnet.

¹⁰²Vgl. Kapitel 2.1.3 oder z. B. Gollier (2001): S. 18 ff.

$$\begin{aligned}
& U''(\Pi) (f'(x_G) P_S - P_G - e_G P_{CO_2} - C'(x_G, x_K)) \\
& > \frac{U''(\bar{\Pi})}{U'(\bar{\Pi})} U'(\Pi) (f'(x_G) P_S - P_G - e_G P_{CO_2} - C'(x_G, x_K)). \quad (\text{B.81})
\end{aligned}$$

Gleichung (B.81) wird ebenfalls erhalten, wenn für die Relation der Grade der absoluten Risikoaversion in Gleichung (B.79) $P_{CO_2} > \bar{P}_{CO_2}$ und damit $\Pi < \bar{\Pi}$ unterstellt wird. Das Ungleichzeichen in (B.81) dreht sich dadurch um. Aufgrund der Annahme $P_{CO_2} > \bar{P}_{CO_2}$ ist auch das Ungleichzeichen in Gleichung (B.80) umgedreht, so dass aus der Multiplikation der linken und rechten Seite von (B.79) ebenfalls Gleichung (B.81) folgt. Die Relation gemäß Gleichung (B.81) gilt somit für alle Realisationen der Preise der CO₂-Emissionszertifikate. Die Bildung des Erwartungswertes über Gleichung (B.81) liefert:

$$\begin{aligned}
& E \left[U''(\tilde{\Pi}) \left(f'(x_G) P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G, x_K) \right) \right] \\
& > \frac{U''(\bar{\Pi})}{U'(\bar{\Pi})} E \left[U'(\tilde{\Pi}) \left(f'(x_G) P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G, x_K) \right) \right] \quad (\text{B.82})
\end{aligned}$$

Gemäß den Bedingungen erster Ordnung hat die rechte Seite von Gleichung (B.82) für die Optimallösungen, x_G^* und x_K^* , den Wert 0, so dass der Erwartungswert auf der linken Seite einen positiven Wert haben muss. Analog kann gezeigt werden, dass der Erwartungswert in der zweiten partiellen Ableitung in Gleichung (B.78) im Optimum ebenfalls einen positiven Wert haben muss. Weist der betrachtete Entscheider zunehmende Risikoaversion auf ist das Ungleichzeichen in (B.79) umgekehrt, so dass der Erwartungswert in Gleichung (B.82) einen negativen Wert aufweisen muss. Impliziert die Nutzenfunktion konstante absolute Risikoaversion ist hat der Erwartungswert auf der linken Seite von (B.82) den Wert null. Damit folgt, dass für einen risikoaversen Entscheider, dessen Nutzenfunktion sich durch abnehmende Risikoaversion auszeichnet, die Erwartungswerte in den Gleichungen (B.77) und (B.78) positiv sind und damit die partiellen Ableitungen nach den Fixkosten in den Gleichungen (B.77) und (B.78) einen negativen Wert haben müssen.¹⁰³

Um einfacher Aussagen über die Auswirkung einer Fixkostenerhöhung ableiten zu kön-

¹⁰³Vgl. Gleichungen (4.9) und (4.10) aus Kapitel 4.2.2.1.

nen, ist es sinnvoll, die Erwartungswerte aus den partiellen Ableitungen der Gleichungen (B.77) und (B.78) analog zu den Bedingungen zweiter Ordnung zu vereinfachen.¹⁰⁴

$$\begin{aligned} E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \left(f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO2} - C'(x_G^*, x_K^*) \right) \right] \\ = E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] \left(f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO2}] - C'(x_G^*, x_K^*) \right) \\ - e_G \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}], \end{aligned} \quad (\text{B.83})$$

$$\begin{aligned} = E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] \left(\frac{e_G \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) - e_G \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}], \\ = e_G L(x_G^*, x_K^*), \end{aligned} \quad (\text{B.84})$$

$$\text{mit } L(x_G^*, x_K^*) = E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) - \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}].$$

Durch Bildung bzw. Zerlegung des Erwartungswertes und anschließendes Ausmultiplizieren wird Gleichung (B.83) erhalten. Im nächsten Schritt wird gemäß der Bedingung erster Ordnung der Grenzgewinn durch den entsprechenden Kovarianzterm ersetzt.¹⁰⁵ Durch Ausklammern der Emissionsrate kann der Term $L(x_G^*, x_K^*)$ extrahiert werden und es folgt Gleichung (B.84). Dieser Term ist positiv oder null, da die Emissionsrate einen positiven Wert hat und bereits gezeigt wurde, dass der Erwartungswert aus den partiellen Ableitungen der Gleichungen (B.77) und (B.78) einen positiven Wert oder den Wert null hat, wenn unterstellt wird, dass die Nutzenfunktion abnehmende oder konstante Risikoaversion aufweist.¹⁰⁶ Analog zu dem Vorgehen der Vereinfachung des Erwartungswertes der partiellen Ableitung nach den Fixkosten aus Gleichung (B.77) kann der Erwartungswert aus (B.78) vereinfacht werden, so dass gilt:

$$E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \left(f'(x_K^*) P_S - P_K - e_K \tilde{P}_{CO2} - C'(x_G^*, x_K^*) \right) \right] = e_K L(x_G^*, x_K^*), \quad (\text{B.85})$$

$$\text{mit } L(x_G^*, x_K^*) = E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) - \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}] > 0.$$

¹⁰⁴Vgl. Gleichungen (B.38), (B.39) und (B.40) in Kapitel 4.2.2.1.

¹⁰⁵Vgl. Gleichung (4.9) aus Kapitel 4.2.2.1.

¹⁰⁶Vgl. Gleichung (B.82).

Durch die Gleichungen (B.77) und (B.78) bzw. (B.84) und (B.85) sind die Änderungen der Bedingungen erster Ordnung durch eine Fixkostenerhöhung gegeben. Zur Ermittlung der Vorzeichen der notwendigen Änderungen der Verwendungsmengen von Gas und Kohle, dx_G/dC_F und dx_K/dC_F , kann das folgende Gleichungssystem auf Basis des totalen Differentials einer impliziten Funktion aufgestellt werden:^{107 108}

$$H_{x_G, x_G} \frac{dx_G}{dC_F} + H_{x_G, x_K} \frac{dx_K}{dC_F} = e_G L(x_G^*, x_K^*) > 0, \quad (\text{B.86})$$

$$H_{x_K, x_G} \frac{dx_G}{dC_F} + H_{x_K, x_K} \frac{dx_K}{dC_F} = e_K L(x_G^*, x_K^*) > 0. \quad (\text{B.87})$$

Unter Anwendung der Cramer'schen Regel, der Determinante der Hesse-Matrix, $\text{Det}(H)$, sowie den Gleichungen (B.84) und (B.85) kann das System der Gleichungen (B.86) und (B.87) nach $\frac{dx_G}{dC_F}$ und $\frac{dx_K}{dC_F}$ aufgelöst werden und es folgt:¹⁰⁹

$$\frac{dx_G}{dC_F} = \frac{L(x_G^*, x_K^*)(H_{x_K, x_K} e_G - H_{x_G, x_K} e_K)}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.88})$$

$$\frac{dx_K}{dC_F} = \frac{L(x_G^*, x_K^*)(H_{x_G, x_G} e_K - H_{x_G, x_K} e_G)}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.89})$$

$$\text{mit } \text{Det}(H) = H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_G, x_K})^2 > 0. \quad (\text{B.90})$$

Es wurde bereits gezeigt, dass der Term $L(x_G^*, x_K^*)$ bei abnehmender Risikoaversion des Stromerzeugers sowie die Determinante der Hesse-Matrix einen positiven Wert haben müssen, so dass für die Ermittlung der Vorzeichen der notwendigen Änderung der verwendeten Mengen von Gas und Kohle jeweils die Terme in den Klammern maßgeblich sind. Die zweiten partiellen Ableitungen in den Gleichungen (B.69) und (B.70) können durch die entsprechenden Vereinfachungen aus den Gleichungen (B.38), (B.39) und (B.40) in Kapitel 4.2.2.1 ersetzt werden. Für die Änderung der Verwendung der Produktionsfaktoren Gas und Kohle folgt:

¹⁰⁷Vgl. z. B. Paroush/Wolf (1992): S. 838 f., Silberberg/Suen (2001): S. 80 oder Sydsæter et al. (2005): S. 39.

¹⁰⁸Die Bedingungen zweiter Ordnung bzgl. des Erwartungsnutzens aus den Gleichungen (4.11), (4.12) und (4.13) in Kapitel 4.2.2.1 werden mit H_{x_G, x_G} , H_{x_K, x_K} und $H_{x_K, x_G} = H_{x_G, x_K}$ bezeichnet.

¹⁰⁹Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 44.

$$\begin{aligned} \text{sign}\left(\frac{dx_G}{dC_F}\right) &= \text{sign}\left(L(x_G^*, x_K^*)(e_G e_K^2 J(x_G^*, x_K^*) \right. \\ &\quad \left. + e_G E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right](f''(x_K^*) P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) \right. \\ &\quad \left. - e_G e_K^2 J(x_G^*, x_K^*) - e_K E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right](-C''(x_G^*, x_K^*))\right), \quad (\text{B.91}) \end{aligned}$$

$$= \text{sign}\left(L(x_G^*, x_K^*)(e_G f''(x_K^*) P_S + C''(x_G^*, x_K^*)(e_K - e_G))\right) \quad (\text{B.92})$$

sowie

$$\text{sign}\left(\frac{dx_K}{dC_F}\right) = \text{sign}\left(L(x_G^*, x_K^*)(e_K f''(x_G^*) P_S + C''(x_G^*, x_K^*)(e_G - e_K))\right). \quad (\text{B.93})$$

Wie bereits gezeigt wurde, ist für den Fall von abnehmender (zunehmender) Risikoaversion der Term $L(x_G^*, x_K^*)$ positiv (negativ), so dass für $e_G \geq e_K$ die Verwendung des Faktors Gas sinkt (steigt) und für $e_G \leq e_K$ die Verwendung des Faktors Kohle sinkt (steigt).¹¹⁰ Entsprechend fällt (steigt) die Verwendung beider Produktionsfaktoren für den Fall von gleich hohen Emissionsraten beider Stromerzeugungstechnologien, wenn die Risikoaversion abnimmt (zunimmt), so dass es auch zu einer Verringerung der Stromproduktion kommt. Bei konstanter absoluter Risikoaversion erfolgt keine Anpassung der optimalen Faktormengen durch die Erhöhung der Fixkosten, da der Wert $L(x_G^*, x_K^*)$ null ist. Die Auswirkung auf die Summe der verwendeten Produktionsfaktoren ergibt sich aus der Summe der Zähler der Gleichungen (B.88) und (B.89).¹¹¹

$$\text{sign}\left(\frac{d(x_G + x_K)}{dC_F}\right) = \text{sign}\left(L(x_G^*, x_K^*)(e_K f''(x_G^*) P_S + e_G f''(x_K^*) P_S)\right). \quad (\text{B.94})$$

Für den Fall von abnehmender (zunehmender) Risikoaversion ist der Term $L(x_G^*, x_K^*)$ positiv (negativ), so dass die Erhöhung der Fixkosten zu einer Verringerung (Erhöhung) der Verwendung der Summe der Produktionsfaktoren führt.¹¹² \square

¹¹⁰Vgl. Gleichung (B.81).

¹¹¹Vgl. z. B. Katz et al. (1982): S. 393 f.

¹¹²Vgl. Gleichung B.81.

B.17 Beweis von Satz 4.2.5 aus Kapitel 4.2.2.3

Beweis Die Ermittlung der Auswirkungen einer Absatzpreiserhöhung von Strom erfolgt in zwei Schritten. Im ersten Schritt werden die Änderungen der Bedingungen erster Ordnung durch eine Erhöhung des Absatzpreises ermittelt, indem die partiellen Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach dem Absatzpreis bestimmt werden. Im darauffolgenden zweiten Schritt werden auf Basis der partiellen Ableitungen die entsprechenden Änderungen der optimalen Produktionsfaktormengen ermittelt.

Die optimalen Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren, x_G^* und x_K^* , sind implizit durch die Bedingungen erster Ordnung aus den Gleichungen (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1 gegeben.¹¹³ Die entsprechenden Ableitungen nach dem Stromabsatzpreis sind gegeben durch:¹¹⁴

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_G \partial P_S} &= f(x_G^*, x_K^*) E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] \\ &\quad + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] f'(x_G^*), \end{aligned} \quad (\text{B.95})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_K \partial P_S} &= f(x_G^*, x_K^*) E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_K^*) P_S - P_K - e_K \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] \\ &\quad + E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] f'(x_K^*). \end{aligned} \quad (\text{B.96})$$

In Kapitel 4.2.2.2 wurde gezeigt, dass der Erwartungswert des Produktes von zweiter Ableitung der Nutzenfunktion und dem Grenzgewinn in den Gleichungen (B.95) und (B.96) für Nutzenfunktionen, die abnehmende (zunehmende) [konstante] absolute Risikoaversion implizieren, positiv (negativ) [null] ist. Damit ist das Vorzeichen der Ableitungen in den Gleichungen (B.95) und (B.96) für Stromerzeugungsunternehmen,

¹¹³Damit die entsprechenden impliziten Ableitungen nach dem Absatzpreis ermittelt werden können, muss zunächst gezeigt werden, dass x_G^* und x_K^* jeweils implizite Funktionen darstellen. Dafür muss nachgewiesen werden, dass die partiellen Ableitungen stetig sind sowie die Determinante der Jacobi-Matrix der ersten Ableitungen an der Stelle der x_G^* und x_K^* von null verschieden ist. (Vgl. z. B. Chiang (1984): S. 204 ff. Sydsæter et al. (2005): S. 39.) Die Stetigkeit der partiellen Ableitungen kann aus der stetigen Differenzierbarkeit von Produktions- und Kostenfunktion sowie der Nutzenfunktion und der ersten Ableitung der Nutzenfunktion gefolgert werden. Die Jacobi-Matrix der Bedingungen erster Ordnung entspricht der Hesse-Matrix. Gemäß den Bedingungen für das Vorliegen eines Maximums an der Stelle x_G^* und x_K^* , muss die Hesse-Matrix einen von null verschiedenen Wert aufweisen. Es folgt, dass das implizite Funktionen-Theorem anwendbar ist. (Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 105 ff.)

¹¹⁴Vgl. Gleichungen 4.9 und 4.10 in Kapitel 4.2.2.1.

deren Nutzenfunktionen absolute oder konstante absolute Risikoaversion implizieren, eindeutig positiv. Bei zunehmender Risikoaversion ist der erster Term jeweils negativ und der zweite Term jeweils positiv, so dass keine Aussage über das Vorzeichen getroffen werden kann. Da für den Fall von zunehmender absoluter Risikoaversion keine Aussage über das Vorzeichen der Gleichungen (B.95) und (B.96) gemacht werden kann, wird im weiteren Verlauf abnehmende oder konstante Risikoaversion unterstellt.¹¹⁵

Um eine Aussage über die Relationen der Werte der partiellen Ableitungen im Optimum aus den Gleichungen (B.95) und (B.96) herzuleiten werden die folgenden Vereinfachungen vorgenommen:

$$\frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G \partial P_S} = \Delta H_{x_G} = f(x_G^*, x_K^*) e_G L(x_G^*, x_K^*) + E[U'(\tilde{\Pi}^*)] f'(x_G^*), \quad (\text{B.97})$$

$$\frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_K \partial P_S} = \Delta H_{x_K} = f(x_G^*, x_K^*) e_K L(x_G^*, x_K^*) + E[U'(\tilde{\Pi}^*)] f'(x_K^*), \quad (\text{B.98})$$

$$\text{mit } L(x_G^*, x_K^*) = E[U''(\Pi^*)] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) - \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}] > 0.$$

Durch Zerlegung des Erwartungswertes der partiellen Ableitungen in den Gleichungen (B.95) und (B.96), anschließendes Ausmultiplizieren sowie durch Ersetzen der erwarteten Grenzgewinne durch die entsprechenden Kovarianzterme aus den Bedingungen erster Ordnung in den Gleichungen (4.9) und (4.10) aus Kapitel 4.2.2.1 kann der Term $L(x_G^*, x_K^*)$ ausgeklammert werden. Der Term $L(x_G^*, x_K^*)$ ist bei abnehmender bzw. konstanter Risikoaversion positiv bzw. null.¹¹⁶ Da die Emissionsrate einen positiven Wert hat und bereits gezeigt wurde, dass der Erwartungswert der zweiten Ableitungen der Nutzenfunktion und dem unsicheren Grenzgewinn aus den partiellen Ableitungen der zweiten Ableitungen (B.95) und (B.96) einen positiven Wert bzw. den Wert null hat, wenn abnehmende oder konstante absolute Risikoaversion unterstellt wird, muss der Wert von (B.95) und (B.96) positiv sein.¹¹⁷ Die Vereinfachung des Erwartungswertes der partiellen Ableitung nach dem Absatzpreis aus Gleichung (B.96) erfolgt analog.

Durch ΔH_{x_G} und ΔH_{x_K} aus den Gleichungen (B.95) und (B.96) sind die Änderungen der Bedingungen erster Ordnung durch eine Erhöhung des Absatzpreises gegeben. Die

¹¹⁵Vgl. Beweis zu Satz 4.2.4 sowie Gleichung (B.82) in Kapitel 4.2.2.2.

¹¹⁶Vgl. Gleichung (B.82) sowie den Beweis zu Satz 4.2.4 in Kapitel 4.2.2.2.

¹¹⁷Vgl. Gleichung (B.81).

sich daraus ergebenden Änderungen für die optimalen Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren, dx_G und dx_K , können durch Bildung des totalen Differentials der impliziten Funktion der Mengen x_G und x_K und dem daraus folgenden Ungleichungssystem bestimmt werden.¹¹⁸

$$H_{x_G, x_G} \frac{dx_G}{dP_S} + H_{x_G, x_K} \frac{dx_K}{dP_S} = -\Delta H_{x_G}, \quad (\text{B.99})$$

$$H_{x_K, x_G} \frac{dx_G}{dP_S} + H_{x_K, x_K} \frac{dx_K}{dP_S} = -\Delta H_{x_K}. \quad (\text{B.100})$$

Unter Anwendung der Cramer'schen Regel, der Determinante der Hesse-Matrix, $\text{Det}(H)$, sowie den Gleichungen (B.95) und (B.96) kann das System der Gleichungen (B.99) und (B.100) nach $\frac{dx_G}{dP_S}$ und $\frac{dx_K}{dP_S}$ aufgelöst werden.¹¹⁹

$$\frac{dx_G}{dP_S} = \frac{H_{x_G, x_K} \Delta H_{x_K} - H_{x_K, x_K} \Delta H_{x_G}}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.101})$$

$$\frac{dx_K}{dP_S} = \frac{H_{x_G, x_K} \Delta H_{x_G} - H_{x_G, x_G} \Delta H_{x_K}}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.102})$$

$$\text{mit } \text{Det}(H) = H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_G, x_K})^2 > 0. \quad (\text{B.103})$$

Da die Determinante bei Erfüllung der Bedingungen erster Ordnung im Optimum einen positiven Wert aufweist, ist jeweils der Zähler in den Gleichungen (B.101) und (B.102) für das Vorzeichen der Änderungen der optimalen Verwendungsmengen relevant. Gemäß Annahme 8) gilt $H_{x_K, x_K}, H_{x_G, x_G} < H_{x_K, x_G} < 0$, so dass durch Kenntnis der Relation der Werte von ΔH_{x_G} und ΔH_{x_K} eine Aussage über die Auswirkung einer Erhöhung des Absatzpreises gefolgert werden kann. Wird $P_G > P_K$, $e_G > e_K$ und $t_G \leq t_K$ angenommen, folgt gemäß der Aussage Satz 4.2.1 aus Kapitel 4.2.2.1 sowie gemäß den Gleichungen (B.97) und (B.98), dass $\Delta H_{x_G} > \Delta H_{x_K}$ gilt. Folglich führt für den betrachteten Fall eine Absatzpreiserhöhung gemäß des Zählers von Gleichung (B.101) zu einer Erhöhung der Verwendung des Faktors Gas. Analog folgt für $P_G < P_K$, $e_G < e_K$ und $t_G \geq t_K$ und damit $\Delta H_{x_G} < \Delta H_{x_K}$ gemäß des Zählers von Gleichung (B.102), dass aus einer Absatzpreiserhöhung eine Erhöhung der Verwendung von Kohle zur Stromerzeugung resultiert. Gilt $P_G = P_K$, $e_G = e_K$ und $t_G = t_K$ und somit

¹¹⁸Vgl. z. B. Chiang (1984): S. 198 ff. oder Paroush/Wolf (1992): S. 838 f.

¹¹⁹Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 44.

$\Delta H_{x_G} = \Delta H_{x_K}$ folgt aufgrund von $H_{x_K, x_K}, H_{x_G, x_G} < H_{x_K, x_G} < 0$, dass die optimale Verwendung von beiden Produktionsfaktoren durch die Erhöhung des Absatzpreises ansteigt.¹²⁰

Für die Änderung der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren folgt aus den Gleichungen (B.101) und (B.102):

$$\frac{d(x_G + x_K)}{dP_S} = \frac{\Delta H_{x_K}(H_{x_G, x_K} - H_{x_G, x_G}) + \Delta H_{x_G}(H_{x_G, x_K} - H_{x_K, x_K})}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.104})$$

Die Faktoren ΔH_{x_G} und ΔH_{x_K} sind bei abnehmender oder konstanter Risikoaversion positiv. Da zusätzlich gemäß Annahme $H_{x_K, x_K}, H_{x_G, x_G} < H_{x_K, x_G} < 0$ gilt, ist die Änderung der Summe der verwendeten Faktoren in Gleichung (B.104) positiv. Infolge einer Erhöhung des Stromabsatzpreises wird die Summe der optimal zu verwendenden Produktionsfaktoren erhöht. Diese Aussage kann ohne weitere Annahmen über die Emissionsraten, Faktorpreise oder Umwandlungsfaktoren der beiden Technologien gefolgert werden und gilt für Unternehmen, deren Nutzenfunktion abnehmende oder konstante absolute Risikoaversion aufweisen.¹²¹ \square

B.18 Beweis von Satz 4.2.6 aus Kapitel 4.2.2.4

Beweis Zur Analyse der Beeinflussung der optimalen Verwendungsmengen von beiden Produktionsfaktoren durch eine Erhöhung des erwarteten Preises der CO₂-Zertifikate wird der unsichere Preis der Zertifikate \tilde{P}_{CO_2} in Entscheidungsproblem (4.7) in Kapitel 4.2.2.1 und an der entsprechenden Stelle in der Gewinngleichung durch $\tilde{P}_{CO_2}^n$, mit $\tilde{P}_{CO_2}^n = \tilde{P}_{CO_2} + \lambda$ und $\lambda > 0$, ersetzt. Eine Erhöhung des Erwartungswertes der Preise der CO₂-Zertifikate wird durch einen additiven Term modelliert. Die Auswirkungen einer Erhöhung des Erwartungswertes können durch entsprechende Erhöhung des Parameters λ untersucht werden. Eine Erhöhung des Faktors λ führt zu einer Verschiebung der Verteilung des Preises der CO₂-Emissionszertifikate nach rechts.¹²² Im ersten

¹²⁰Vgl. z. B. Paroush/Wolf (1992): S. 840.

¹²¹Vgl. z. B. Paroush/Wolf (1992): S. 840.

¹²²Die gewählte Form der Parametrisierung eines geänderten Erwartungswertes wird in der Literatur häufig verwendet, um Auswirkungen eines geänderten Erwartungswertes eines unsicheren Preises, Wechselkurses oder einer unsicheren Rendite auf die optimale Produktions-, Export- oder Anlageentscheidung zu untersuchen. (Vgl. z. B. Arrow (1971): S. 104 ff., Adam-Müller (1995): S. 25 f. Batra/Ullah (1974): S. 542 ff., Feder (1977): S. 505 f., Holthausen (1979): S. 991, Katz/Paroush (1979): S. 390 ff. Paroush/Wolf (1992): S. 832 ff., Sandmo (1971): S. 67.)

Schritt werden die Änderungen der Bedingungen erster Ordnung durch eine Erhöhung des erwarteten Preises der CO₂-Zertifikate ermittelt, indem die partiellen Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach dem Faktor λ bestimmt werden. Daraufaufgehend werden auf Basis der partiellen Ableitungen die entsprechenden Änderungen der optimalen Produktionsfaktormengen ermittelt.

Durch die Bedingungen erster Ordnung in den Gleichungen (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1 sind die optimalen Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren Gas und Kohle implizit gegeben.¹²³ Die entsprechenden Ableitungen nach dem Parameter λ sind gegeben durch:¹²⁴

$$\frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_G \partial \lambda} = -e_G x_G E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G (\tilde{P}_{CO_2} + \lambda) - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] - e_G E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right], \quad (\text{B.105})$$

$$\frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_K \partial \lambda} = -e_K x_K E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_K^*) P_S - P_K - e_K (\tilde{P}_{CO_2} + \lambda) - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] - e_K E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right]. \quad (\text{B.106})$$

In Kapitel 4.2.2.2 wurde in Beweis zu Satz 4.2.4, der eine Aussage über die Auswirkungen einer Erhöhung der Fixkosten auf die optimale Verwendung der Produktionsfaktormengen macht, gezeigt, dass der Erwartungswert des Produkts aus der zweiten Ableitung der Nutzenfunktion und dem Grenzgewinn bei abnehmender absoluter Risikoaversion positiv ist. Folglich ist der Wert der beiden zweiten partiellen Ableitungen, in Kombination mit den positiven Werte für den erwarteten Grenznutzen, in den Gleichungen (B.105) und (B.106) positiv. Mit Hilfe der Vereinfachung des Erwartungswertes des Produkts aus der zweiten Ableitung der Nutzenfunktion und dem Grenzgewinn

¹²³Damit die entsprechenden impliziten Ableitungen nach dem λ ermittelt werden können, muss zunächst gezeigt werden, dass x_G^* und x_K^* jeweils implizite Funktionen darstellen. Dafür muss nachgewiesen werden, dass die partiellen Ableitungen stetig sind sowie die Determinante der Jacobi-Matrix der ersten Ableitungen an der Stelle der x_G^* und x_K^* von null verschieden ist. (Vgl. z. B. Chiang (1984): S. 204 ff. Sydsæter et al. (2005): S. 39.) Die Stetigkeit der partiellen Ableitungen kann aus der stetigen Differenzierbarkeit von Produktions- und Kostenfunktion sowie der Nutzenfunktion und der ersten Ableitung der Nutzenfunktion gefolgert werden. Die Jacobi-Matrix der Bedingungen erster Ordnung entspricht der Hesse-Matrix. Gemäß den Bedingungen für das Vorliegen eines Maximums an der Stelle x_G^* und x_K^* , muss die Hesse-Matrix einen von null verschiedenen Wert aufweisen. Es folgt, dass das implizite Funktionen-Theorem anwendbar ist. (Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 105 ff.)

¹²⁴Vgl. Gleichungen (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1.

gemäß den Gleichungen (B.84) und (B.85) aus Kapitel 4.2.2.2 können die zweiten partiellen Ableitungen nach λ aus den Gleichungen (B.105) und (B.106) dargestellt werden als:

$$\frac{\partial^2 E [U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G \partial \lambda} = \Delta H_{x_G} = -e_G^2 \left(x_G L(x_G^*, x_K^*) + E [U'(\tilde{\Pi}^*)] \right), \quad (\text{B.107})$$

$$\frac{\partial^2 E [U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_K \partial \lambda} = \Delta H_{x_K} = -e_K^2 \left(x_K L(x_G^*, x_K^*) + E [U'(\tilde{\Pi}^*)] \right), \quad (\text{B.108})$$

$$\text{mit } L(x_G^*, x_K^*) = E [U''(\Pi^*)] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) - \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}] > 0$$

Durch ΔH_{x_G} und ΔH_{x_K} sind die Änderungen der Bedingungen erster Ordnung gegeben, die aus der Erhöhung des Erwartungswertes der Preise der CO₂-Zertifikate resultieren. Wie bereits gezeigt wurde, ist für den Fall von abnehmender (konstanter) Risikoaversion der Term $L(x_G^*, x_K^*)$ positiv (null) und der erwartete Grenznutzen stets positiv. Folglich weisen die partiellen Ableitungen jeweils einen positiven Wert auf. Gemäß den Aussagen (i) bzw. (ii) von Satz 4.2.1 aus Kapitel 4.2.2.1 folgt aus $P_G < P_K$, $e_G < e_K$ und $t_G \geq t_K$ ($P_G > P_K$, $e_G > e_K$ und $t_G \leq t_K$), dass $x_G^* > x_K^*$ ($x_G^* < x_K^*$) gilt. Ist bekannt, dass $e_G > e_K$ gilt, folgt in Verbindung $P_G > P_K$ und $t_G \leq t_K$, dass die optimale Verwendungsmenge von Gas geringer ist als die von Kohle. Dementsprechend kann keine Aussage über das Größenverhältnis der beiden Ableitungen gemacht werden.

Die sich aus den Änderungen der Bedingungen erster Ordnung ergebenden Änderungen für die optimalen Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren, dx_G und dx_K , können durch Bildung des totalen Differentials der impliziten Funktion der Mengen x_G und x_K und dem daraus folgenden Ungleichungssystem bestimmt werden.¹²⁵

$$H_{x_G, x_G} \frac{dx_G}{d\lambda} + H_{x_G, x_K} \frac{dx_K}{d\lambda} = -\Delta H_{x_G}, \quad (\text{B.109})$$

$$H_{x_K, x_G} \frac{dx_G}{d\lambda} + H_{x_K, x_K} \frac{dx_K}{d\lambda} = -\Delta H_{x_K}. \quad (\text{B.110})$$

¹²⁵Vgl. z. B. Chiang (1984): S. 198 ff., Paroush/Wolf (1992): S. 838 f. oder Silberberg/Suen (2001): S. 108 f. und S. 119 f.

Unter Anwendung der Cramer'schen Regel, der Determinante der Hesse-Matrix, $\text{Det}(H)$, sowie den Gleichungen (B.107) und (B.108) kann das System der Gleichungen (B.109) und (B.110) nach $\frac{dx_G}{d\lambda}$ und $\frac{dx_K}{d\lambda}$ aufgelöst werden.¹²⁶

$$\frac{dx_G}{d\lambda} = \frac{H_{x_G, x_K} \Delta H_{x_K} - H_{x_K, x_K} \Delta H_{x_G}}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.111})$$

$$\frac{dx_K}{d\lambda} = \frac{H_{x_G, x_K} \Delta H_{x_G} - H_{x_G, x_G} \Delta H_{x_K}}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.112})$$

$$\text{mit } \text{Det}(H) = H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_G, x_K})^2 > 0. \quad (\text{B.113})$$

Im Optimum weist die Determinante der Hesse-Matrix einen positiven Wert auf, so dass jeweils der Zähler der Gleichungen (B.111) und (B.112) für das Vorzeichen der Änderungen der optimalen Verwendungsmengen relevant ist. Für die Ermittlung der Änderungen der optimalen Verwendung der Produktionsfaktoren sowie die Änderung der Summe der verwendeten Faktormengen werden die zweiten partiellen Ableitungen ermittelt, so dass die Auswirkungen einer Erhöhung des Erwartungswertes betrachtet werden können.¹²⁷ Durch Einsetzen der Vereinfachungen der zweiten partiellen Ableitungen aus den Gleichungen (B.38), (B.39) und (B.40) in Kapitel 4.2.2.1 sowie den partiellen Ableitungen nach λ aus den Gleichungen (B.107) und (B.108) lassen sich die Zähler der Gleichungen (B.111) und (B.112) wie folgt vereinfachen:

$$\begin{aligned} \text{sign}\left(\frac{dx_G}{d\lambda}\right) &= \\ &\text{sign}\left(\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] + x_K^* L(x_G^*, x_K^*)\right)\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] C''(x_G^*, x_K^*)\right)(e_K - e_G)\right. \\ &\quad \left.+ e_G\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] + x_G^* L(x_G^*, x_K^*)\right)\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] f''(x_K^*) P_S\right)\right) \end{aligned} \quad (\text{B.114})$$

$$\begin{aligned} \text{sign}\left(\frac{dx_K}{d\lambda}\right) &= \\ &\text{sign}\left(\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] + x_G^* L(x_G^*, x_K^*)\right)\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] C''(x_G^*, x_K^*)\right)(e_G - e_K)\right. \\ &\quad \left.+ e_K\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] + x_K^* L(x_G^*, x_K^*)\right)\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] f''(x_G^*) P_S\right)\right) \end{aligned} \quad (\text{B.115})$$

¹²⁶Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 120 oder Sydsæter et al. (2005): S. 44.

¹²⁷Vgl. z. B. Sandmo (1971): S. 69.

Der Term $L(x_G^*, x_K^*)$ ist bei abnehmender Risikoaversion positiv bzw. bei konstanter Risikoaversion weist der Term den Wert null auf.¹²⁸ Der zweite Summand in Gleichung (B.114) weist einen eindeutig negativen Wert aufgrund der Multiplikation mit der zweiten Ableitung der Produktionsfunktion auf, die wegen der Konkavität der Produktionsfunktion negativ ist. Auf Basis der gleichen Argumentation muss auch der zweite Summand in Gleichung (B.114) einen negativen Wert aufweisen. Weist jeweils auch der erste Summand in den Gleichungen (B.114) und (B.115) ein negatives Vorzeichen auf, kann das Vorzeichen der Änderungen der optimalen Produktionsfaktormengen eindeutig bestimmt werden. Das Vorzeichen des ersten Summanden hängt von der Differenz $e_K - e_G$ bzw. $e_G - e_K$ ab, da die ersten beiden Terme des ersten Summanden jeweils positiv sind. Folglich kann immer nur für eine der Änderungen der Faktormengen eine Aussage abgeleitet werden, wenn nicht $e_K = e_G$ gilt. Für $e_K \leq e_G$ ($e_K \geq e_G$) wird die Verwendung von Gas (Kohle) verringert durch eine Erhöhung des Erwartungswertes der Preise der CO₂-Emissionszertifikate. Weisen beide Technologien gleich hohe Emissionsraten auf, wird die Verwendung von beiden Produktionsfaktoren verringert. Aus der Verringerung der Verwendung beider Produktionsfaktoren resultiert eine Verringerung der Stromproduktion. Die Aussage über die Änderungen der Optimalmengen von Gas und Kohle kann für beliebige Erhöhungen von λ , mit $\lambda \geq 0$ getätigt werden.¹²⁹

Das Vorzeichen der Änderung der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} \text{sign}\left(\frac{d(x_G + x_K)}{d\lambda}\right) &= \text{sign}\left(E\left[U'(\tilde{\Pi}^*)\right] P_S(e_K f''(x_G^*) P_S + e_G f''(x_K^*) P_S)\right. \\ &\quad + L(x_G^*, x_K^*)((e_G - e_K)(x_G^* - x_K^*) C''(x_G^*, x_K^*) \\ &\quad \left. + P_S(e_K x_K^* f''(x_G^*) P_S + e_G x_G^* f''(x_K^*) P_S))\right) \quad (\text{B.116}) \end{aligned}$$

Der erste Summand in Gleichung (B.116) ist aufgrund der negativen zweiten Ableitungen der Produktionsfunktion negativ. Der zweite Summand ist das Produkt aus dem Faktor $L(x_G^*, x_K^*)$, der bei abnehmender Risikoaversion positiv ist, und dem Term in der Klammer, der wiederum zwei Summanden enthält. Der zweite dieser Terme ist aufgrund der zweiten Ableitungen der Produktionsfunktion negativ. Das Vorzeichen des

¹²⁸Vgl. Gleichung (B.82) sowie den Beweis zu Satz 4.2.4 in Kapitel 4.2.2.2.

¹²⁹Dies beinhaltet auch die Betrachtung einer marginalen Erhöhung der Erwartungswertes an der Stelle $\lambda = 0$. (Vgl. z. B. Sandmo (1971): S. 69.)

ersten Summanden ist abhängig vom Vorzeichen des Terms $(e_G - e_K)(x_G^* - x_K^*)$. In Verbindung mit Aussage (i) und (ii) von Satz 4.2.1 aus Kapitel 4.2.2.1 folgt für $P_G < P_K$ und $t_G \geq t_K$ sowie $P_G > P_K$ und $t_G \leq t_K$, dass das Produkt einen negativen Wert haben muss, da die Differenzen in den beiden Klammertermen jeweils entgegengesetzte Vorzeichen haben. Daraus folgt, dass für diesen Fall der Wert von Gleichung (B.116) negativ ist und damit die Summe der Verwendungsmengen beider Faktoren zurückgeht. Eine Technologie dominiert folglich die Andere hinsichtlich der Brennstoffkosten und der technologischen Umwandlungsfaktoren. Für die betrachteten Fälle führt eine Erhöhung von λ , zu einem Rückgang der Summe der optimalen Verwendungsmengen an Gas und Kohle. Dies ist auch dann der Fall, wenn beide Technologien gleich hohe Emissionsraten aufweisen. \square

B.19 Beweis von Satz 4.2.7 aus Kapitel 4.2.2.4

Beweis Um die Beeinflussung der optimalen Verwendungsmengen von beiden Produktionsfaktoren durch eine Erhöhung der Varianz des Preises der CO₂-Zertifikate zu untersuchen, wird der unsichere Preis der Zertifikate \tilde{P}_{CO_2} in Entscheidungsproblem (4.7) in Kapitel 4.2.2.1 sowie in der Gewinngleichung durch $\tilde{P}_{CO_2}^n$, mit $\tilde{P}_{CO_2}^n = E[\tilde{P}_{CO_2}] + \beta'\tilde{\epsilon}$ und $\beta' > 0$, $E[\tilde{\epsilon}] = 0$ sowie $\text{Var}[\tilde{\epsilon}] = 1$ ersetzt.

Eine Erhöhung des Parameters β führt zu einer Spreizung der Verteilung der Preise der CO₂-Zertifikate ohne dabei den Erwartungswert zu verändern. Diese Form der Modellierung des unsicheren Preises führt für $\beta' > 0$ sowie bei einer Erhöhung von β' zu einer Erwartungswert-neutralen Spreizung.¹³⁰ Die Auswirkungen einer Erhöhung der Streuung der Ergebnisrealisationen können durch entsprechende Erhöhung des Parameters β' untersucht werden.¹³¹ Die Erhöhung von β' führt zu einer Erwartungswert-neutralen Spreizung der Verteilung der CO₂-Zertifikatepreise, was in Abhängigkeit der unterstellten Art der Verteilung auch höhere Momente als das zweite beeinflussen kann.¹³²

¹³⁰Vgl. Definition 3.3.4 in Kapitel 3.3 und Definition B.6 in Anhang B sowie Ingersoll (1987): S. 119 f., Katz et al. (1982): S. 390, Rothschild/Stiglitz (1970): S. 229 ff. und Sandmo (1971): S. 67.

¹³¹Die gewählte Form der Parametrisierung einer geänderten Variabilität des unsicheren Preises wird in der Literatur häufig verwendet, um Auswirkungen einer Erhöhung der Variabilität eines unsicheren Preises, Wechselkurses oder einer unsicheren Rendite auf die optimale Produktions-, Export- oder Anlageentscheidung zu untersuchen. (Vgl. z. B. Arrow (1971): S. 105 ff., Adam-Müller (1995): S. 76 f. Batra/Ullah (1974): S. 542 ff., Davis (1989): S. 132, Feder (1977): S. 505 f., Hartman (1973): S. 261, Holthausen (1979): S. 991, Ishii (1977): S. 768, Katz/Paroush (1979): S. 390 ff. Paroush/Wolf (1992): S. 832 ff. oder Sandmo (1971): S. 67.)

¹³²Ob höhere Momente als das zweite Moment der Verteilung durch eine Änderung von β' beeinflusst werden, hängt davon ab, ob diese Momente für ϵ von null verschieden sind.

Für die Untersuchung der Auswirkungen einer Erwartungswert-neutralen Spreizung der Verteilung der CO₂-Zertifikatepreise werden die entsprechenden Änderungen der Bedingungen erster Ordnung ermittelt, indem die partiellen Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach dem Faktor β' bestimmt werden. Darauffolgend werden auf Basis der partiellen Ableitungen die entsprechenden Änderungen der optimalen Produktionsfaktormengen ermittelt.

Durch die Bedingungen erster Ordnung in den Gleichungen (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1 sind die optimalen Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren Gas und Kohle implizit gegeben.¹³³ Die entsprechenden Ableitungen nach dem Parameter β' sind gegeben durch:¹³⁴

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_G \partial \beta'} &= -(x_G^* e_G + x_K^* e_K) E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \tilde{\epsilon} (f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G (E[\tilde{P}_{CO_2}] + \beta' \tilde{\epsilon}) \right. \\ &\quad \left. - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] - e_G E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \tilde{\epsilon} \right], \end{aligned} \quad (\text{B.117})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_K \partial \beta'} &= -(x_G^* e_G + x_K^* e_K) E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \tilde{\epsilon} (f'(x_K^*) P_S - P_K - e_K (E[\tilde{P}_{CO_2}] + \beta' \tilde{\epsilon}) \right. \\ &\quad \left. - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] - e_K E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \tilde{\epsilon} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.118})$$

Um eine Aussage über die Auswirkung einer Erhöhung der Variabilität der CO₂-Zertifikatepreise ableiten zu können, müssen die Vorzeichen der Gleichungen (B.117) und (B.118) bestimmt werden. Hierzu wird zunächst beispielhaft der erste Summand von Gleichung (B.117) separat betrachtet und in dem Erwartungswert gemäß der Parametrisierung des unsicheren Preises ϵ durch $(\tilde{P}_{CO_2} - E[\tilde{P}_{CO_2}])/\beta'$ ersetzt.¹³⁵ Der Er-

¹³³Damit die entsprechenden impliziten Ableitungen nach β ermittelt werden können, muss zunächst gezeigt werden, dass x_G^* und x_K^* jeweils implizite Funktionen darstellen. Dafür muss nachgewiesen werden, dass die partiellen Ableitungen stetig sind sowie die Determinante der Jacobi-Matrix der ersten Ableitungen an der Stelle der x_G^* und x_K^* von null verschieden sind. (Vgl. z. B. Chiang (1984): S. 204 ff. Sydsæter et al. (2005): S. 39.) Die Stetigkeit der partiellen Ableitungen kann aus der stetigen Differenzierbarkeit von Produktions- und Kostenfunktion sowie der Nutzenfunktion und der ersten Ableitung der Nutzenfunktion gefolgert werden. Die Jacobi-Matrix der Bedingungen erster Ordnung entspricht der Hesse-Matrix. Gemäß den Bedingungen für das Vorliegen eines Maximums an der Stelle x_G^* und x_K^* , muss die Hesse-Matrix einen von null verschiedenen Wert aufweisen. Es folgt, dass das implizite Funktionen-Theorem anwendbar ist. (Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 105 ff.)

¹³⁴Vgl. Gleichungen (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1.

¹³⁵Das beschriebene sowie das weitere Vorgehen zur Ermittlung der Auswirkungen einer erhöhten Variabilität der CO₂-Zertifikatepreise ist angelehnt an das Vorgehen von Sandmo. (Vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 544 f., Ishii (1977): S. 769 oder Sandmo (1971): S. 67 f.)

wartungswert aus Gleichung (B.117) kann dargestellt werden als:

$$E\left[U''(\tilde{\Pi}^*)\frac{(\tilde{P}_{CO_2} - E[\tilde{P}_{CO_2}])}{\beta'}(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G(E[\tilde{P}_{CO_2}] + \beta'\tilde{\epsilon}) - C'(x_G^*, x_K^*))\right] \quad (\text{B.119})$$

$$= \frac{1}{\beta' e_G} E\left[U''(\tilde{\Pi}^*)(e_G \tilde{P}_{CO_2} - e_G E[\tilde{P}_{CO_2}])(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))\right], \quad (\text{B.120})$$

$$= \frac{1}{\beta' e_G} E\left[U''(\tilde{\Pi}^*)(-f'(x_G^*)P_S + P_G + e_G \tilde{P}_{CO_2} + C'(x_G^*, x_K^*) + f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO_2}] - C'(x_G^*, x_K^*))(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))\right],$$

$$= \frac{1}{\beta' e_G} E\left[U''(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO_2}] - C'(x_G^*, x_K^*))(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) - (f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))^2\right], \quad (\text{B.121})$$

$$= \frac{1}{\beta' e_G} E\left[U''(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))\right]$$

$$(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO_2}] - C'(x_G^*, x_K^*))$$

$$- \frac{1}{\beta' e_G} E\left[U''(\tilde{\Pi}^*)(f'(x_G^*)P_S - P_G - e_G \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*))^2\right]. \quad (\text{B.122})$$

In Gleichung (B.120) wurde zunächst der Faktor $1/(e_G \beta')$ ausgeklammert. Im nächsten Schritt wurden in der Klammer mit der Differenz $(e_G \tilde{P}_{CO_2} - e_G E[\tilde{P}_{CO_2}])$ jeweils die Faktoren $f'(x_G^*)P_S$, P_G sowie $C'(x_G^*, x_K^*)$ addiert und subtrahiert und zu den Termen der unsicheren Grenzkosten sowie der erwarteten Grenzkosten zusammengefasst, so dass Gleichung (B.121) erhalten wurde. Im letzten Schritt wurde der Erwartungswert gebildet. Anhand von Gleichung (B.122) kann nun das Vorzeichen abgelesen werden. Der erste Summand ist bei abnehmender absoluter Risikoaversion positiv bzw. bei konstanter abnehmender absoluter Risikoaversion null. Dies wurde im Zusammenhang zum Beweis von Satz 4.2.4 in Kapitel 4.2.2.2 nachgewiesen. Das Vorzeichen des zweiten Summanden ist negativ aufgrund der Konkavität der Nutzenfunktion und dem quadrierten Grenzgewinn im Erwartungswert. Daraus folgt unmittelbar, dass der Erwartungswert von Gleichung (B.119) positiv sein muss. Auf Basis der gleichen Argumentation muss

der Erwartungswert des ersten Summanden in der zweiten partiellen Ableitung nach β' in Gleichung (B.118) ebenfalls einen positiven Wert haben. Diese Aussagen gelten für den Fall von konstanter oder abnehmender absoluter Risikoaversion, da in diesen Fällen der erste Erwartungswert in Gleichung (B.122) nicht negativ ist, so dass der gesamte Term (B.122) positiv ist.

Da der Erwartungswert von ϵ annahmegemäß den Wert null hat, vereinfacht sich der Erwartungswert im zweiten Summanden der Gleichungen (B.117) und (B.118) zu $\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \epsilon]$. Da ϵ mit einem negativen Vorzeichen in die Gewinngleichung eingeht, muss der Wert der Kovarianz größer null sein, so dass $\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \epsilon]$ gilt.¹³⁶ Da beide Summanden in den Gleichungen (B.117) und (B.118) jeweils einen negativen Wert aufweisen, folgt, dass die zweiten partiellen Ableitungen nach dem Faktor β' jeweils einen negativen Wert aufweisen müssen.

Um vereinfacht Aussagen über die Änderungen der Verwendung der Produktionsfaktoren herzuleiten, ist es sinnvoll, die beiden partiellen Ableitungen der Gleichungen (B.117) und (B.118) auf gemeinsame Faktoren zurückzuführen und entsprechend zu vereinfachen. Hierfür werden die Vereinfachungen der zweiten partiellen Ableitungen aus den Gleichungen (B.38), (B.39) und (B.40) aus Kapitel 4.2.2.1 sowie die Vereinfachungen für den Erwartungswert des Produktes von zweiter Ableitung der Nutzenfunktion und dem Grenzgewinn aus Gleichung (B.84) aus Kapitel 4.2.2.2 verwendet. Die Vereinfachung wird beispielhaft für die zweite partielle Ableitung aus Gleichung (B.117) dargestellt. Einsetzen der genannten Gleichungen liefert:

¹³⁶Die Ermittlung des Vorzeichens kann analog zur Ermittlung des Vorzeichens der Kovarianzen $\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]$ der Bedingungen erster Ordnung in den Gleichungen (4.9) und (4.10) gemäß der Ableitung in Gleichung (B.31) in Kapitel 4.2.2.1 bestimmt werden.

$$\begin{aligned}
&= -(x_G^* e_G + x_K^* e_K) \frac{1}{\beta' e_G} e_G L(x_G^*, x_K^*) (f'(x_G^*) P_S - P_G - e_G E[\tilde{P}_{CO2}]) - C'(x_G^*, x_K^*) \\
&\quad + (x_G^* e_G + x_K^* e_K) \frac{1}{\beta' e_G} e_G^2 J(x_G^*, x_K^*) - e_G \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \epsilon], \tag{B.123}
\end{aligned}$$

$$\text{mit } L(x_G^*, x_K^*) = E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{\epsilon}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) - \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{\epsilon}],$$

$$\begin{aligned}
\text{mit } J(x_G^*, x_K^*) &= E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{\epsilon}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right)^2 \\
&\quad - 2 \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{\epsilon}] \left(\frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \epsilon]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right) + E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \text{var}(\epsilon) < 0.
\end{aligned}$$

In einem weiteren Vereinfachungsschritt kann der erwartete Grenzgewinn unter Verwendung der Gleichung der Bedingung erster Ordnung (4.9) in Kapitel 4.2.2.1 durch den entsprechenden Kovarianzterm ersetzt werden. Zudem ist es möglich, den von den Emissionsraten unabhängigen Faktor $K(x_G^*, x_K^*)$ auszuklammern. Analog zu dem beschriebenen Vorgehen der Vereinfachung kann auch die zweite partielle Ableitung aus Gleichung (B.118) vereinfacht werden, so dass beide Ableitungen darstellbar sind als:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G \partial \beta'} &= -e_G \left((x_G^* e_G + x_K^* e_K) \frac{1}{\beta'} L(x_G^*, x_K^*) \frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right. \\
&\quad \left. - (x_G^* e_G + x_K^* e_K) \frac{1}{\beta'} J(x_G^*, x_K^*) + \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \epsilon] \right), \\
&= -e_G K(x_G^*, x_K^*), \tag{B.124}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_K \partial \beta'} = -e_K K(x_G^*, x_K^*), \tag{B.125}$$

$$\begin{aligned}
\text{mit } K(x_G^*, x_K^*) &= \left((x_G^* e_G + x_K^* e_K) \frac{1}{\beta'} L(x_G^*, x_K^*) \frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right. \\
&\quad \left. - (x_G^* e_G + x_K^* e_K) \frac{1}{\beta'} J(x_G^*, x_K^*) + \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \epsilon] \right) \tag{B.126}
\end{aligned}$$

Die sich aus den Änderungen der Bedingungen erster Ordnung ergebenden Änderungen für die optimalen Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren, $d x_G$ und $d x_K$, können

durch Bildung des totalen Differentials der impliziten Funktion der Mengen x_G und x_K und dem daraus folgenden Ungleichungssystem bestimmt werden. Mit ΔH_{x_G} und ΔH_{x_K} werden die entsprechenden Änderungen der Bedingungen erster Ordnung durch eine Erhöhung des Faktors β' bezeichnet.¹³⁷

$$H_{x_G, x_G} \frac{dx_G}{d\beta'} + H_{x_G, x_K} \frac{dx_K}{d\beta'} = -\Delta H_{x_G}, \quad (\text{B.127})$$

$$H_{x_K, x_G} \frac{dx_G}{d\beta'} + H_{x_K, x_K} \frac{dx_K}{d\beta'} = -\Delta H_{x_K}. \quad (\text{B.128})$$

Unter Anwendung der Cramer'schen Regel, der Determinante der Hesse-Matrix, $\text{Det}(H)$, sowie den Gleichungen (B.107) und (B.108) kann das System der Gleichungen (B.127) und (B.128) nach $\frac{dx_G}{d\beta'}$ und $\frac{dx_K}{d\beta'}$ aufgelöst werden.¹³⁸

$$\frac{dx_G}{d\beta'} = \frac{H_{x_G, x_K} \Delta H_{x_K} - H_{x_K, x_K} \Delta H_{x_G}}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.129})$$

$$\frac{dx_K}{d\beta'} = \frac{H_{x_G, x_K} \Delta H_{x_G} - H_{x_G, x_G} \Delta H_{x_K}}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.130})$$

$$\text{mit } \text{Det}(H) = H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_G, x_K})^2 > 0. \quad (\text{B.131})$$

Da die Determinante aufgrund der unterstellten Optimallösungen für x_G^* und x_K^* positiv ist, hängt das Vorzeichen der Änderung der Verwendung der Faktoren Gas und Kohle von den Vorzeichen der Zähler in den Gleichungen (B.127) und (B.128) ab. Das Vorzeichen wird ermittelt durch Substitution der zweiten partiellen Ableitungen aus den Gleichungen (B.38), (B.39) und (B.40) aus Kapitel 4.2.2.1 sowie den partiellen Ableitungen nach β' gemäß den Gleichungen (B.124) und (B.125).

$$\frac{dx_G}{d\beta'} = E[U'(\tilde{\Pi}^*)]((e_K - e_G)C''(x_G^*, x_K^*) + e_G P_S f''(x_K^*))K(x_G^*, x_K^*), \quad (\text{B.132})$$

$$\frac{dx_K}{d\beta'} = E[U'(\tilde{\Pi}^*)]((e_G - e_K)C''(x_G^*, x_K^*) + e_K P_S f''(x_G^*))K(x_G^*, x_K^*) \quad (\text{B.133})$$

¹³⁷Vgl. z. B. Batra/Ullah (1974): S. 544 f., Chiang (1984): S. 198 ff., Katz et al. (1982): S. 397 oder Silberberg/Suen (2001): S. 108 f. und S. 119 f.

¹³⁸Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 44.

Wie bereits gezeigt wurde ist der Term $K(x_G^*, x_K^*)$ größer null, so dass das Vorzeichen in Gleichung (B.132) in Verbindung mit der negativen zweiten Ableitung der Produktionsfunktion von dem Vorzeichen des Terms $e_K - e_G$ abhängt. Entsprechend analoger Überlegungen ist das Vorzeichen der Änderung der Verwendung von Kohle vom Vorzeichen des Terms $e_G - e_K$ abhängig. Entsprechend den Gleichungen (B.132) und (B.133) wird die Verwendung des Faktors durch eine Erhöhung der Variabilität der CO₂-Zertifikatepreise verringert, der eine höhere Emissionsrate aufweist. Für den jeweiligen anderen Faktor kann keine eindeutige Aussage über das Vorzeichen der Änderung der optimalen Verwendungsmenge gemacht werden.¹³⁹ Die Änderung der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren ist gegeben durch:

$$\frac{d(x_G + x_K)}{d\beta'} = E[U'(\tilde{\Pi}^*)](e_K P_S f''(x_G^*) e_G + P_S f''(x_K^*)) K(x_G^*, x_K^*), \quad (\text{B.134})$$

Aufgrund der negativen Werte für die zweiten Ableitungen der Produktionsfunktion folgt unmittelbar aus Gleichung (B.134), dass die Summe der verwendeten Produktionsfaktoren durch eine Erhöhung der Variabilität der CO₂-Zertifikatepreise zurückgeht. □

B.20 Beweis von Satz 4.2.8 aus Kapitel 4.2.2.5

Beweis Zur Analyse der Beeinflussung der optimalen Verwendungsmengen von beiden Produktionsfaktoren durch eine Erhöhung der Emissionsrate wird beispielhaft die Emissionsrate der Erzeugung von Strom mit Hilfe von Gaskraftwerken erhöht. Die Emissionsrate des Gaskraftwerks ist durch $e'_G = e_G + \tau$, mit $\tau > 0$ gegeben. Durch eine Erhöhung des Parameters τ kann eine Erhöhung der CO₂-Emissionsrate der Technologie Gas analysiert werden. Die Emissionsrate wird an der entsprechenden Stelle in den Bedingungen erster Ordnung substituiert.¹⁴⁰ Die Ermittlung der Auswirkungen einer Emissionserhöhung von Gaskraftwerken erfolgt in zwei Schritten. Im ersten Schritt werden die Änderungen der Bedingungen erster Ordnung durch eine Erhöhung der Emissionsrate untersucht, indem die partiellen Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach dem Faktor τ bestimmt werden. Darauf folgend werden in einem zweiten Schritt auf Basis der Änderungen der partiellen Ableitungen nach dem Parameter τ die entsprechenden Änderungen der optimalen Produktionsfaktormengen ermittelt.

¹³⁹Vgl. z. B. Ratti/Ullah (1976): S. 707.

¹⁴⁰Vgl. Gleichungen (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1.

Die optimalen Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren, x_G^* und x_K^* , sind implizit durch die Bedingungen erster Ordnung aus den Gleichungen (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1 gegeben.¹⁴¹ Um die Auswirkungen einer erhöhten Emissionsrate von Gaskraftwerken auf die optimale Verwendung der Produktionsfaktoren zu untersuchen, werden die Bedingungen erster Ordnung bzgl. der Produktionsfaktoren jeweils nach dem Parameter τ abgeleitet. Die entsprechenden Ableitungen sind gegeben durch:¹⁴²

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_G \partial \tau} &= -x_G^* E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \tilde{P}_{CO2} (f'(x_G^*) P_S - P_G - (e_G + \tau) \tilde{P}_{CO2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] \\ &\quad - E \left[U'(\tilde{\Pi}^*) \right] E \left[\tilde{P}_{CO2} \right] - \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}], \end{aligned} \quad (\text{B.135})$$

$$\frac{\partial^2 E \left[U(\tilde{\Pi}) \right]}{\partial x_K \partial \tau} = -x_G^* E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \tilde{P}_{CO2} (f'(x_K^*) P_S - P_K - e_K \tilde{P}_{CO2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] \quad (\text{B.136})$$

Um das Vorzeichen der beiden partiellen Ableitungen der Gleichungen (B.135) und (B.136) bestimmen zu können, muss das Vorzeichen der ersten Ableitung bestimmt werden.

$$\begin{aligned} E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \tilde{P}_{CO2} (f'(x_G^*) P_S - P_G - (e_G + \tau) \tilde{P}_{CO2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] \\ = -x_G^* \left(E \left[\tilde{P}_{CO2} \right] E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_G^*) P_S - P_G - (e_G + \tau) \tilde{P}_{CO2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] \right. \\ \left. + \text{cov}[\tilde{P}_{CO2} U''(\tilde{\Pi}^*), f'(x_G^*) P_S - P_G - (e_G + \tau) \tilde{P}_{CO2} - C'(x_G^*, x_K^*)] \right). \end{aligned} \quad (\text{B.137})$$

Mit Hilfe des Lemma B.2 aus Anhang B.21 und der daraus resultierenden Kovarianzzerlegung kann Gleichung (B.137) wie folgt dargestellt werden:¹⁴³

¹⁴¹ Damit die entsprechenden impliziten Ableitungen nach dem Parameter τ ermittelt werden können, muss zunächst gezeigt werden, dass x_G^* und x_K^* jeweils implizite Funktionen darstellen. Dafür muss nachgewiesen werden, dass die partiellen Ableitungen stetig sind sowie die Determinante der Jacobi-Matrix der ersten Ableitungen an der Stelle der x_G^* und x_K^* von null verschieden sind. (Vgl. z. B. Chiang (1984): S. 204 ff. oder Sydsæter et al. (2005): S. 39.) Die Stetigkeit der partiellen Ableitungen kann aus der stetigen Differenzierbarkeit von Produktions- und Kostenfunktion sowie der Nutzenfunktion und den ersten Ableitung der Nutzenfunktion gefolgert werden. Die Jacobi-Matrix der Bedingungen erster Ordnung entspricht der Hesse-Matrix. Gemäß den Bedingungen für das Vorliegen eines Maximums an der Stelle x_G^* und x_K^* muss die Hesse-Matrix einen von null verschiedenen Wert aufweisen. Folglich ist das implizite Funktionen-Theorem anwendbar. (Vgl. z. B. Silberberg/Suen (2001): S. 105 ff.)

¹⁴² Vgl. Gleichungen (4.9) und (4.10) in Kapitel 4.2.2.1.

¹⁴³ Die Zerlegung der Kovarianz erfolgt gemäß Lemma B.2 in Anhang B.21. Dabei wird unterstellt,

$$\begin{aligned}
&= -x_G^* \left(E \left[\tilde{P}_{CO_2} \right] E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_G^*) P_S - P_G - (e_G + \tau) \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] \right. \\
&\quad + E \left[\tilde{P}_{CO_2} \right] \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), f'(x_G^*) P_S - P_G - (e_G + \tau) \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)] \\
&\quad \left. + E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] \text{cov}[\tilde{P}_{CO_2}, f'(x_G^*) P_S - P_G - (e_G + \tau) \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)] \right). \quad (\text{B.138})
\end{aligned}$$

Eine weitere Vereinfachung der Kovarianzen liefert:¹⁴⁴

$$\begin{aligned}
&= -x_G^* \left(E \left[\tilde{P}_{CO_2} \right] E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) (f'(x_G^*) P_S - P_G - (e_G + \tau) \tilde{P}_{CO_2} - C'(x_G^*, x_K^*)) \right] \right. \\
&\quad - (e_G + \tau) E \left[\tilde{P}_{CO_2} \right] \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}] \\
&\quad \left. - (e_G + \tau) E \left[U''(\tilde{\Pi}^*) \right] \text{cov}[\tilde{P}_{CO_2}, \tilde{P}_{CO_2}] \right). \quad (\text{B.139})
\end{aligned}$$

Die Kovarianz, $\text{cov}[\tilde{P}_{CO_2}, \tilde{P}_{CO_2}]$, entspricht der Varianz des unsicheren Preise der CO₂-Zertifikate, $\text{Var}[\tilde{P}_{CO_2}]$, so dass der dritte Summand in (B.139) einen negativen Wert hat. Der Wert der Kovarianz $\text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]$ im zweiten Summanden hat bei abnehmender absoluter Risikoaversion einen positiven Wert und bei konstanter absoluter Risikoaversion, aufgrund von Annahme 10) in Kapitel 4.2.2.1, den Wert null. Dies wird anhand Gleichung (B.83) in Kapitel 4.2.2.2 deutlich. Gemäß Gleichung (B.82) im Beweis zu Satz 4.2.4 aus Kapitel 4.2.2.2, weist der erste Summand in (B.139) bei abnehmender bzw. konstanter absoluter Risikoaversion einen positiven Wert bzw. einen Wert von null auf.

Da der zweite Summand in Gleichung (B.135) ebenfalls einen negativen Wert aufweist und die Kovarianz im dritten Term gemäß der Bedingung erster Ordnung aus Gleichung (B.31) in Kapitel 4.2.2.1 einen positiven Wert hat und subtrahiert wird, folgt, dass die Ableitung der Bedingung erster Ordnung bzgl. der Faktormenge Gas nach τ insgesamt einen negativen Wert haben muss. Analog kann gezeigt werden, dass auch die Ableitung der Bedingung erster Ordnung bzgl. der Faktormenge Kohle nach τ aus Gleichung (B.136) einen negativen Wert haben muss. Um weitere Ergebnisse erzielen zu können wird die Gleichung (B.139) vereinfacht. Zerlegung des zweiten Erwartungswertes und

dass die Größen $U''(\tilde{\Pi}^*)$ und \tilde{P}_{CO_2} multivariat normalverteilt sind. (Vgl. Anhang B sowie Bohrnstedt/Goldberger (1969): S. 1441 f. und Sévi (2006): S. 4.)

¹⁴⁴Allgemein gilt für Zufallsvariablen \tilde{x} und \tilde{y} für die Ermittlung der Kovarianz der folgende Zusammenhang: $\text{cov}[a\tilde{x} + b, \tilde{y}] = a \text{cov}[\tilde{x}, \tilde{y}]$. (Vgl. Tappe (2013): S. 155.)

Substitution des Terms $(f'(x_G^*)P_S - P_G - (e_G + \tau)E[\tilde{P}_{CO2}] - C'(x_G^*, x_K^*))$ gemäß den Gleichungen (4.16) und (4.18) sowie Ausklammern des Terms $(e_G + \tau)$ liefert:

$$\begin{aligned}
&= -x_G^*(e_G + \tau) \left(E[\tilde{P}_{CO2}] E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U''(\tilde{\Pi}^*)]} - E[\tilde{P}_{CO2}] \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}] \right. \\
&\quad \left. - (e_G + \tau)E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \text{Var}[\tilde{P}_{CO2}] \right). \tag{B.140}
\end{aligned}$$

Analoge Vereinfachungen können für die partielle Ableitung aus Gleichung (B.136) vorgenommen werden. Die beiden Ableitungen aus (B.135) und (B.136) können dann dargestellt werden als:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi})]}{\partial x_G \partial \tau} &= -x_G^*(e_G + \tau)Q(x_G^*, x_K^*) - E[U'(\tilde{\Pi}^*)] E[\tilde{P}_{CO2}] \\
&\quad - \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}], \tag{B.141}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 E[U(\tilde{\Pi}^*)]}{\partial x_K \partial \tau} = -x_G^* e_K Q(x_G^*, x_K^*), \tag{B.142}$$

$$\begin{aligned}
\text{mit } Q(x_G^*, x_K^*) &= \left(E[\tilde{P}_{CO2}] E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \frac{\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U'(\tilde{\Pi}^*)]} - \frac{\text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}]}{E[U''(\tilde{\Pi}^*)]} \right. \\
&\quad \left. - E[\tilde{P}_{CO2}] \text{cov}[U''(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO2}] - (e_G + \tau)E[U''(\tilde{\Pi}^*)] \text{Var}[\tilde{P}_{CO2}] \right).
\end{aligned}$$

Der Faktor $Q(x_G^*, x_K^*)$ weist, wie bereits erläutert, bei abnehmender oder konstanter absoluter Risikoaversion einen positiven Wert auf. Mit ΔH_{x_G} und ΔH_{x_K} werden die Änderungen der Bedingungen erster Ordnung durch eine marginale Erhöhung des Parameters τ aus den Gleichungen (B.141) und (B.142) bezeichnet. Die sich daraus ergebenden Änderungen für die optimalen Verwendungsmengen der Produktionsfaktoren können durch Bildung des totalen Differentials der impliziten Funktionen der Mengen x_G und x_K und dem daraus folgenden Ungleichungssystem bestimmt werden.¹⁴⁵

¹⁴⁵Vgl. z. B. Chiang (1984): S. 198 ff. oder Paroush/Wolf (1992): S. 838 f.

$$H_{x_G, x_G} \frac{d x_G}{d \tau} + H_{x_G, x_K} \frac{d x_K}{d \tau} = - \Delta H_{x_G}, \quad (\text{B.143})$$

$$H_{x_K, x_G} \frac{d x_G}{d \tau} + H_{x_K, x_K} \frac{d x_K}{d \tau} = - \Delta H_{x_K}. \quad (\text{B.144})$$

Unter Anwendung der Cramer'schen Regel sowie der Determinante der Hesse-Matrix, $\text{Det}(H)$, können die Gleichungen (B.143) und (B.144) nach $d x_G/d \tau$ und $d x_K/d \tau$ aufgelöst werden.¹⁴⁶

$$\frac{d x_G}{d \tau} = \frac{H_{x_G, x_K} \Delta H_{x_K} - H_{x_K, x_K} \Delta H_{x_G}}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.145})$$

$$\frac{d x_K}{d \tau} = \frac{H_{x_G, x_K} \Delta H_{x_G} - H_{x_G, x_G} \Delta H_{x_K}}{\text{Det}(H)}, \quad (\text{B.146})$$

$$\text{mit } \text{Det}(H) = H_{x_G, x_G} H_{x_K, x_K} - (H_{x_G, x_K})^2 > 0. \quad (\text{B.147})$$

Da die Determinante im Maximum einen positiven Wert aufweist, sind die Zähler der Gleichungen (B.145) und (B.146) für die Vorzeichen der Änderungen der Verwendung von Gas und Kohle maßgeblich. Für die Vorzeichen der Änderung der optimalen Verwendung von Gas und Kohle durch eine Erhöhung der Emissionsrate gilt:

$$\begin{aligned} \text{sign}\left(\frac{d x_G}{d \tau}\right) &= \text{sign}\left(E[U'(\tilde{\Pi}^*)](E[U'(\tilde{\Pi}^*)]E[\tilde{P}_{CO_2}] \right. \\ &\quad + \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}]) (f''(x_G^*)P_S - C''(x_G^*, x_K^*)) \\ &\quad + x_G^* Q(x_G^*, x_K^*)E[U'(\tilde{\Pi}^*)] ((e_G + \tau)f''(x_G^*)P_S + C''(x_G^*, x_K^*)(e_K - (e_G + \tau))) \\ &\quad \left. + (\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}] + E[U'(\tilde{\Pi}^*)])e_K^2 J(x_G^*, x_K^*)\right) \end{aligned} \quad (\text{B.148})$$

und

$$\begin{aligned} \text{sign}\left(\frac{d x_K}{d \tau}\right) &= \text{sign}\left(E[U'(\tilde{\Pi}^*)](E[U'(\tilde{\Pi}^*)]E[\tilde{P}_{CO_2}] + \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}])C''(x_G^*, x_K^*) \right. \\ &\quad + x_G^* Q(x_G^*, x_K^*)E[U'(\tilde{\Pi}^*)] (e_K f''(x_G^*)P_S + C''(x_G^*, x_K^*)((e_G + \tau) - e_K)) \\ &\quad \left. + (\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}] + E[\tilde{P}_{CO_2}]E[U'(\tilde{\Pi}^*)])e_K(e_G + \tau)J(x_G^*, x_K^*)\right). \end{aligned} \quad (\text{B.149})$$

¹⁴⁶Vgl. z. B. Sydsæter et al. (2005): S. 44.

Die Vorzeichen der Änderungen der optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle werden anhand der Gleichungen (B.148) und (B.149) bestimmt. In Gleichung (B.148) weisen der erste und der dritte Summand jeweils negative Vorzeichen auf, da im ersten Summanden die beiden ersten Faktoren positiv und der letzte Faktor, wegen der Konkavität der Produktionsfunktion, negativ ist. Im dritten Summand ist der erste Faktor positiv und der Faktor $J(x_G^*, x_K^*)$ negativ, so dass dieses insgesamt ebenfalls ein negatives Vorzeichen hat.¹⁴⁷ Weist auch der zweite Summand in (B.148) einen negativen Wert auf, kann das Vorzeichen von der Änderung der optimalen Verwendung von Gas eindeutig bestimmt werden. Weist Kohle höhere oder gleich hohe Emissionsrate im Vergleich zu Gas auf, ist der mittlere Summand kleiner null, da der Faktor $Q(x_G^*, x_K^*)$ bei abnehmender oder konstanter absoluter Risikoaversion einen positiven Wert aufweist. Folglich ist der gesamte Wert von (B.148) negativ. Dies ist auch dann der Fall, wenn beide Technologien gleich hohe Emissionsraten aufweisen. Für die Änderung der optimalen Verwendung von Kohle durch eine Erhöhung der Emissionsrate von Gas kann keine Aussage getätigt werden, da in Gleichung (B.149) der erste und der letzte Summand unterschiedliche Vorzeichen aufweisen. Die Aussage gilt unabhängig von der Relation der Emissionsraten zueinander. Für die Änderung der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren durch eine Erhöhung der Emissionsraten folgt aus den Gleichungen (B.148) und (B.149):

$$\begin{aligned} \text{sign}\left(\frac{d(x_G + x_K)}{d\tau}\right) = & \\ & \text{sign}\left(E[U'(\tilde{\Pi}^*)](E[U'(\tilde{\Pi}^*)]E[\tilde{P}_{CO_2}] + \text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}])f''(x_G^*)P_S \right. \\ & + x_G^* Q(x_G^*, x_K^*)E[U'(\tilde{\Pi}^*)]((e_G + \tau)f''(x_G^*)P_S + e_K f''(x_G^*)P_S) \\ & \left. + (\text{cov}[U'(\tilde{\Pi}^*), \tilde{P}_{CO_2}] + E[\tilde{P}_{CO_2}]E[U'(\tilde{\Pi}^*)])e_K^2 J(x_G^*, x_K^*)\right). \end{aligned} \quad (\text{B.150})$$

Das Vorzeichen von (B.150) ist eindeutig bestimmbar und negativ. Der erste und zweite Summand in Gleichung (B.150) sind jeweils aufgrund der Konkavität der Produktionsfunktion negativ. Beide Summanden stellen jeweils ein Produkt dar, das aus positiven Faktoren und einem Faktor besteht, dessen Vorzeichen durch die negative zweite Ableitung der Produktionsfunktion nach Gas bestimmt wird. Der dritte Summand weist

¹⁴⁷Vgl. Gleichung (B.38) in Kapitel 4.2.2.1.

aufgrund des negativen Faktors $J(x_G^*, x_K^*)$ ein negatives Vorzeichen auf.¹⁴⁸ Somit führt eine Erhöhung der Emissionsrate des Produktionsfaktors Gas zu einer Verringerung der Summe der verwendeten Produktionsfaktoren. \square

B.21 Die Kovarianz zwischen Produkten von Kovarianzen

Lemma B.2

Seien \tilde{x} , \tilde{y} , und \tilde{z} multivariat normalverteilte Zufallsvariablen mit den Erwartungswerten $E(\tilde{x})$, $E(\tilde{y})$, $E(\tilde{z})$, dann kann die Kovarianz $\text{cov}(\tilde{x}\tilde{y}, \tilde{z})$ wie folgt vereinfacht werden:¹⁴⁹

$$\text{cov}[\tilde{x}\tilde{y}, \tilde{z}] = E[\tilde{x}]\text{cov}[\tilde{y}, \tilde{z}] + E[\tilde{y}]\text{cov}[\tilde{x}, \tilde{z}]. \quad (\text{B.151})$$

¹⁴⁸Vgl. Gleichung (B.38) in Kapitel 4.2.2.1.

¹⁴⁹Vgl. Bohrnstedt/Golberger (1969): S. 1441 f. und Sévi (2006): S. 4.

C Daten, Abbildungen, Tabellen und Matrizen

C.1 Matrizen der Informationssysteme I_1 und I_2 zum in Abbildung A.1 vorgestellten Beispiel in Anhang A.1

Die Informationssysteme I_1 und I_1 sind jeweils durch ihre Posteriori-Wahrscheinlichkeiten gegeben. Die Informationssignale von System I_1 bzw. I_2 werden mit y bzw. y' bezeichnet.

$$I_1 := \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,8 & 0,7 & 0,7 \end{pmatrix},$$

mit den zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeiten der Signale $p(y_1) = 0,2$, $p(y_2) = 0,3$ und $p(y_3) = 0,5$.

$$I_2 := \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,3 \\ 0,3 & 0,3 & 0,3 \\ 0,5 & 0,4 & 0,4 \end{pmatrix},$$

mit den zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeiten der Signale $p(y'_1) = 0,2$, $p(y'_2) = 0,3$ und $p(y'_3) = 0,5$.

C.2 Matrizen von Informationssystemen die für vorgestellte Beispiele verwendet werden.

Die Informationssysteme I_1 , I_2 und I_3 , werden durch die Matrizen der bedingten Posteriori-Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Zustände, $p(r_i|y_j)$, mit $i = 1, \dots, 8$, für jedes der möglichen Signale y_j , mit $j = 1, \dots, 8$ dargestellt:

$$I_1 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$I_2 := \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix},$$

$$I_3 := \begin{pmatrix} 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \\ 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 & 0.125 \end{pmatrix}.$$

Informationssystem I_1 ist das informativste Informationssystem der vorliegenden Systeme, da durch den Erhalt von jedem der acht möglichen Signale auf den eintretenden Umweltzustand geschlossen werden kann. Durch die bedingte Wahrscheinlichkeitsverteilung wird einem der Zustände die Wahrscheinlichkeit eins zugeordnet. Die bedingte Wahrscheinlichkeit für einen der anderen Zustände beträgt dementsprechend Null. Die-

ses Informationssystem übermittelt daher die vollständige Information und führt zur Situation der vollkommenen Information. Informationssystem I_3 enthält keine Information, da die Nutzung dieses Informationssystems nach Erhalt von jedem der Informationssignale zu einer bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilung führt, die jedem der möglichen acht Umweltzustände die gleiche Eintrittswahrscheinlichkeit in Höhe von 0,125 zuordnet. Informationssystem I_2 übermittelt Informationssignale, die zu bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilungen führen, in denen sechs Umweltzuständen die Eintrittswahrscheinlichkeit Null zugeordnet wird. Die beiden anderen Zustände haben eine Eintrittswahrscheinlichkeit in Höhe von $\frac{1}{3}$ bzw. $\frac{2}{3}$. Da Informationssystem I_1 zur Situation der vollkommenen Information führt und Informationssystem I_3 uninformativ ist, muss das Informationssystem I_2 bzgl. des Informationsgehalts zwischen den beiden Informationssystem I_1 und I_3 rangieren.

C.3 Darstellung einer Erwartungswert-neutralen Spreizung

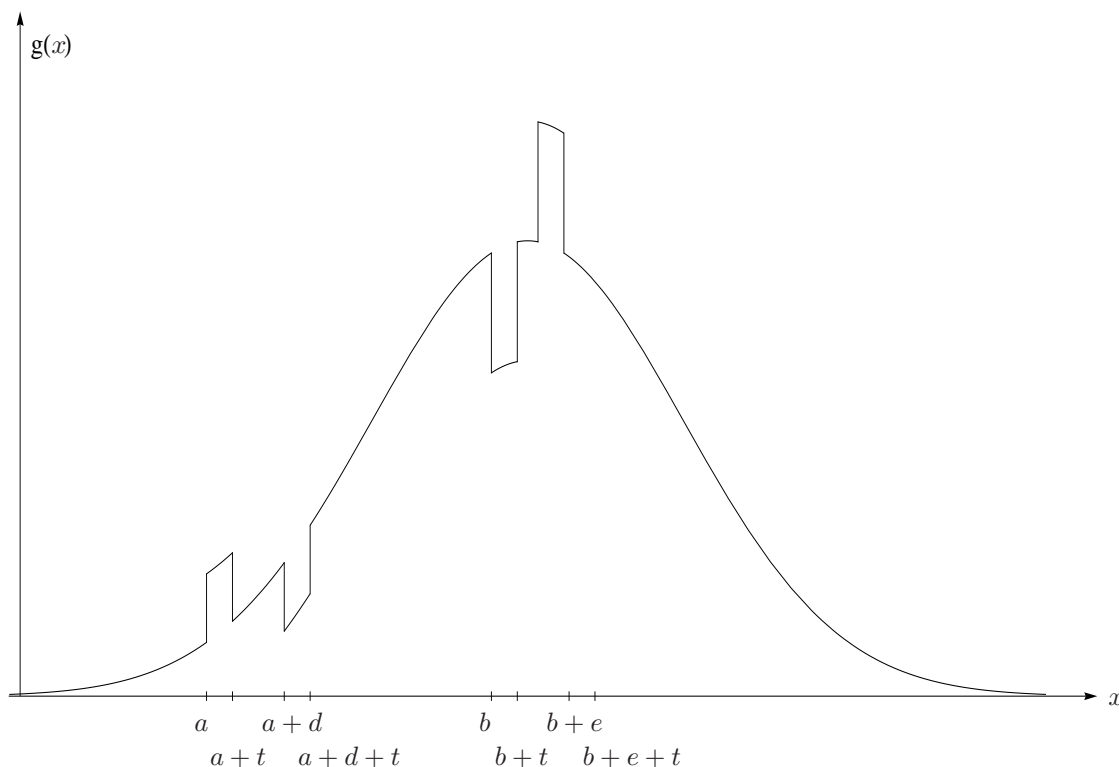


Abbildung C.1: Darstellung der Erwartungswert-neutralen Spreizung.¹⁵¹

¹⁵¹In Anlehnung an: Rothschild/Stiglitz (1970): S. 228.

Abbildung C.1 verdeutlicht die Änderung der Dichtefunktion für den Fall einer normalverteilten Zufallsvariablen, die durch eine Erwartungswert-neutrale Spreizung verändert wurde. Ausgangspunkt ist eine normalverteilte Zufallsvariable, deren Dichtefunktion $f(x)$ um die Funktion $s(x)$, der Erwartungswert-neutralen-Spreizung¹⁵², additiv erweitert wurde. Eine Erwartungswert-neutrale Spreizung ordnet jeder möglichen Realisation der Zufallsvariablen einen bestimmten Funktionswert zu. Dabei werden den Realisationen in nur vier festgelegten Intervallen, von null verschiedene Funktionswerte zugeordnet. Die zugehörigen Funktionswerte sind für Realisationen in den beiden äußeren Intervallen mit den Werten $\bar{\alpha}$ und $\bar{\beta}$ positiv. Für Realisationen in den inneren beiden Intervallen sind die Funktionswerte durch $-\bar{\alpha}$ und $-\bar{\beta}$ gegeben und folglich negativ. Wird $s(x)$ als Wahrscheinlichkeitsverteilung aufgefasst, so gilt $E[s(\tilde{x})] = 0$, so dass eine Kombination aus einer anderen Dichtefunktion, $f(x)$, die über dem gleichen Intervall definiert ist, und der Funktion $s(x)$ ebenfalls wieder eine Dichtefunktion darstellt.¹⁵³ Die so erhaltene Dichtefunktion, $g(x) = f(x) + s(x)$, ist durch eine Spreizung der ursprünglichen Dichtefunktion erzeugt worden, ohne den Erwartungswert zu verändern. Dichtefunktionen, die durch die beschriebene Art der Spreizung erhalten werden, sind als risikobehafteter oder stärker gestreut zu bezeichnen im Vergleich zur ursprünglichen Funktion.¹⁵⁴

¹⁵²Vgl. Gleichung (3.3.4) in Kapitel 3.3.

¹⁵³Vgl. z. B. Ingersoll (1987): S. 116 ff.

¹⁵⁴Vgl. z. B. Gollier (2001): S. 42 ff., Levy (2006): S. 257 ff. oder Rothschild/Stiglitz (1970): S. 227 ff.

C.4 Darstellung der Entwicklung der Preise für CO₂-Zertifikate

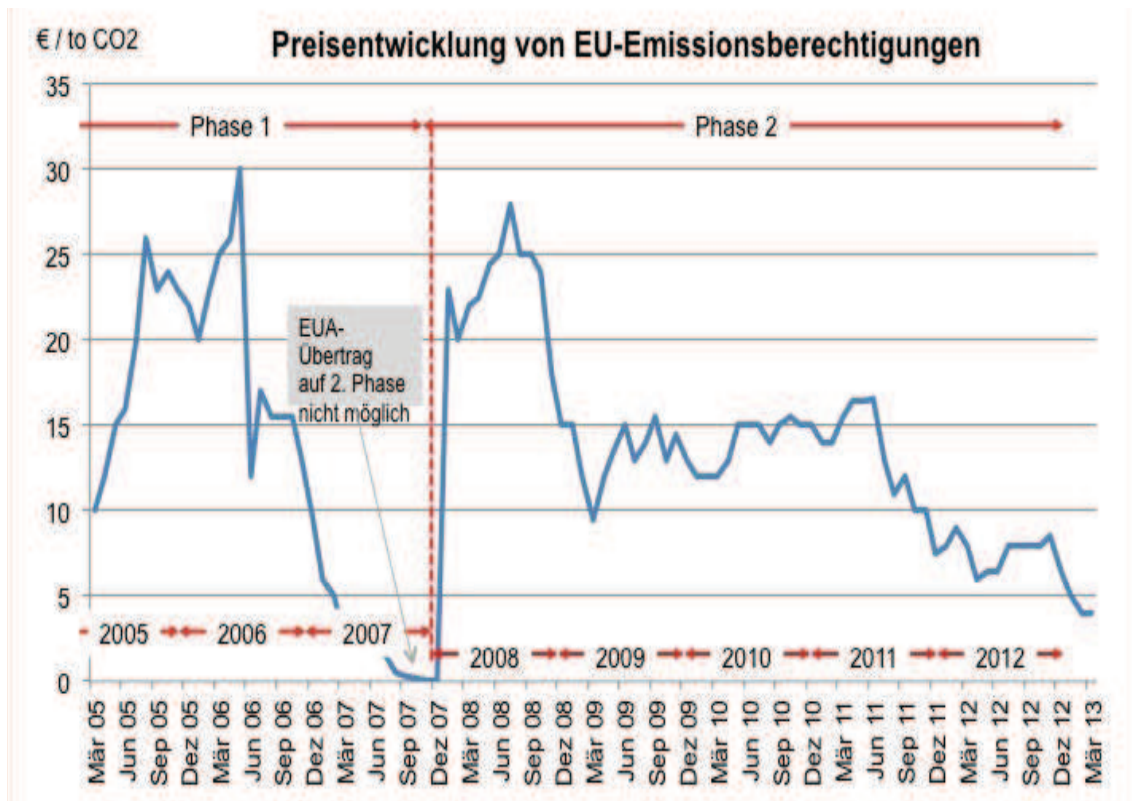


Abbildung C.2: Entwicklung der Preise für CO₂-Zertifikate im Zeitraum 2005 bis 2013.¹⁵⁶

C.5 Daten, die für das zu Abbildung 4.2 aus Kapitel 4.2.2.4 gehörende Stromerzeugungsunternehmen unterstellt wurden

Für die Erstellung von Abbildung 4.3 aus Kapitel 4.2 wurde ein Stromerzeugungsunternehmen unterstellt, wie es in Kapitel 4.2.2.1 vorgestellt wurde. Für das Modell wurden die folgenden Daten verwendet:

¹⁵⁶Entnommen aus: Weller (2013): S. 15.

$$\begin{aligned}
U(\Pi(x_G, x_K)) &= \text{Log}[\Pi(x_G, x_K) + 5000], \\
f(x_G, x_K) &= t_G x_G^\alpha + t_K x_K^\beta \text{ (in MWh), mit } \alpha = \beta = 0,6, \\
t_G &= 10 \text{ (in MWh pro Tonne Gas),} \\
t_K &= 30 \text{ (in MWh pro Tonne Kohle),} \\
C(x_G, x_K) &= 0,5(x_G + x_K)^2 \text{ (in €),} \\
C_F &= 400 \text{ €}, \\
P_S &= 550 \text{ € pro MWh,} \\
P_G &= 20 \text{ € pro Tonne Gas,} \\
P_K &= 60 \text{ € pro Tonne Kohle,} \\
e_G &= 2 \text{ (in CO}_2 \text{ pro Tonne Gas),} \\
e_K &= 30 \text{ (in CO}_2 \text{ pro Tonne Kohle).}
\end{aligned}$$

C.6 Daten, die für das zu Abbildung 4.3 aus Kapitel 4.2.2.4 gehörende Stromerzeugungsunternehmen unterstellt wurden

Für die Erstellung von Abbildung 4.3 aus Kapitel 4.3 wurde ein Stromerzeugungsunternehmen unterstellt, wie es in Kapitel 4.2.2.1 vorgestellt wurde. Für das Modell wurden die folgenden Daten verwendet:

$$\begin{aligned}
U(\Pi(x_G, x_K)) &= \text{Log}[\Pi(x_G, x_K) + 5000], \\
f(x_G, x_K) &= t_G x_G^\alpha + t_K x_K^\beta \text{ (in MWh), mit } \alpha = \beta = 0,5, \\
t_G &= 10 \text{ (in MWh pro Tonne Gas),} \\
t_K &= 30 \text{ (in MWh pro Tonne Kohle),} \\
C(x_G, x_K) &= 0,5(x_G + x_K)^2 \text{ (in €),} \\
C_F &= 400 \text{ €}, \\
P_S &= 550 \text{ € pro MWh,} \\
P_G &= 20 \text{ € pro Tonne Gas,} \\
P_K &= 60 \text{ € pro Tonne Kohle,} \\
e_G &= 2 \text{ (in CO}_2 \text{ pro Tonne Gas),} \\
e_K &= 10 \text{ (in CO}_2 \text{ pro Tonne Kohle).}
\end{aligned}$$

C.7 Daten, die für das zu Abbildung C.3 aus Kapitel 5.2.5 gehörende Stromerzeugungsunternehmen unterstellt wurden

Für die Erstellung von Abbildung C.3 aus Kapitel 5.2.5 wurde ein Stromerzeugungsunternehmen unterstellt, wie es in Kapitel 4.2.2.1 vorgestellt wurde. Für das Modell wurden die folgenden Daten verwendet:

$$\begin{aligned}
 U(\Pi(x_G, x_K)) &= -1000 \cdot \exp\left(\frac{\alpha\Pi(x_G, x_K)}{2000}\right), \\
 f(x_G, x_K) &= t_G x_G^\alpha + t_K x_K^\beta \text{ (in MWh), mit } \alpha = \beta = 0,5, \\
 t_G &= 1 \text{ (in MWh pro Tonne Gas),} \\
 t_K &= 1 \text{ (in MWh pro Tonne Kohle),} \\
 C(x_G, x_K) &= 0,5(x_G + x_K)^2 \text{ (in €),} \\
 C_F &= 0\text{€}, \\
 P_S &= 250\text{€ pro MWh,} \\
 P_G &= 10\text{€ pro Tonne Gas,} \\
 P_K &= 10\text{€ pro Tonne Kohle,} \\
 e_G &= 3 \text{ (in CO}_2 \text{ pro Tonne Gas),} \\
 e_K &= 3 \text{ (in CO}_2 \text{ pro Tonne Kohle).}
 \end{aligned}$$

C.8 Darstellung der Entwicklung der Differenz der Sicherheitsäquivalente für verschiedene Transparenzgrade auf dem Markt für CO₂-Zertifikate in Abhängigkeit des Grades Risikoaversion.

Bei der Erstellung der Abbildung wird unterstellt, dass der Preis der CO₂-Zertifikate die Werte 2€, 3€, 4€, 5€, 6€, 7€, 8€ oder 9€ pro Zertifikat annehmen kann. Für den CO₂-Zertifikatemarkt wird eine Erhöhung des Transparenzgrades betrachtet, was einem Übergang der Nutzung von Informationssystem I_3 zu System I_2 entspricht.¹⁵⁷ Das Sicherheitsäquivalent auf Basis von Informationssystem I_2 bzw. System I_3 ist durch $CE_{I_2}(\alpha)$ bzw. $CE_{I_3}(\alpha)$ gegeben. Durch die Differenz der Sicherheitsäquivalente auf Basis der unbedingten Erwartungsnutzen beider Informationssysteme, $CE_{I_2}(\alpha) - CE_{I_3}(\alpha)$, kann die Auswirkung von einem Anstieg der Markttransparenz auf die Höhe der Sicherheitsäquivalente in Abhängigkeit des Risikoaversionsparameters

¹⁵⁷Die Informationssystem I_2 und I_3 sind Anhang C.2 angegeben. Die für das Stromerzeugungsunternehmen unterstellte Datenkonstellation für die Erstellung der Grafik ist in Anhang C.7 angegeben.

α dargestellt werden.

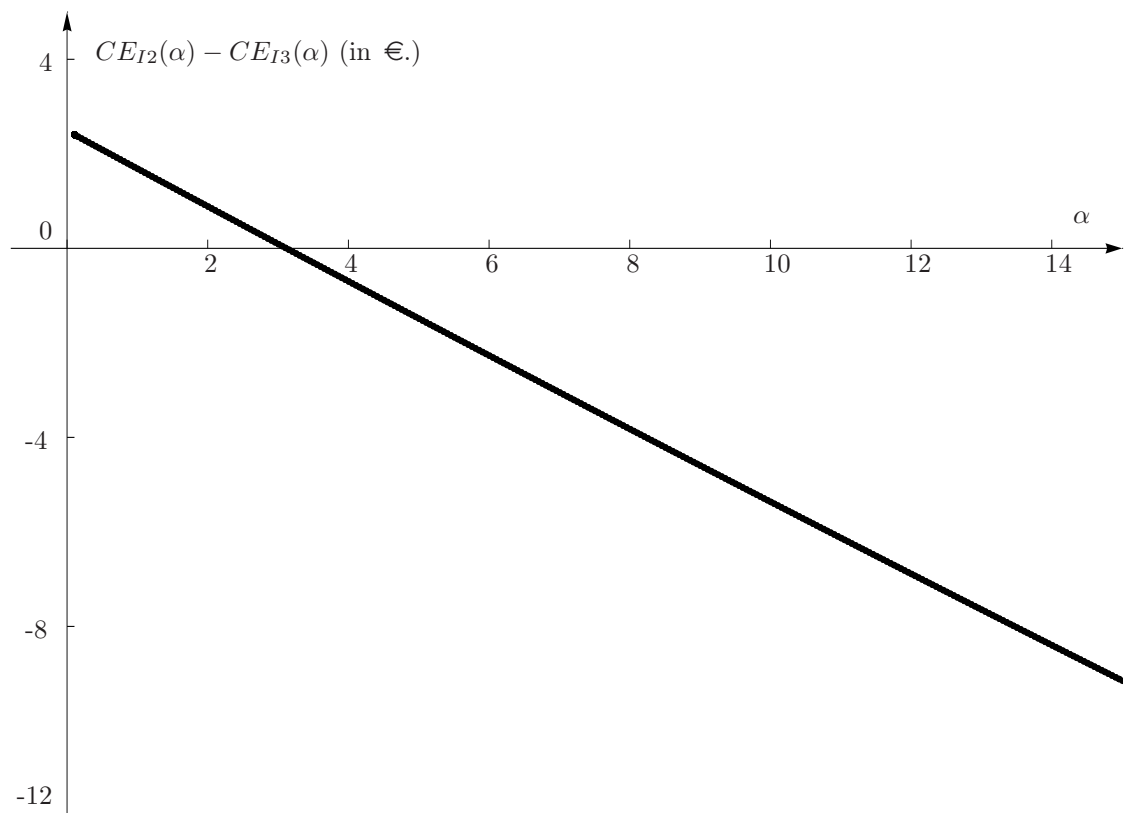


Abbildung C.3: Auswirkungen einer Erhöhung der Transparenz auf dem Markt für CO₂-Zertifikate auf die Differenz der zugehörigen Sicherheitsäquivalente in Abhängigkeit des Grades der absoluten Risikoaversion.¹⁵⁹

¹⁵⁹Eigene Darstellung. (Vgl. Anhang C.2 sowie Anhang C.7.)

Symbolverzeichnis

(\sim)	Kennzeichnung für stochastischer Variablen,
A	Menge der Handlungsalternativen,
α	Grad der absoluten Risikoaversion einer exponentiellen Nutzenfunktion,
a_j	Handlungsalternative j , mit $j = 1, \dots, J$,
a_0^*	optimale Handlungsalternative auf Basis der Priori-Verteilung,
$AP(\cdot)$	Grad der Besonnenheit,
$ARA(\cdot)$	Grad der absoluten Risikoaversion ,
$B(x_G^*, x_K^*)$	Vereinfachungsterm in den Bedingungen erster Ordnung (G =Gas, K =Kohle),
$B'(x_G^*, x_K^*)$	Vereinfachungsterm in den Bedingungen erster Ordnung für einen erhöhten Grad der Risikoaversion (G =Gas, K =Kohle),
c_t	Konsum in den Zeitpunkten t , mit $t = 1, 2$,
C_I	Kosten des Informationssystems I ,
$CI_I, CI_I(W_0, U, \tilde{e})$	monetärer Wert des Informationssystems auf Basis der Priori-Verteilung,
$CI[I_2, I_1]$	monetärer Wert des geänderten Informationsstands durch Nutzung von Informationssystem I_2 anstatt der Nutzung von Informationssystem I_1 ,
$\overline{CI}_I, \overline{CI}_I(W_0, U, \tilde{e})$	monetäre Wert des Informationssystems auf Basis der Posteriori-Verteilung,

\overline{CI}_I^q	monetärer Wert des Informationssystems auf Basis der Posteriori-Verteilung für Entscheider q ,
$C(x_G, x_K),$ $C(x_G(y_m), x_K(y_m))$	Kostenfunktion in Abhängigkeit der verwendeten Produktionsfaktormengen (G =Gas, K =Kohle),
C_F	Fixkosten,
CE_0	Sicherheitsäquivalent zum Erwartungsnutzen auf Basis der Priori-Verteilung der Zufallsvariable \tilde{e} bei gegebenem Anfangsvermögen W_0 ,
$CE_I,$ $CE_I(W_0, U, \tilde{e})$	Sicherheitsäquivalent zum Erwartungsnutzen auf Basis von Informationssystem I und der Zufallsvariable \tilde{e} bei gegebenem Anfangsvermögen W_0 ,
$\text{Det}(\cdot)$	Determinante einer Matrix,
D	Volumen der Kundeneinlagen,
$\Delta EVI[I_2, I_1]$	Änderung des erwarteten Nutzens durch Entscheidung basierend auf bedingten Verteilungen von Informationssystem I_2 im Vergleich zu Informationssystem I_1
$\Delta CE[I_2, I_1]$	Differenz der zu den Informationssystemen I_1 und I_2 gehörenden Sicherheitsäquivalente,
$\Delta CE[I, 0]$	Differenz der zu Informationssystem I und dem Erwartungsnutzen auf Basis der Priori-Verteilung gehörenden Sicherheitsäquivalente,
$\Delta H_{x_G}, \Delta H_{x_K}$	Änderung der Bedingung erster Ordnung bzgl. der Verwendungsmengen des Produktionsfaktoren Gas und Kohle (G =Gas, K =Kohle),
$E[\cdot]$	Erwartungswertoperator,
$E_{x y}[\cdot \cdot]$	bedingter Erwartungswert der Zufallsvariable \tilde{x} für gegeben Realisation der Zufallsvariable \tilde{y} ,
EVI_I	Anstieg des erwarteten Nutzens durch Nutzung des Informationssystem, I , im Vergleich zur Entscheidung auf Basis der Priori-Verteilung,
dx_G, dx_K	Änderungen der optimalen Verwendung der Produktionsfaktoren Gas bzw. Kohle (G =Gas, K =Kohle),

$d(x_G + x_K)$	Änderung der Summe der optimal verwendeten der Produktionsfaktoren Gas und Kohle (G =Gas, K =Kohle),
\tilde{e}	unsicheres Ergebnisgröße,
e_G, e_K, e_N	CO_2 -Emissionsrate pro Tonne des Brennstoffes Gas, Kohle bzw. Nuklearenergie (G =Gas, K =Kohle, N =Nuklearbrennstoff),
e'_G, e'_K	CO_2 -Emissionsrate von Gas und Kohle pro MWh_{th} (G =Gas, K =Kohle),
e_i	Ergebnis des eingetretenen Umweltzustandes s_i , mit $i = 1, \dots, N$,
e_{ij}	Ergebnis der Handlungsalternative/Lotterie j bei eingetretenem Zustand s_i ,
$\varepsilon_{y,x}$	Elastizität von y bzgl. Änderung von x ,
$f(\cdot)$	Dichtfunktion,
$F(\cdot)$	Verteilungsfunktion,
$F_I(y s)$	bedingte Verteilungsfunktion der Informationssignale, y_m , mit $m = 1, \dots, M$, für gegebene Realisationen des Umweltzustandes, s_i , mit $i = 1, \dots, N$,
η_G, η_K	Wirkungsgrade der Brennstoffe Gas bzw. Kohle (G =Gas, K =Kohle),
$GK(x_G^*(y_m), x_K^*(y_m))$	Gesamtkosten der Stromproduktion (G =Gas, K =Kohle)
H_f	Volumen der gekauften bzw. verkauften Kontrakte zur Absicherung des Renditerisikos einer Bank,
H	Hesse-Matrix,
H_{ij}	Element der i -ten Zeile und j -ten Spalte der Hesse-Matrix,
h_G, h_K	Heizwerte der Brennstoffe Gas bzw. Kohle (G =Gas, K =Kohle),
h^*	Anzahl der im Optimum gekauften bzw. verkauften Terminkontrakte,
\bar{h}^*	Anzahl der im Optimum zu Absicherungszwecken gekauften bzw. verkauften Terminkontrakte,

\hat{h}^*	Anzahl der im Optimum zu Spekulationszwecken gekauften bzw. verkauften Terminkontrakte,
$H(p(s_i))$	Informationsgehalt der Realisation s_i , mit $i = 1, \dots, N$, der Zufallsvariablen \tilde{s} ,
$H(p(\tilde{s}))$	durchschnittlicher Informationsgehalt einer Realisation der Zufallsvariable \tilde{s} ,
$H(p(\tilde{s} y = y_m))$	durchschnittlicher Informationsgehalt einer Realisation der Zufallsvariable \tilde{s} bei gegebener Realisation y_m , mit $m = 1, \dots, M$, der Zufallsvariablen \tilde{y} ,
$H(p(\tilde{s} \tilde{y}))$	durchschnittlicher Informationsgehalt der Realisationen der Zufallsvariablen \tilde{s} und \tilde{y} auf Basis der bedingten Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(\tilde{s} \tilde{y})$,
I, I_1, I_2	Bezeichnungen für Informationssysteme,
$I_{p(s y)}, I_{p(y s)}$	Informationssysteme, welche durch die Posteriori- bzw. durch die Likelihood-Wahrscheinlichkeiten gegeben sind,
$J(x_G^*, x_K^*)$	Vereinfachungsterm in den zweiten partiellen Ableitungen ($G=\text{Gas}, K=\text{Kohle}$),
$K(x_G^*, x_K^*)$	Vereinfachungsterm in den Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach dem Parameter β' ($G=\text{Gas}, K=\text{Kohle}$),
K	Kreditvolumen,
$L(x_G^*, x_K^*)$	Vereinfachungsterm in den Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach einem Parameter ($G=\text{Gas}, K=\text{Kohle}$),
L	Menge der Lotterien,
L_i	Bezeichnung für Lotterie i ,
M	Betrag, der am Interbankenmarkt angelegt oder aufgenommen wird,
MWh_{th}	Einheit für thermische Energie,
MWh_e	Einheit für elektrische Energie,
$N(x_G^*(y_M), x_K^*(y_M))$	Vereinfachungsterm in den Ableitungen der optimalen Verwendungsmengen von Gas und Kohle nach dem Terminkurs der CO ₂ -Zertifikate ($G=\text{Gas}, K=\text{Kohle}$),
μ	Erwartungswert einer Zufallsvariablen,

Ω	Menge der möglichen Umweltzustände,
P_G, P_K	Kosten pro Einheit des Brennstoffs Gas bzw. Kohle (G =Gas, K =Kohle),
Π	Bezeichnung für den Gewinn eines Unternehmens,
$\tilde{\Pi}$	unsicherer Gewinn eines Unternehmens,
$p(\cdot)$	Eintrittswahrscheinlichkeit eines Ereignisses,
$p(x y)$	Eintrittswahrscheinlichkeit der Ereignisses x unter der Bedingung y ,
$p(\cdot, \cdot)$	gemeinsame Eintrittswahrscheinlichkeit zweier Ereignisse,
P_{CO_2}	Kosten der CO_2 -Emission pro Tonne,
\tilde{P}_{CO_2}	unsicherer Preis der CO_2 -Emissionszertifikate,
$P_{CO_2}^F, P_{CO_2}^F(y_m)$	signalunabhängiger, signalabhängiger Terminkurs der Forwardkontrakte auf die CO_2 -Emissionszertifikate,
P_S	Stromabsatzpreis pro MWh _e ,
$RF(x_G(y_m))$	Krümmung der Grenzproduktivitätsfunktion von Gas (G =Gas),
$Q(x_G^*, x_K^*)$	Vereinfachungsterm in den Ableitungen der Bedingungen erster Ordnung nach dem Parameter τ (G =Gas, K =Kohle),
r	Rendite einer einperiodigen risikolosen Anlagemöglichkeit,
\tilde{r}_A	unsichere Rendite einer einperiodigen Anlagemöglichkeit A ,
r_D	Rendite Bankeinlagen,
$r_f(y)$	signalabhängiger Terminkurs der unsicheren Rendite Geldanlage- bzw. Aufnahmemöglichkeit am Interbankenmarkt,
r_K	Rendite der vergebenen Kredite,
$RF(x_G(y_m))$	Maß für die Krümmung der Produktionsfunktion von Gas (G =Gas),
$RP(W_0, U, \tilde{e})$	Auf Basis von Informationssystem I , der Verwendung der Nutzenfunktion U und des unterstellten Anfangsvermögen W_0 ermittelte Risikoprämie für unsichere Ergebnisgröße \tilde{e} ,
$RRA(\cdot)$	Maß für relative Risikoaversion,

S	Ereignisraum,
σ	Standardabweichung einer Zufallsvariablen,
s_i	Umweltzustand i , mit $i = 1, \dots, N$,
$sign(\cdot)$	Vorzeichenfunktion,
t_G, t_K	technologischer Faktoren der Umwandlung von den Brennstoffmenge Gas bzw. Kohle in Strom (G =Gas, K =Kohle),
$U(\cdot)$	von Neumann-Morgenstern-Nutzenfunktion,
$\text{Var} [\cdot]$	Varianzoperator,
$V(a_j)$	Höhe des Erwartungsnutzen für die gewählte Handlungsalternative a_j , mit $j = 1, \dots, J$,
$V_I^*, V_{I_1}^*, V_{I_2}^*$	maximaler unbedingter Erwartungsnutzen bei Nutzung von Informationssystem I, I_1 bzw. I_2 ,
$V_{I_1}^*(\alpha)$	maximaler Erwartungsnutzen auf Basis der bedingten Verteilung von Informationssystem I_1 in Abhängigkeit des Grades der absoluten Risikoaversion α),
$V_I^*(a^*(y_m))$	maximaler Erwartungsnutzen, der bei Wahl der optimalen Handlungsalternative $a^*(y_m)$ und Erhalt des Informationssignals y_m , mit $m = 1, \dots, M$, erreicht wird,
V_0^*	maximaler Erwartungsnutzen bei gewählter optimaler Handlungsalternative auf Basis der Priori-Verteilung,
$V_{I,C}^*$	maximaler unbedingter Erwartungsnutzen bei Nutzung von Informationssystem I und Berücksichtigung der Kosten des Informationssystems I, C_I ,
W_0	Anfangsvermögen,
W_A	Investitionsvolumen in die risikobehafteten Anlage,
x'_G, x'_K	optimale Verwendungsmengen von Gas bzw. von Kohle unter Sicherheit (G =Gas, K =Kohle),
x_G^*, x_K^*, x_N^*	optimale Verwendungsmengen von Gas, Kohle bzw. radioaktivem Brennstoff unter Unsicherheit (G =Gas, K =Kohle, N =Nuklearbrennstoff),

$x_G^*(y_m), x_K^*(y_m)$	optimale Verwendungsmengen von Gas und von Kohle unter Unsicherheit in Abhängigkeit des Informationssignals, y_m , $m = 1, \dots, M$, (G =Gas, K =Kohle),
$x_p^*(y_m)$	optimale Menge des zu verwendenden Produktionsfaktors in Abhängigkeit des Informationssignals, y_m , mit $m = 1, \dots, M$,
X_G, X_K	unbedingter Erwartungswert der optimalen Verwendungsmenge von Gas bzw. Kohle (G =Gas, K =Kohle),
X_{G+K}	unbedingter Erwartungswert der optimalen Summe der Verwendungsmengen von Gas und Kohle (G =Gas, K =Kohle),
Y	Menge der möglichen Informationssignale,
y_m	Informationssignal m , mit $m = 1, \dots, M$ des Informationssystems $I_1, p(s y)$,
\tilde{z}	unsichere Einkommenskomponente.

Literaturverzeichnis

- Aczél, J.; Daróczy, Z. (1963), Charakterisierung der Entropien positiver Ordnung und der shannonschen Entropie, *Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungarica*, 14(1-2), 95–121.
- Adam-Müller, A. F. A. (1993), Optimal Currency Hedging, Export, and Production in the Presence of Idiosyncratic Risk, *Swiss Journal of Economics and Statistics*, 129(2), 197–208.
- Adam-Müller, A. F. A. (1995), *Internationale Unternehmensaktivität, Wechselkursrisiko und Hedging mit Finanzinstrumenten*, Heidelberg.
- Adam-Müller, A. F. A. (1997), Export and Hedging Decisions under Revenue and Exchange Rate Risk: A Note, *European Economic Review*, 41(7), 1421–1426.
- Ahlers, C.; Broll, U.; Eckwert, B. (2013), Information and Output in Agricultural Markets: the Role of Market Transparency, *Agricultural and Food Economics*, 1(15), 1–10.
- Aichele, C. (2012), *Smart Energy: Von der reaktiven Kundenverwaltung zum proaktiven Kundenmanagement*, Wiesbaden.
- Alghalith, M. (2003), Cost Uncertainty with Multiple Variable Inputs, *Atlantic Economic Journal*, 31(3), 290.
- Alghalith, M. (2007), *New Economics of Risk and Uncertainty: Theory and Applications*, New York.
- Alghalith, M. (2008), Simultaneous Output and Input Hedging: a Decision Analysis, *The Journal of Risk Finance*, 9(2), 200–205.

- Alghalith, M. (2009), The Theory of the Firm under Multiple Uncertainties, *Munich Personal RePEc Archiv*, 30(No. 19320), 1–19.
- Allais, M. (1953), Le Comportement de l'Homme Rationnel devant le Risque: Critique des Postulats et Axiomes de l'Ecole Americaine, *Econometrica*, 21(4), 503–546.
- Allais, M. (1991), Cardinal Utility: History, Empirical Findings, and Applications: an Overview, *Theory and Decision*, 31(2), 99–140.
- Allaz, B. L. (1992), Oligopoly, Uncertainty and Strategic Forward Transactions, *International Journal of Industrial Organization*, 10(2), 297–308.
- Allaz, B. L.; Vila, J.-C. (1992), Cournot Competition, Forward Markets and Efficiency, *Journal of Economic Theory*, 59(1), 1–16.
- Amtsblatt der Europäischen Union (1997), EU-Binnenmarktrichtlinie Elektrizität, *Amtsblatt der Europäischen Union*, Nr. L 27/20.
- Anderson, R. W.; Danthine, J.-P. (1981), Cross Hedging, *Journal of Political Economy*, 89(6), 1182–1196.
- Arbeitsgemeinschaft Energiebilanzen e.V. (2014a), *Energieverbrauch in Deutschland: Daten für das 1. bis 4. Quartal 2014*, im www: <http://www.ag-energiebilanzen.de/> (Stand: 11.03.2015).
- Arbeitsgemeinschaft Energiebilanzen e.V. (2014b), *Energieverbrauch: in Deutschland im Jahr 2013 (Stand: März 2014)*, im www: <http://www.ag-energiebilanzen.de/28-0/Zusatzinformationen.html> (Stand: 11.03.2015).
- Arrow, K. J. (1964), The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk Bearing, *The Review of Economic Studies*, 31(2), 91–96.
- Arrow, K. J. (1971), *Essays in the Theory of Risk - Bearing*, Amsterdam.
- Arrow, K. J. (1972), The Value of and Demand for Information, in: McGuire, C. B.; Radner, R., *Decision and Organisation*, Amsterdam u. a.
- Arrow, K. J.; Chenery, H. B.; Minhas, B. S.; Solow, R. M. (1961), Capital-Labor Substitution and Economic Efficiency, *The Review of Economics and Statistics*, 43(3), 225–250.

- Asplund, M. (2002), Risk-Averse Firms in Oligopoly, *International Journal of Industrial Organization*, 20(7), 995–1012.
- Athey, S. (2002), Monotone Comparative Statics under Uncertainty, *The Quarterly Journal of Economics*, 117(1), 187–223.
- Athey, S.; Levin, J. (2001), The Value of Information in Monotone Decision Problems, *Stanford University Working Papers*, (01003).
- Athey, S.; Schmutzler, A. (2001), Investment and Market Dominance, *RAND Journal of Economics*, 32(1), 1–26.
- Auer, B.; Rottmann, H. (2015), *Statistik und Ökonometrie für Wirtschaftswissenschaftler: Eine anwendungsorientierte Einführung*, Wiesbaden.
- Awerbuch, S.; Berger, M. (2003), Applying Portfolio Theory to EU Electricity Planning and Policy-Making, *IEA/EET Working Paper*, 3, 1–70.
- Baker, E. (2006), Increasing Risk and Increasing Informativeness: Equivalence Theorems, *Operations Research*, 54(1), 26–36.
- Baldursson, F. M.; Fehr, N.-H. M. v. d. (2012), Price Volatility and Risk Exposure: On the Interaction of Quota and Product Markets, *Environmental and Resource Economics*, 52(2), 213–233.
- Bapat, R. B.; Raghavan, T. E. S. (1997), *Nonnegative Matrices and Applications*, Cambridge.
- Bar-Lev, D.; Katz, S. (1976), A Portfolio Approach to Fossil Fuel Procurement in the Electric Utility Industry, *Journal of Finance*, 31(3), 933–947.
- Batra, R. N.; Ullah, A. (1974), Competitive Firm and the Theory of Input Demand under Price Uncertainty, *Journal of Political Economy*, 82(3), 537–548.
- Battermann, H. L.; Broll, U.; Wahl, J. (2002), (μ, σ) -Präferenzen und adverse Risikoeffekte, *WiSt - Wirtschaftswissenschaftliches Studium*, 31(4), 210–213.
- Battermann, H. L.; Broll, U.; Wong, K. P. (2006), Cross-Hedging of Exchange Rate Risks: A Note, *Japanese Economic Review*, 57(3), 449–453.

- Bauer, M.; Freeden, W.; Jacobi, H.; Neu, T. (2014), *Energiewirtschaft 2014: Fakten und Chancen der Tiefen Geothermie*, Wiesbaden.
- BDEW (2013), *Zur Umsetzung der REMIT - Verordnung des Europäischen Parlaments und des Rates über die Integrität und Transparenz des Energiegroßhandelsmarkts* -, 2. Auflage, im www: <https://www.bdew.de/internet.nsf/id/20141219-bdew-extra-remit-durchfuehrungsveror-tritt-am-7-januar-2015-in-kraft-damit-beginnen-die-me> (Stand: 11.03.2015).
- Beaver, W. H.; Parker, G. (1995), *Risk Management: Problems and Solutions*, New York u. a.
- Beladi, H.; de la Vina, L.; Firoozi, F. (2006), On Information Value and Mean-Preserving Transformations, *Applied Mathematics Letters*, 19(9), 843–848.
- Ben-David, S.; Brookshire, D.; Burness, S.; McKee, M.; Schmidt, C. (2000), Attitudes Toward Risk and Compliance in Emission Permit Markets, *Land Economics*, 76(4), 590–600.
- Benninga, S.; Eldor, R.; Zilcha, I. (1983), Optimal Hedging in the Futures Market under Price Uncertainty, *Economics Letters*, 13(2-3), 141–145.
- Benninga, S.; Eldor, R.; Zilcha, I. (1984), The Optimal Hedge Ratio in Unbiased Futures Markets, *Journal of Futures Markets*, 4(2), 155–159.
- Benz, E.; Sturm, B. (2008), Weichenstellung für den europäischen Emissionshandel, *Wirtschaftsdienst*, 88(12), 810–813.
- Berlemann, M. (2005), *Makroökonomik: Modellierung, Paradigmen und Politik*, Berlin u. a.
- Bernoulli, D. (1954), Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk (Übersetzung des Originalartikels von 1788 in die englische Sprache), *Econometrica*, 22(1), 23–36.
- Böhringer, C.; Lange, A. (2012), Der europäische Emissionszertifikatehandel: Bestandsaufnahme und Perspektiven, *Wirtschaftsdienst (Sonderheft)*, 92(13), 12–16.
- Bickel, P. J.; Lehmann, E. L. (1976), Descriptive Statistics for Nonparametric Models. III. Dispersion, *The Annals of Statistics*, 4(6), 1139–1158.

- Bickel, P. J.; Lehmann, E. L. (1979), Descriptive Statistics for Nonparametric Models IV. Spread, in: Javier, R., *Selected Works of E. L. Lehmann*, Dordrecht.
- Bielinska-Kwapisz, A. (2003), Sufficiency in Blackwells Theorem, *Mathematical Social Sciences*, 46(1), 21–25.
- Bielinska-Kwapisz, A. (2009), Erratum to: Sufficiency in Blackwells Theorem, *Mathematical Social Sciences*, 58(1), 142–144.
- Bistline, J. E.; Weyant, J. P. (2013), Electric Sector Investments under Technological and Policy-related Uncertainties: a Stochastic Programming Approach, *Climatic Change*, 121(2), 143–160.
- Blackwell, D. (1951), Comparison of Experiments, *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 93–102.
- Blackwell, D. (1953), Equivalent Comparisons of Experiments, *Annals of Mathematical Statistics*, 24(2), 265–272.
- Blackwell, D.; Girshik, M. A. (1954), *Theory of Games and Statical Decisions*, 5th Printing, New York u. a.
- Blanchard, O.; Illing, G. (2009), *Makroökonomie*, 5. aktualisierte und erweiterte. Auflage, München u. a.
- Bohnenblust, H. F.; Shapley, L. S.; Shermann, S. (1949), Reconnaissance in Game Theory, *Research Memorandum*, RM-208.
- Bohrnstedt, G. W.; Goldberger, A. S. (1969), On the exact Covariance of Products of Random Variables, *Journal of the American Statistical Association*, 64(328), 1439–1442.
- Borcea, J. (2007), Equilibrium Points of Logarithmic Potentials Induced by Positive Charge Distributions. I. Generalized de Bruijn-Springer Relations, *Transactions of the American Mathematical Society*, 359(7), 3209–3237.
- Briys, E.; Crouhy, M.; Schlesinger, H. (1993), Optimal Hedging in a Futures Market with Background Noise and Basis Risk, *European Economic Review*, 37(5), 949–960.

- Broll, U.; Eckwert, B. (2006a), Transparency in the Interbank Market and the Volume of Bank Intermediated Loans, *International Journal of Economic Theory*, 2(2), 123–133.
- Broll, U.; Eckwert, B. (2006b), Transparency in the Foreign Exchange Market and the Volume of International Trade, *Review of International Economics*, 14(4), 571–581.
- Broll, U.; Eckwert, B. (2007), The Competitive Firm Under Price Uncertainty: The Role of Information and Hedging, *Dresden Discussion Paper Series in Economics*, 1–17.
- Broll, U.; Eckwert, B. (2009a), Modelling Information and Hedging: The Exporting Firm, *Economic Modelling*, 26(5), 974–977.
- Broll, U.; Eckwert, B. (2009b), Modelling Information and Hedging: The Exporting Firm, *Dresden Discussion Paper Series in Economics*, 02/09, 1–13.
- Broll, U.; Eckwert, B. (2011), Information Value, Export and Hedging, *Dresden Discussion Paper Series in Economics*, 03/11, 1–13.
- Broll, U.; Eckwert, B.; Eickhoff, A. (2012), Financial Intermediation and Endogenous Risk in the Banking Sector, *Economic Modelling*, 29(5), 1618–1622.
- Broll, U.; Eckwert, B.; Wong, K. P. (2010), International Trade and the Role of Market Transparency, *Dresden Discussion Paper Series in Economics*, 08/10, 1–16.
- Broll, U.; Pausch, T.; Welzel, P. (2002), Credit Risk and Credit Derivatives in Banking, *Volkswirtschaftliche Diskussionsreihe Universität Augsburg*, 228, 1–8.
- Broll, U.; Wahl, J. E. (1992a), Hedging with Synthetics, Foreign-Exchange Forwards, and the Export Decision, *Journal of Futures Markets*, 12(5), 511–517.
- Broll, U.; Wahl, J. E. (1992b), Risk Sharing Markets and International Trade, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik*, 210(1-2), 64–71.
- Broll, U.; Wahl, J. E. (2010), Güterwirtschaftliches Risikomanagement, in: Bandow, G.; Holzmüller, H. H., *Das ist gar kein Modell: Unterschiedliche Modelle und Modellierungen in Betriebswirtschaftslehre und den Ingenieurwissenschaften*, 429–447, Wiesbaden.

- Broll, U.; Wahl, J. E.; Zilcha, I. (1995), Indirect Hedging of Exchange Rate Risk, *Journal of International Money and Finance*, 14(5), 667–678.
- Broll, U.; Wong, K. P. (1999), Capital Structure, and the Firm under Uncertainty, *Economic Series*, 9909, 1–12.
- Broll, U.; Wong, K. P. (2006), Multinationals, Hedging, and Capital Structure under Exchange Rate Uncertainty, *Open Economies Review*, 17(1), 103–114.
- Broll, U.; Wong, K. P.; Zilcha, I. (1999), Multiple Currencies and Hedging, *Economica*, 66(264), 421–432.
- Bulow, J. S.; Geanakoplos, J. D.; Klemperer, P. D. (1985), Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements, *Journal of Political Economy*, 93(3), 488–511.
- Bundesanzeiger (2012), Richtlinie zur Förderung von Maßnahmen zur Nutzung erneuerbarer Energien im Wärmemarkt, *Bundesanzeiger*, AT 08.08.2012 B4.
- Bundesgesetzblatt (1990), Gesetz über die Einspeisung von Strom aus erneuerbaren Energien in das öffentliche Netz (Stromeinspeisegesetz - StromEinspG), *Bundesgesetzblatt*, Teil I, Nr. 67, 2633–2634.
- Bundesgesetzblatt (1998), Gesetz zur Neuregelung des Energiewirtschaftsrechts (Energiewirtschaftsgesetz - EnWG), *Bundesgesetzblatt*, Teil I, Nr. 23, 730–736.
- Bundesgesetzblatt (2000), Gesetz für den Vorrang erneuerbarer Energien (Erneuerbare-Energien-Gesetz - EEG) sowie zur Änderung des Energiewirtschaftsgesetzes und des Mineralölsteuergesetzes, *Bundesgesetzblatt*, Teil I, Nr. 13, 305–309.
- Bundesgesetzblatt (2003), Erstes Gesetz zur Änderung des Gesetzes zur Neuregelung des Energiewirtschaftsrechts (Energiewirtschaftsgesetz - EnWG), *Bundesgesetzblatt*, Teil I, Nr. 20, 686–689.
- Bundesgesetzblatt (2005), Gesetz über die Elektrizitäts- und Gasversorgung (Energiewirtschaftsgesetz - EnWG), *Bundesgesetzblatt*, Teil I, Nr. 42, 1970–2018.
- Bundesgesetzblatt (2008), Gesetz zur Öffnung des Messwesens bei Strom und Gas für Wettbewerb (Energiewirtschaftsgesetz - EnWG), *Bundesgesetzblatt*, Teil I, Nr. 40, 1790–1792.

- Bundesgesetzblatt (2011), Gesetz zur Neuregelung energiewirtschaftsrechtlicher Vorschriften (Energiewirtschaftsgesetz - EnWG), *Bundesgesetzblatt*, Teil I, Nr. 41, 1554–1594.
- Bundesgesetzblatt (2012a), Drittes Gesetz zur Neuregelung energiewirtschaftsrechtlicher Vorschriften (3. EnWNG), *Bundesgesetzblatt*, Teil 1, Nr. 61, 2730–2744.
- Bundesgesetzblatt (2013), Gesetz gegen Wettbewerbsbeschränkungen in der Fassung der Bekanntmachung vom 26. Juni 2013, *Bundesgesetzblatt*, Teil 1, Nr. 32, 1750–1799.
- Bundesgesetzblatt (2014), Gesetz zur grundlegenden Reform des Erneuerbaren-Energien-Gesetzes und zur Änderung weiterer Bestimmungen des Energiewirtschaftsrechts, *Bundesgesetzblatt*, Teil 1, Nr. 33, 1066–1132.
- Bundesministerium für Wirtschaft und Energie (2014), *Grünbuch: Ein Strommarkt für die Energiewende*, im [www: http://www.bmwi.de/DE/Themen/Energie/Strommarkt-der-Zukunft/gruenbuch.html](http://www.bmwi.de/DE/Themen/Energie/Strommarkt-der-Zukunft/gruenbuch.html) (Stand: 11.03.2015).
- Burger, M.; Graeber, B.; Schindlmayer, G. (2007), *Managing Energy Risk: An Integrated View on Power and Other Energy Markets*, Chichester.
- Burkard, R. E.; Zimmermann, U. T. (2012), *Einführung in die Mathematische Optimierung*, Berlin u. a.
- Burtea, A.-M. (2010), Two Examples of Weighted Majorization, *Annals of the University of Craiova: Mathematics and Computer Science Series*, 37(2), 92–99.
- Cam, L. L. (1964), Sufficiency and Approximate Sufficiency, *The Annals of Mathematical Statistics*, 35(4), 1419–1455.
- Campbell, C. M. (2004a), Blackwell's Ordering and Public Information, *Journal of Economic Theory*, 114(2), 179–197.
- Campbell, C. M. (2004b), Implementation and Orderings of Public Information, *Rev. Econ. Design*, 9(1), 43–57.
- Chambers, R. G.; Quiggin, J. (2007), Information Value and Efficiency Measurement for Risk-averse Firms, *Journal of Productivity Analysis*, 27(3), 197–208.

- Chapple, L.; Clarkson, P. M.; Gold, D. L. (2013), The Cost of Carbon: Capital Market Effects of the Proposed Emission Trading Scheme (ETS), *ABACUS*, 49(1), 1–33.
- Chateauneuf, A.; Cohen, M.; Meilijson, I. (2004), Four Notions of Mean-Preserving Increase in Risk Attitudes and Applications to the Rank-Dependent Expected Utility Model, *Journal of Mathematical Economics*, 40(5), 547–571.
- Chavas, J.-P.; Pope, R. D. (1982), Hedging and Production Decisions Under a Linear Mean-Variance Preference Function, *Western Journal of Agricultural Economics*, 7(1), 99–110.
- Chernyavs'ka, L.; Gullì, F. (2008), Marginal CO₂ Cost Pass-through under Imperfect Competition in Power Markets, *Ecological Economics*, 68(1-2), 408–421.
- Chiang, A. C. (1984), *Fundamental Methods of Mathematical Economics*, Auckland u. a.
- Cover, T. M.; Thomas, J. A. (2006), *Elements of Information Theory*, 2nd Edition, New Jersey.
- Crémer, J. (1982), A Simple Proof of Blackwell's „Comparison of Experiments Theorem“, *Journal of Economic Theory*, 27(2), 439–443.
- Csiszár, I. (2008), Axiomatic Characterizations of Information Measure, *Entropy*, 10(3), 261–273.
- Dahl, G. (1999), Matrix Majorization, *Linear Algebra and Its Applications*, 288(1), 53–73.
- Dalton, H. (1920), The Measurement of the Inequality of Incomes, *The Economic Journal*, 30(119), 348–361.
- Danthine, J.-P. (1978), Information, Futures Prices, and Stabilizing Speculation, *Journal of Economic Theory*, 17(1), 79–98.
- Davis, G. K. (1989), Income and Substitution Effects for Mean-Preserving Spreads, *International Economic Review*, 30(1), 131–136.
- Day, C. J.; Hobbs, B. F.; Pang, J.-S. (2002), Oligopolistic Competition in Power Networks: A Conjectured Supply Function Approach, *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(3), 597–607.

- Debreu, G. (1959), *The Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*, New Haven.
- DeGroot, M. H. (1962), Uncertainty, Information, and Sequential Experiments, *Annals of Mathematical Statistics*, 33(2), 404–419.
- DeGroot, M. H. (1970), *Optimal Statistical Decisions*, New York u. a.
- Delarue, E.; D’Haeseleer, W. (2008), Greenhouse Gas Emission Reduction by means of Fuel Switching in Electricity Generation: Addressing the Potentials, *Energy Conversion and Management*, 49(4), 843–853.
- Diamond, P. A.; Stiglitz, J. E. (1974), Increases in Risk and in Risk Aversion, *Journal of Economic Theory*, 8(3), 337–360.
- Dinand, J.; Reuter, E. (2006), *Die Netz AG als zentraler Netzbetreiber in Deutschland: Zur Verbesserung des Wettbewerbs im Strommarkt*, Wiesbaden.
- Dixit, A. K. (1986), Comparative Statics for Oligopoly, *International Economic Review*, 27(1), 107–122.
- Dixit, A. K. (1990), *Optimization in Economic Theory*, 2. Auflage, Oxford.
- Drees, B.; Eckwert, B. (2003), Welfare Effects of Transparency in Foreign Exchange Markets: the Role of Hedging Opportunities, *Review of International Economics*, 11(3), 453–463.
- Drèze, J. H. (1960), Le paradoxe de l’information, *Economie appliquée*, 13(1), 71–80.
- Däuper, O.; Fischer, C.; Pilgram, T. (2015), Ein- und Verkauf, in: Zenke, I.; Wollschläger, S.; Eder, J., *Preise und Preisgestaltung in der Energiewirtschaft: Von der Kalkulation bis zur Umsetzung von Preisen für Strom, Gas, Fernwärme, Wasser und CO₂*, 61–98, Berlin u. a.
- Eckwert, B.; Zilcha, I. (2001), The Value of Information in Production Economies, *Journal of Economic Theory*, 100(1), 172–186.
- Eckwert, B.; Zilcha, I. (2003), Incomplete Risk Sharing Arrangements and the Value of Information, *Economic Theory*, 21(1), 43–58.

- Eckwert, B.; Zilcha, I. (2004), Economic Implications of Better Information in a Dynamic Framework, *Journal of Economic Theory*, 24(3), 561–581.
- Eckwert, B.; Zilcha, I. (2008), Efficiency of Screening and Labor Income Inequality, *Journal of Public Economic Theory*, 10(1), 77–98.
- Ederington, L. H. (1979), The Hedging Performance of New Futures Markets, *Journal of Finance*, 34(1), 157–170.
- Eeckhoudt, L.; Gollier, C. (1995), *Risk: Evaluation, Management and Sharing*, New York u. a.
- Eeckhoudt, L.; Gollier, C.; Schlesinger, H. (1996), Changes in Background Risk and Risk Taking Behavior, *Econometrica*, 64(3), 683–689.
- Eeckhoudt, L.; Gollier, C.; Schlesinger, H. (2005), *Economic and Financial Decisions under Risk*, Princeton u. a.
- Eeckhoudt, L.; Kimball, M. (1992), Background Risk, Prudence, and the Demand for Insurance, in: Dionne, G., *Contributions to Insurance Economics*, 239–254, London.
- Egozcue, M.; Wong, W.-K. (2010), Gains from Diversification on Convex Combinations: A Majorization and Stochastic Dominance Approach, *European Journal of Operational Research*, 200(3), 893–900.
- Ehrenfeld, W. (2008), Das europäische CO₂-Emissionshandelssystem: Was haben wir bisher gelernt?, *Wirtschaft im Wandel*, 14(3), 105–111.
- Eijffinger, S. C. W.; Geraats, P. M. (2006), How Transparent are Central Banks?, *European Journal of Political Economy*, 22(1), 1–21.
- Eldor, R.; Zilcha, I. (1990), Oligopoly, Uncertain Demand, and Forward Markets, *Journal of Economics and Business*, 42(1), 17–26.
- Ellersdorfer, I. (2005), A Multi-Regional Two-Stage Cournot Model for Analyzing Competition in the German Electricity Market, 1–32, IAEE European Conference, 8. November 2005.
- Emissionshändler (2014a), Emissionsbrief, *Emissionsbrief*, 07-2014, 1–6.
- Emissionshändler (2014b), Emissionsbrief, *Emissionsbrief*, 12-2014, 1–7.

- Epstein, L. G.; Tanny, M. S. (1980), Increasing generalized Correlation: A Definition and some Economic Consequences, *The Canadian Journal of Economics / Revue canadienne d'Economique*, 13(1), 16–34.
- Erdmann, G.; Zweifel, P. (2008), *Energieökonomik: Theorie und Anwendung*, Berlin u. a.
- Ethier, W. (1973), International Trade and the Forward Exchange Market, *American Economic Review*, 63(3), 494–503.
- European Energy Exchange (2011), *EEX Product Brochure EU Emission Allowances (German)*, Band Version 0042a, im www: <https://www.eex.com/de/handel/handelsformulare-und-dokumentation/commoditybroschueren> (Stand: 11.03.2015).
- European Energy Exchange (2015), *Kontraktpezifikationen*, Band Version 0042a, im www: <https://www.eex.com/de/handel/verordnungen-und-regelwerke> (Stand: 11.03.2015).
- Europäische Kommission (2013), The EU Emissions Trading System (EU ETS), 1–6.
- Europäische Zentralbank (2011), Die Geldpolitik der EZB, *EZB- Veröffentlichung*, im: www.ecb.europa.eu, Stand: 11.03.2015.
- Europäisches Parlament (2001), Richtlinie 2001/77/EG des Europäischen Parlaments und des Rates vom 27. September 2001 zur Förderung der Stromerzeugung aus erneuerbaren Energiequellen im Elektrizitätsbinnenmarkt, *Amtsblatt der Europäischen Union*, L 283.
- Europäisches Parlament (2003), Richtlinie 2003/87/EG des Europäischen Parlaments und des Rates vom 13. Oktober 2003 über ein System für den Handel mit Treibhausgasemissionszertifikaten in der Gemeinschaft und zur Änderung der Richtlinie 96/61/EG des Rates, *Amtsblatt der Europäischen Union*, L 275, 32–46.
- Europäisches Parlament (2011), Verordnung Nr. 1227/2011 über die Integrität und Transparenz des Energiegroßhandelsmarkts (REMIT), *Amtsblatt der Europäischen Union*, L 326, 1–16.

- Europäisches Parlament (2012), Richtlinie zur Energieeffizienz, zur Änderung der Richtlinien 2009/125/EG und 2010/30/EU und zur Aufhebung der Richtlinien 2004/8/EG und 2006/32/EG, *Amtsblatt der Europäischen Union*, L 315.
- Eydeland, A.; Wolyniec, K. (2003), *Energy and Power Risk Management: New Developments in Modeling, Pricing and Hedging*, Hoboken.
- Feder, G. (1977), The Impact of Uncertainty in a Class of Objective Functions, *Journal of Economic Theory*, 16(2), 504–512.
- Feder, G.; Just, R. E.; Schmitz, A. (1980), Futures Markets and the Theory of the Firm under Price Uncertainty, *Quarterly Journal of Economics*, 94(2), 317–328.
- Fishburn, P. C. (1974), Convex Stochastic Dominance with Continuous Distribution, *Journal of Economic Theory*, 7(2), 143–158.
- Fishburn, P. C. (1980), Stochastic Dominance and Moments of Distributions, *Mathematics of Operations Research*, 5(1), 94–100.
- Fishburn, P. C. (1981), Subjective Expected Utility: A Review of Normative Theories, *Theory and Decisions*, 13(2), 139–199.
- Fishburn, P. C. (1989), Retrospective on the Utility Theory of von Neumann and Morgenstern, *Journal of Risk and Uncertainty*, 2(2), 127–157.
- Fleten, S. E.; Ziemba, W. T.; Wallace, S. W. (2002), Hedging Electricity Portfolios Via Stochastic Programming, in: Greengard, C.; Ruszczyński, A., *Decision Making Under Uncertainty: Energy and Power 128 of IMA Volumes on Mathematics and Its Applications*, 71–93, New York.
- Franke, G.; Hax, H. (2009), *Finanzwirtschaft des Unternehmens und Kapitalmarkt*, 6. Auflage, Berlin u. a.
- Franke, G.; Krahn, J. P. (2009), Instabile Finanzmärkte, *Perspektiven der Wirtschaftspolitik: eine Zeitschrift des Vereins für Socialpolitik*, 10, 335–366.
- Franke, G.; Stapleton, R.; Subrahmanyam, M. (1992), Idiosyncratic Risk, Sharing rules, and the Theory of Risk Bearing, *Discussion Papers Series II*, 181, 1–55.
- Franke, G.; Stapleton, R.; Subrahmanyam, M. (2004), Background Risk and the Demand for State-Contingent Claims, *Economic Theory*, 23(2), 321–335.

- Freixas, X.; Kihlstrom, R. E. (1984), Risk Aversion and Information Demand, in: Boyer, M.; Kihlstrom, R. E., *Bayesian Models in Economic Theory*, Band 5, Amsterdam u. a.
- Freixas, X.; Rochet, J. - C. (2008), *Microeconomics of Banking*, 2. Auflage, Cambridge u. a.
- Freund, R. J. (1956), The Introduction of Risk into a Programming Model, *Econometrica*, 24(3), 253–263.
- Friedman, M.; Savage, L. J. (1948), The Utility Analysis of Choices Involving Risk, *The Journal of Political Economy*, 56(4), 279–304.
- Ganuza, J.-J.; Penalva, J. S. (2006), On Information and Competition in Private Value Auctions, *Working Papers (Universitat Pompeu Fabra, Departamento de Economía y Empresa)*, 937, 1–29.
- Ganuza, J.-J.; Penalva, J. S. (2010), Signal Orderings Based on Dispersion and the Supply of Private Information in Auctions, *Econometrica*, 78(3), 1007–1030.
- Garcia-Alcade, A.; Ventosa, M.; Rivier, M.; Ramos, A.; Relano, G. (2002), Fitting Electricity Market Models. A Conjectural Variations Approach, *14th Power System Computation Conference*, 1–6.
- Geraats, P. M. (2002), Central Bank Transparency, *The Economic Journal*, 112(483), 532–565.
- Geraats, P. M. (2005), Transparency and Reputation: The Publication of Central Bank Forecasts, *Topics in Macroeconomics*, 5(1), 1–26.
- Goel, P. K.; DeGroot, M. H. (1979), Comparison of Experiments and Information Measures, *Annals of Statistics*, 7(5), 1066–1077.
- Goel, P. K.; Ginebra, J. (2003), When Is One Experiment ‘Always Better than’ Another?, *The Statistician*, 52(4), 515–537.
- Gollier, C. (2001), *The Economics of Risk and Time*, Cambridge u. a.
- Gollier, C.; Pratt, A. (1996), Risk Vulnerability and the Tempering Effect of Background Risk, *Econometrica*, 64(5), 1109–1123.

- Gossen, H. H. (1854), *Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs und der daraus fließenden Regeln für menschliches Handeln*, Braunschweig.
- Gotham, D.; Muthuraman, K.; Preckel, P.; Rardin, R.; Ruangpattana, S. (2009), A Load Factor based Mean-Variance Analysis for Fuel Diversification, *Energy Economics*, 31(2), 249–256.
- Grant, D. (1985), Theory of the Firm with Joint Price and Output Risk and a Forward Market, *American Journal of Agricultural Economics*, 67(3), 630–635.
- Grant, S.; Quiggin, J. (2005), Increasing Uncertainty: A Definition, *Mathematical social sciences*, 49(2), 117–141.
- Green, J. (1981), Value of Information with Sequential Futures Markets, *Econometrica*, 49(2), 335–358.
- Green, R. (2008), Carbon Tax or Carbon Permits: The Impact on Generators' Risks, *The Energy Journal*, 29(3), 67–89.
- Grieser, D. (2015), *Analysis I: Eine Einführung in die Mathematik des Kontinuums*, Wiesbaden.
- Große, A.; Heymann, T. (2015), Stromsteuer, EEG-Umlage, Strompreiskompensation: Optimierungsmöglichkeiten bei den Stromkosten, in: Zenke, I.; Wollschläger, S.; Eder, J., *Preise und Preisgestaltung in der Energiewirtschaft: Von der Kalkulation bis zur Umsetzung von Preisen für Strom, Gas, Fernwärme, Wasser und CO₂*, 253–288, Berlin u. a.
- Grossman, S. J.; Kihlstrom, R. E.; Mirman, L. J. (1977), A Bayesian Approach to the Production of Information and Learning by Doing, *The Review of Economic Studies*, 44(3), 533–547.
- Hadar, J.; Russel, W. R. (1971), Stochastic Dominance and Diversification, *Journal of Economic Theory*, 3(3), 288–305.
- Hadar, J.; Seo, T. K. (1990), The Effects of Shifts in a Return Distribution on Optimal Portfolios, *International Economic Review*, 31(3), 721–736.
- Hadar, J.; Seo, T. K. (1992), General Changes in Uncertainty, *Southern Economic Journal*, 58(3), 671–681.

- Hahn, F. H. (1962), The Stability of the Cournot Oligopoly Solution, *The Review of Economic Studies*, 29(4), 329–331.
- Hakanasson, N. H.; Kunkel, J. G.; Ohlson, J. A. (1982), Sufficient and Necessary Conditions for Information to have Social Value in Pure Exchange, *The Journal of Finance*, 37(5), 1169–1181.
- Hardes, H.-D.; Uhly, A. (2007), *Grundzüge der Volkswirtschaftslehre*, München.
- Hardy, G. H.; Littlewood, J. E.; Polya, G. (1929), Some Simple Inequalities Satisfied by Convex Functions, *Messenger Math*, 58, 145–152.
- Hardy, G. H.; Littlewood, J. E.; Polya, G. (1964), *Inequalities*, 3rd Edition, Cambridge.
- Hartley, R. V. L. (1928), Transmission of Information, *Bell System Technical Journal*, 7(3), 535–563.
- Hartman, R. (1973), Adjustment Costs, Price and Wage Uncertainty, and Investment, *The Review of Economic Studies*, 40(2), 259–267.
- Hartman, R. (1976), Factor Demand with Output Price Uncertainty, *The American Economic Review*, 66(4), 675–681.
- Henderson, J. M.; Quandt, R. E. (1971), *Microeconomic Theory: A Mathematical Approach*, 2. Auflage, New York u. a.
- Hermelingmeier, C. (2010a), Decisions under Imperfect Information - The Ordering of Information Structures and Production under Endogenous Uncertainty, in: Kovac, V. D., *Schriftenreihe volkswirtschaftliche Forschungsergebnisse*, Band 157, Hamburg.
- Hermelingmeier, C. (2010b), The Competitive Firm and the Role of Information about Uncertain Factor Prices, *Economic Modelling*, 27(2), 547–552.
- Hey, J. D. (1979), *Uncertainty in Microeconomics*, Oxford.
- Hey, J. D. (1981a), Hedging and the Competitive Labor-Managed Firm under Price Uncertainty, *The American Economic Review*, 71(4), 753–757.
- Hey, J. D. (1981b), A Unified Theory of the Behaviour of Profit-Maximising, Labor-Managed and Joint Stock Firms Operating under Uncertainty, *Economic Journal*, 91(362), 364–374.

- Hickey, R. J. (1982), A Note on Measurement of Randomness, *Journal of Applied Probability*, 19(1), 229–232.
- Hickey, R. J. (1983), Majorisation, Randomness and Some Discrete Distributions, *Journal of Applied Probability*, 20(4), 897–902.
- Hirshleifer, J. (1971), The Private and Social Value of Information and the Reward to Inventive Activity, *The American Economic Review*, 61(4), 561–574.
- Hirshleifer, J. (1975), Speculation and Equilibrium: Information, Risk, and Markets, *The Quarterly Journal of Economics*, 89(4), 519–542.
- Hirshleifer, J. (1989), *Time, Uncertainty and Information*, Cambridge.
- Hirshleifer, J.; Riley, J. G. (1979), The Analytics of Uncertainty and Information – An Expository Survey, *Journal of Economic Literature*, 17(4), 1375–1421.
- Hirshleifer, J.; Riley, J. G. (1992), *The Analytics of Uncertainty and Information*, Cambridge u. a.
- Holden, R. T. (2008), Comparative Statics in Principal-Agent Problems, *Massachusetts Institute of Technology*.
- Holmstrom, B. (1979), Moral Hazard and Observability, *The Bell Journal of Economics*, 10(1), 74–91.
- Holthausen, D. M. (1976), Input Choices and Uncertain Demand, *The American Economic Review*, 66(1), 94–103.
- Holthausen, D. M. (1979), Hedging and the Competitive Firm Under Price Uncertainty, *The American Economic Review*, 69(5), 989–995.
- Holthausen, D. M. (1980), Forward Markets and the Multiproduct, Multifactor Firm under Price Uncertainty, *Economic Letters*, 6(3), 217–223.
- Huang, C.-F.; Litzenberger, R. H. (1988), *Foundations of Financial Economics*, Englewood Cliffs.
- Hull, J. C. (2012), *Optionen, Futures und andere Derivate*, 8. Auflage, München.
- Husmann, S.; Kruschwitz, L. (2012), *Finanzierung und Investition*, München.

- ifo Institut (2012), Die Zukunft der Energiemärkte: Ökonomische Analyse und Bewertung von Potenzialen und Handlungsmöglichkeiten, *Studie in Kooperation mit der Forschungsstelle für Energiewirtschaft e.V. (FfE) im Auftrag des Bundesministeriums für Wirtschaft und Technologie (BMWi)*.
- Ingersoll, J. E. (1987), *Theory of Financial Decision Making*, Lanham u. a.
- ISDA (2009), 2009 ISDA Derivatives Usage Survey, *ISDA Research Notes*, im [www: http://www2.isda.org/functional-areas/research/surveys/end-user-surveys/](http://www2.isda.org/functional-areas/research/surveys/end-user-surveys/) (Stand: 11.03.2015).
- Ishii, Y. (1977), On the Theory of the Competitive Firm Under Price Uncertainty: Note, *The American Economic Review*, 67(4), 768–769.
- Jewitt, I. (1988), Justifying the First-Order Approach to Principal-Agent Problems, *Econometrica*, 56(5), 1177–1190.
- Jewitt, I. (2007), Information Order in Decision and Agency Problems, *Personal Manuscript*.
- Joe, H. (1987), Majorization, Randomness and Dependence for Multivariate Distributions, *The Annals of Probability*, 15(3), 1217–1225.
- Joe, H. (1990), Majorization and Divergence, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 148(2), 287–305.
- Johnson, N. L.; Kotz, S.; Balakrishnan, N. (1997), *Discrete Multivariate Distributions*, Chichester.
- Jones, R. A.; Ostroy, J. M. (1984), Flexibility and Uncertainty, *The Review of Economic Studies*, 51(1), 13–32.
- Jorion, P. (2007), *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, 3rd Edition, New York u. a.
- Kahnemann, D.; Tversky, A. (1979), Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk, *Econometrica*, 47(2), 263–292.
- Karamata, J. (1932), Sur une inégalité relative aux fonctions convexes, *Publications Mathématiques de l'Université de Belgrade*, 1, 145–148.

- Karlin, S.; Rubin, H. (1956), The Theory of Decision Procedures for Distributions with Monotone Likelihood Ratio, *The Annals of Mathematical Statistics*, 27(2), 272–299.
- Katz, E.; Paroush, J. (1979), The Effect of Forward Markets on Exporting Firms, *Economic Letters*, 4(3), 271–274.
- Katz, E.; Paroush, J.; Kahana, N. (1982), Price Uncertainty and the Price Discriminating Firm in International Trade, *International Economic Review*, 23(2), 389–400.
- Kawai, M.; Zilcha, I. (1986), International Trade with Forward-Futures Markets under Exchange Rate and Price Uncertainty, *Journal of International Economics*, 20(1-2), 83–98.
- Keenan, D. C.; Snow, A. (2012), Ross Risk Vulnerability for Introductions and Changes in Background Risk, *Journal of Mathematical Economics*, 48(4), 197–206.
- Kemperman, J. H. B. (1975), The Dual of the Cone of all Convex Functions on a Vector Space, *Aequationes Mathematicae*, 13(1-2), 103–119.
- Keppler, J. H.; Cruciani, M. (2010), Rents in the European Power Sector due to Carbon Trading, *Energy Policy*, 38(8), 4280–4290.
- Kihlstrom, R. E. (1974), A Bayesian Model of Demand for Information about Product Quality, *International Economic Review*, 15(1), 99–118.
- Kihlstrom, R. E. (1984), A Bayesian Exposition of Blackwells Theorem on the Comparison of Experiments, in: Boyer, M.; Kihlstrom, R. E., *Bayesian Models in Economic Theory*, Band 5, 12–31, Amsterdam u. a.
- Kihlstrom, R. E.; Romer, D.; Williams, S. (1981), Risk Aversion with Random Initial Wealth, *Econometrica*, 49(4), 911–920.
- Kim, S. K. (1995), Efficiency of an Information System in an Agency Model, *Econometrica*, 63(1), 89–102.
- Kimball, M. S. (1990), Precautionary Saving in the Small and in the Large, *Econometrica*, 58(1).
- Kimball, M. S. (1993), Standard Risk Aversion, *Econometrica*, 61(3), 589–611.

- Konstantin, P. (2013), *Praxisbuch Energiewirtschaft: Energieumwandlung, -transport und -beschaffung im liberalisierten Markt*, 3. Auflage, Berlin u. a.
- Krengel, U. (2005), *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*, 8.. Auflage, Wiesbaden.
- Kreps, D. M. (1990), *A Course in Microeconomic Theory*, New York u. a.
- Laffont, J.-J. (1989), *The Economics of Uncertainty and Information*, Cambridge.
- Landsberger, M.; Meilijson, I. (1990), Demand for Risky Financial Assets : A Portfolio Analysis, *Journal of Economic Theory*, 50(1), 204–213.
- Landsberger, M.; Meilijson, I. (1994), Co-Monotone Allocations, Bickel-Lehmann Dispersion and the Arrow-Pratt Measure of Risk Aversion, *Annals of Operations Research*, 52(2), 97–106.
- Lang, C. (2007), *Marktmacht und Marktmachtmessung im deutschen Großhandelsmarkt für Strom*, Wiesbaden.
- Laux, H.; Gillenkirch, R. U.; Schenk-Mathes, H. (2012), *Entscheidungstheorie*, 8. Auflage, Berlin u. a.
- LaValle, I. H. (1968), On Cash Equivalent and Information Evaluation in Decisions Under Uncertainty: Part I: Basic Theory, *Journal of the American Statistical Association*, 63(321), 252–276.
- LaValle, I. H. (1978), *Fundamentals of Decision Analysis*, New York u. a.
- Lave, L. B. (1963), The Value of Better Weather Information to the Raisin Industry, *Econometrica*, 31(1 / 2), 151–164.
- Lawrence, D. B. (1999), *The Economic Value of Information*, New York u. a.
- LeCam, L. (1964), Sufficiency and Approximate Sufficiency, *The Annals of Mathematical Statistics*, 35(4), 1419–1455.
- LeCam, L. (1996), Comparison of Experiments: A Short Review, in: Ferguson, T. S.; Shapley, L. S.; MacQueen, J. B., *Statistics, Probability and Game Theory: Papers in Honor of David Blackwell*, Hayward.

- Lehmann, E. L. (1988), Comparing Location Experiments, *Annals of Statistics*, 16(2), 521–533.
- Leland, H. E. (1972), Theory of the Firm Facing Uncertain Demand, *American Economic Review*, 62(3), 278–291.
- Lence, S. H. (1995), On the Optimal Hedge under unbiased Futures Prices, *Economics Letters*, 47(3-4), 385–388.
- Lerman, C.; Narod, S.; Schulman, K.; Hughes, C.; Gomez-Camirero, A.; Bonney, G.; Gold, K.; Trock, B.; Main, D.; Lynch, J.; Fulmore, C.; Snyder, C.; Lemon, S.; Conway, T.; Tonin, P.; Lenoir, G.; Lynch, H. (1996), BRCA1 Testing in Families with Hereditary Breast-Ovarian Cancer, *Journal of the American Medical Association*, 275(24), 1885–1892.
- Leshno, M.; Spector, Y. (1992), An Elementary Proof of Blackwells Theorem, *Mathematical Social Sciences*, 25(1), 95–98.
- Levy, H. (1977), The Definition of Risk: An Extension, *Journal of Economic Theory*, 14(1), 232–234.
- Levy, H. (1992), Stochastic Dominance and Expected Utility: Survey and Analysis, *Management Science*, 38(4), 555–593.
- Levy, H. (2006), *Stochastic Dominance Investment Decision Making under Uncertainty*, 2nd Edition, New York.
- Linde, R. (1977), Produktion II: Produktionsfunktionen, in: Albers, W. et. al, *Handwörterbuch der Wirtschaftswissenschaften (Band 6)*, Stuttgart.
- Lindley, D. V. (1956), On a Measure of the Information Provided by an Experiment, *Annual Mathematical Statistics*, 27(4), 986–1005.
- Lorenz, M. O. (1905), Methods of Measuring the Concentration of Wealth, *Publications of the American Statistical Association*, 9(70), 209–219.
- Luce, D. R.; Raiffa, H. (1957), *Games and Decisions: Introduction and Critical Survey*, New York u. a.
- Machina, M. J. (1987), Choice under Uncertainty: Problems Solved and Unsolved, *Economic Perspectives*, 1(1), 121–154.

- MacKay, D. J. C. (2003), *Information Theory, Inference, and Learning Algorithms*, Cambridge.
- Mag, W. (1977), *Entscheidung und Information*, München.
- Malcher, M.; Puffe, M. (2015), Preiskalkulation, in: Zenke, I.; Wollschläger, S.; Eder, J., *Preise und Preisgestaltung in der Energiewirtschaft: Von der Kalkulation bis zur Umsetzung von Preisen für Strom, Gas, Fernwärme, Wasser und CO₂*, 13–40, Berlin u. a.
- Marschak, J. (1971), Economics of Information Systems, *Journal of the American Statistical Association*, 66(333), 192–219.
- Marschak, J.; Miyasawa, K. (1968), Economic Comparability of Information Systems, *International Economic Review*, 9(2), 137–174.
- Marschak, J.; Radner, R. (1972), *Economic Theory of Teams*, New Heaven u. a.
- Marshall, J. (1950), Rational Behavior, Uncertain Prospects, and Measurable Utility, *Econometrica*, 18(2), 111–141.
- Marshall, A. W.; Olkin, I. (1974), Majorization in Multivariate Distributions, *The Annals of Statistics*, 2(6), 1189–1200.
- Marshall, A. W.; Olkin, I. (1979), *Inequalities: Theory of Majorization and its Application*, San Diego u. a.
- Marshall, J. M. (1974), Private Incentives and Public Information, *The American Economic Review*, 64(3), 373–390.
- Maubach, K.-D. (2014), *Energiewende: Wege zu einer bezahlbaren Energieversorgung*, 2. Auflage, Wiesbaden.
- Mavron, V. C.; Phillips, T. N. (2007), *Elements of Mathematics for Economics and Finance*, London.
- McGuire, C. B. (1972), Comparisons of Information Structures, in: McGuire, C. B.; Radner, R., *Decision and Organisation*, 101–130, Amsterdam u. a.
- Meyer, J. (1987), Two-Moment Decision Models and Expected Utility Maximization, *The American Economic Review*, 77(3), 421–430.

- Meyer, J.; Ormiston, M. B. (1989), Deterministic Transformations of Random Variables and the Comparative Statics of Risk, *Journal of Risk and Uncertainty*, 2(2), 179–188.
- Meyer, J.; Robison, L. J. (1988), Hedging Under Output Price Randomness, *American Journal of Agricultural Economics*, 70(2), 268–272.
- Milgrom, P. R. (1981), Good News and Bad News: Representation Theorems and Applications, *The Bell Journal of Economics*, 12(2), 380–391.
- Mirsky, L. (1959a), On a Convex Set of Matrices, *Archiv der Mathematik*, 10(1), 88–92.
- Mirsky, L. (1961), Majorization of Vectors and Inequalities for Convex Functions, *Monatshefte für Mathematik*, 65(2), 159–169.
- Mitglieder der Europäischen Union (1992), Vertrag über die Europäische Union vom 29. Juli 1992 (Vertrag von Maastricht), *Amtsblatt*, Nr. C 191, 1–110.
- Monjau, R.; Vollmer, M. (2015), Erzeugung, in: Zenke, I.; Wollschläger, S.; Eder, J., *Preise und Preisgestaltung in der Energiewirtschaft: Von der Kalkulation bis zur Umsetzung von Preisen für Strom, Gas, Fernwärme, Wasser und CO₂*, 41–60, Berlin u. a.
- Morris, J.; Webster, M.; Reilly, J. (2014), Electricity Generation and Emissions Reduction Decisions under Policy Uncertainty: A General Equilibrium Analysis, *MIT-Joint Program on the Science and Policy of Global Change Report*, No. 260, 1–28.
- Morris, S.; Shin, H. S. (2002), Social Value of Public Information, *The American Economic Review*, 92(5), 1521–1534.
- Mosler, K. (1994), Majorization in Economic Disparity Measures, *Linear Algebra and its Applications*, 199(1), 91–114.
- Mossin, J. (1968), Aspects of Rational Insurance Purchasing, *Journal of Political Economy*, 76(4), 553–568.
- Muirhead, R. F. (1903), Some Methods Applicable to Identities and Inequalities of Symmetric Algebraic Functions of n Letters, *Proc. of the Edinburgh Math. Society*, 21, 144–157.

- Murphy, F. H.; Smeers, Y. (2005), Generation Capacity Expansion in Imperfectly Competitive Restructured Electricity Markets, *Operations Research*, 53(4), 646 – 661.
- Nachman, D. C. (1982), Preservation of "More Risk Averse" under Expectations, *Journal of Economic Theory*, 28(2), 361 – 368.
- Nadiminti, R.; Mukhopadhyay, T.; Kriebel, C. H. (1996), Risk Aversion and the Value of Information, *Decision Support Systems*, 16(3), 241 – 255.
- Nermuth, M. (1992), Different Economic Theories with the Same Formal Structure: Risk, Income Inequality, Information Structures, etc., *Vienna Economics Papers*, vie9207.
- Novshek, W. (1985), On the Existence of Cournot Equilibrium, *The Review of Economic Studies*, 52(1), 85 – 98.
- Orosel, G. O. (1996), Informational Efficiency and Welfare in the Stock Market, *European Economic Review*, 40(7), 1379 – 1411.
- Oum, Y.; Oren, S. S. (2009), VaR Constrained Hedging of Fixed Price Load Following Obligations in Competitive Electricity Markets, *Risk and Decision Analysis*, 1(1), 43 – 56.
- Oum, Y.; Oren, S. S. (2010), Optimal Static Hedging of Volumetric Risk in a Competitive Wholesale Electricity Market, *Decision Analysis*, 7(1), 107 – 122.
- Paroush, J.; Wolf, A. (1986), Production and Hedging Decisions in Future and Forward Markets, *Economics Letters*, 21(2), 139 – 143.
- Paroush, J.; Wolf, A. (1992), The Derived Demand with Hedging Cost Uncertainty in the Futures Markets, *The Economic Journal*, 102(413), 831 – 844.
- Patni, G. C.; Jain, K. C. (1977), On Axiomatic Characterization of some Non - Additive Measures of Information, *Metrika*, 24(1), 23 – 34.
- Pecaric, J. E.; Porschan, F.; Tong, Y. L. (1992), *Convex Functions, Partial Orderings, and Statistical Applications*, Boston u. a.
- Pelster, M. (2013), Production and Risk Management in a Multi-Period Duopoly under Demand Uncertainty, *International Journal of Trade and Global Markets*, 6(4), 384 – 405.

- Pería, F. D. M.; Massey; Silvestre, L. E. (2005), Weak Matrix Majorization, *Linear Algebra and its Applications*, 403(1), 343–363.
- Persico, N. (2000), Notes and Comments: Information Acquisition in Auctions, *Econometrica*, 68(1), 135–148.
- Ponssard, J.-P. (1975), A Note on Information Value Theory for Experiments defined in Extensive Form, *Management Science*, 22(4), 449–454.
- Pope, R. D.; Kramer, R. A. (1979), Production Uncertainty and Factor Demands for the Competitive Firm, *Southern Economic Journal*, 46(2), 489–501.
- Powell, A. (1993), Trading Forward in an Imperfect Market: The Case of Electricity in Britain, *The Economic Journal*, 103(417), 444–453.
- Pratt, J. W. (1964), Risk Aversion in the Small and in the Large, *Econometrica*, 32(1/2), 122–136.
- Pratt, J. W. (1988), Aversion to One Risk in the Presence of Others, *Journal of Risk and Uncertainty*, 1(4), 395–413.
- Pratt, J. W. (1990), The Logic of Partial-Risk Aversion: Paradox Lost, *Journal of Risk and Uncertainty*, 3(2), 105–113.
- Pratt, J. W.; Raiffa, H.; Schlaifer, R. (1995), *Introduction to Statistical Decision Theory*, Cambridge u. a.
- Pratt, J. W.; Zeckhauser, R. J. (1987), Proper Risk Aversion, *Econometrica*, 55(1), 143–154.
- Raiffa, H.; Schlaifer, R. (1961), *Applied Statistical Decision Theory*, Boston.
- Ramos, A.; Ventosa, M.; Rivier, M. (1998), Modeling Competition in electric Energy Markets by Equilibrium Constraints, *Utilities Policy*, 7(4), 233–242.
- Ratti, R. A.; Ullah, A. (1976), Uncertainty in Production and the Competitive Firm, *Southern Economic Journal*, 42(4), 703–710.
- Reich, G.; Reppich, M. (2013), *Regenerative Energietechnik: Überblick über ausgewählte Technologien zur nachhaltigen Energieversorgung*, Wiesbaden.

- Reichsgesetzblatt (1935), Gesetz über die Elektrizitäts- und Gasversorgung (Energiewirtschaftsgesetz - EnWG), *Reichsgesetzblatt*, Teil I, Nr. 139, 1451–1456.
- Reinhardt, R.; Hoffmann, A.; Gerlach, T. (2013), *Nichtlineare Optimierung, Theorie, Numerik und Experimente*, Berlin u. a.
- Rényi, A. (1961), On Measures of Entropy and Information, *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium*, 1, 547–561.
- Rolfo, J. (1980), Optimal Hedging under Price and Quantity Uncertainty: The Case of a Cocoa Producer, *Journal of Political Economy*, 88(1), 100–116.
- Romer, C. D.; Romer, D. H. (2000), Federal Reserve Information and the Behavior of Interest Rates, *American Economic Review*, 90(3), 429–457.
- Roques, F. A.; Newbery, D. M.; Nuttall, W. J. (2008), Fuel Mix Diversification Incentives in Liberalised Electricity Markets: a Mean-Variance Portfolio Theory Approach, *Energy Economics*, 30(4), 1831–1849.
- Ross, S. A. (1981), Some Stronger Measures of Risk Aversion in the Small and the Large with Applications, *Econometrica*, 49(3), 621–638.
- Rothschild, M.; Stiglitz, J. E. (1970), Increasing Risk: I. A Definition, *Journal of Economic Theory*, 2(3), 225–243.
- Rothschild, M.; Stiglitz, J. E. (1971), Increasing Risk II: Its Economic Consequences, *Journal of Economic Theory*, 3(1), 66–84.
- Safra, Z.; Sulganik, E. (1995), Schur Convexity, Quasi-Convexity and Preference for early Resolution of Uncertainty, *Theory and Decision*, 39(2), 213–218.
- Safra, Z.; Zilcha, I. (1986), Firm's Hedging Behavior without the Expected Utility Hypothesis, *Economics Letters*, 21(2), 145–148.
- Sandmo, A. (1971), On the Theory of the Competitive Firm Under Price Uncertainty, *The American Economic Review*, 61(1), 65–73.
- Savage, L. J. (1972), *The Foundations of Statistics*, 2nd Edition, New York.
- Schlee, E. (2001), The Value of Information in Efficient Risk-Sharing Arrangements, *American Economic Review*, 91(3), 509–524.

- Schmalensee, R.; Stavins, R. N. (2013), The SO₂ Allowance Trading System: The Ironic History of a Grand Policy Experiment, *Journal of Economic Perspectives*, 27 (1), 103–122.
- Schmeidler, D. (1979), A Bibliographical Note on a Theorem of Hardy, Littlewood, and Polya, *Journal of Economic Theory*, 20(1), 125–128.
- Schneeweiss, H. (1967), *Entscheidungskriterien bei Risiko*, Berlin u. a.
- Schneeweiss, H. (1990), *Ökonometrie*, 4.. Auflage, Speyer.
- Schoemaker, P. J. H. (1982), The Expected Utility Model: Its Variants, Purposes, Evidence and Limitations, *Journal of Economic Literature*, 20(2), 529–563.
- Schur, I. (1923), Über eine Klasse von Mittelbildungen mit Anwendung auf die Determinantentheorie, *Theorie Sitzungsber. Berlin Math. Gesellschaft*, 22, 9–20.
- Shaked, M.; Shanthikumar, J. G. (2007), *Stochastic Orders*, New York.
- Shaked, M.; Tong, Y. L. (1990), Comparison of Experiments for a Class of positively dependent Random Variables, *The Canadian Journal of Statistics*, 18(1), 79–86.
- Shannon, C. E. (1948), A Mathematical Theory of Communication, *Bell System Technical Journal*, 27(3), 379–423.
- Sherman, S. (1951), On a Theorem of Hardy, Littlewood, Polya, and Blackwell, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 37 (12), 826–831.
- Silberberg, E.; Suen, W. (2001), *The Structure of Economics: A Mathematical Analysis*, 3rd Edition, Boston u. a.
- Simon, H. A. (1959), Theories of Decision making in Economics and Behavioural Science, *American Economic Review*, 49(3), 253–283.
- Simon, H. A. (1972), Theories of Bounded Rationality, in: McGuire, C. B.; Radner, R., *Decision and Organisation*, 161–176, Amsterdam u. a.
- Smeers, Y. (1997), Computable Equilibrium Models and the Restructuring of the European Electricity and Gas Markets, *The Energy Journal*, 18(4), 1-31.

- Smith, J. E.; Ulu, C. (2009), Uncertainty, Information Acquisition and Technology Adoption, *Operations Research*, 57(3), 740–752.
- Spremann, K. (1986), Produktion, Hedging, Spekulation - Zu den Funktionen von Futures-Märkten, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, 38(6), 443–464.
- Spremann, K. (1991), Kann man mit Terminkontrakten hedgen?, *Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung*, 43(4), 295–312.
- Sproule, R. A. (1987), The Owner-Managed Firm under Output-Price Uncertainty, *Journal of Economics*, 47(2), 125–141.
- Statista GmbH (2015), *Struktur des Endenergieverbrauchs in Deutschland nach Sektoren im Jahr 2013*, im [www: http://de.statista.com/statistik/daten/studie/200863/umfrage/struktur-des-energieverbrauchs-in-deutschland-nach-sektoren/](http://de.statista.com/statistik/daten/studie/200863/umfrage/struktur-des-energieverbrauchs-in-deutschland-nach-sektoren/) (Stand: 11.03.2015).
- Steger, U.; Büdenbender, U.; Feess, E.; Nelles, D. (2008), *Die Regulierung elektrischer Netze: Offene Fragen und Lösungsansätze*, Berlin u. a.
- Stewart, M. B. (1978), Factor-Price Uncertainty with Variable Proportions, *The American Economic Review*, 68(3), 468–473.
- Stiglitz, J. E. (2000), The Contributions of the Economics of Information to Twentieth Century Economics, *The Quarterly Journal of Economics*, 115(4), 1441–1481.
- Strassen, H. (1992), Concentration of Multivariate Statistical Tables, *Statistical Papers*, 33(1), 95–117.
- Ströbele, W.; Pfaffenberger, W.; Heuterkes, M. (2012), *Energiewirtschaft: Einführung in Theorie und Politik*, 3. Auflage, München.
- Sulganik, E.; Zilcha, I. (1994), The Value of Information: Disadvantageous Risk-Sharing Markets, *CAE Working Papers*, 94(16), 1–26.
- Sulganik, E.; Zilcha, I. (1996), The Value of Information in the Presence of Futures Markets, *Journal of Futures Markets*, 16(2), 227–240.
- Sulganik, E.; Zilcha, I. (1997), The Value of Information: The Case of Signal-Dependent Opportunity Sets, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 21(10), 1615–1625.

- Sunderkötter, M.; Weber, C. (2009), Valuing Fuel Diversification in Optimal Investment Policies for Electricity Generation Portfolios, *EWL Working Papers*, (06), 1–39.
- Sévi, B. (2006), Ederington's Ratio with Production Flexibility, *Economics Bulletin*, 7(1), 1–8.
- Sydsæter, K.; Strøm, A.; Berck, P. (2005), *Economists' Mathematical Manual*, 4. Auflage, Berlin u. a.
- Tappe, S. (2013), *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie*, Berlin u. a.
- Tirole, J. (1988), *The Theory of Industrial Organization*, Cambridge u. a.
- Topkis, D. M. (1978), Minimizing a Submodular Function on a Lattice, *Operations Research*, 26(2), 305–321.
- Topkis, D. M. (1995), Comparative Statics of the Firm, *Journal of Economic Theory*, 67(2), 370–401.
- Treich, N. (1997), Risk Tolerance and Value of Information in the Standard Portfolio Model, *Economics Letters*, 55(3), 361–336.
- Turnes, P. B.; Ernst, R. (2015), A Framework for Transparency in International Trade, *Investigaciones Europeas de Dirección y Economía de la Empresa*, 21(1), 1–8.
- Varian, H. R. (2010), *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*, 8th Edition, New York.
- Ventosa, M.; Baíllo, A.; Ramos, A.; Rivier, M. (2005), Electricity Markets Modeling Trends, *Energy Policy*, 33(7), 897–913.
- Viane, J.-M.; Zilcha, I. (1998), The Behaviour of Competitive Exporting Firms under Multiple Uncertainty, *International Economic Review*, 39(3), 591–609.
- Vives, X. (2005), Games with Strategic Complementarities: New Applications to Industrial Organization, *International Journal of Industrial Organization*, 23(7-8), 625–637.
- von Neumann, J.; Morgenstern, O. (2004), *Theory of Games and Economic Behaviour*, 4th Edition, Princeton.

- Wahl, J. (1983), *Informationsbewertung und -effizienz auf dem Kapitalmarkt*, Würzburg u. a.
- Wald, A. (1950), *Statistical Decision Functions*, New York.
- Webster, M. D.; Paltsev, S.; Parsons, J.; Reilly, J.; Jacoby, H. (2008), Uncertainty in Greenhouse Gas Emissions and Costs of Atmospheric Stabilization, *MIT-Joint Program on the Science and Policy of Global Change Report*, No. 165, 1–81.
- Weller, T. (2013), Düstere aussichten, *Erneuerbare Energien- Das Magazin*, (Juni-Heft), 14–15.
- Wessel, C. (2011), *Hedging Risks in a Duopoly Framework*, Aachen.
- Whitt, W. (1979), Note on the Influence of the Sample on the Posterior Distribution, *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 424–426.
- Wied-Nebbeling, S.; Schott, H. (2007), *Grundlagen der Mikroökonomik*, 3. Auflage, Berlin u. a.
- Willinger, M. (1989), Risk Aversion and the Value of Information, *The Journal of Risk and Insurance*, 56(2), 320–328.
- Wogrin, S.; Centeno, E.; Barquín, J. (2011), Generation Capacity Expansion in Liberalized Electricity Markets: A Stochastic MPEC Approach, *IEEE Transactions on Power Systems*, (4).
- Wolfstetter, E. (1996), Stochastic Dominance: Theory and Applications, *SFB 373 Discussion Papers*, 40, No. 1996.
- Wollschläger, S. (2015), Grundversorgung, in: Zenke, I.; Wollschläger, S.; Eder, J., *Preise und Preisgestaltung in der Energiewirtschaft: Von der Kalkulation bis zur Umsetzung von Preisen für Strom, Gas, Fernwärme, Wasser und CO₂*, 127–142, Berlin u. a.
- Wong, K. P. (1997), On the Determinants of Bank Interest Margins under Credit and Interest Rate Risks, *Journal of Banking and Finance*, 31(2), 251–271.
- Working, H. (1953), Futures trading and hedging, *American Economic Review*, 43(3), 314–330.

- Zahornsky, R. A.; Allelein, H.-J.; Elmar, B.; Oehler, H.; Schelling, U.; Schwarz, H. (2010), *Energietechnik: Systeme zur Energieumwandlung*, 6. Auflage.
- Zeckhauser, R. (1970), A Case Study of the Tradeoff Between Risk Spreading and Appropriate Incentives, *Journal of Economic Theory*, 2(1), 10–26.
- Zhaoguang, H.; Zheng, H. (2013), *Electricity Economics: Production Functions with Electricity*, Dordrecht u. a.
- Zweifel, P.; Heller, H. R. (1997), *Internationaler Handel: Theorie und Empirie*, 3. Auflage, Heidelberg.
- Zwingmann, K. (2007), *Ökonomische Analyse der EU-Emissionshandelsrichtlinie: Bedeutung und Funktionsweisen der Primärallokation von Zertifikaten*, Wiesbaden.

Erklärung

Ich versichere, dass ich meine Dissertation

Die Bedeutung der Markttransparenz im CO₂-Emissionshandel für das
Risikomanagement bei Stromerzeugungsunternehmen

selbstständig verfasst und mich anderer als der angegebenen Hilfsmittel nicht bedient habe. Die aus fremden Quellen direkt oder indirekt übernommenen Gedanken sind als solche kenntlich gemacht.

Dortmund, 26.03.2015