

Jürgen MAASZ, Linz (Österreich)

## **Modellieren im Mathematikunterricht**

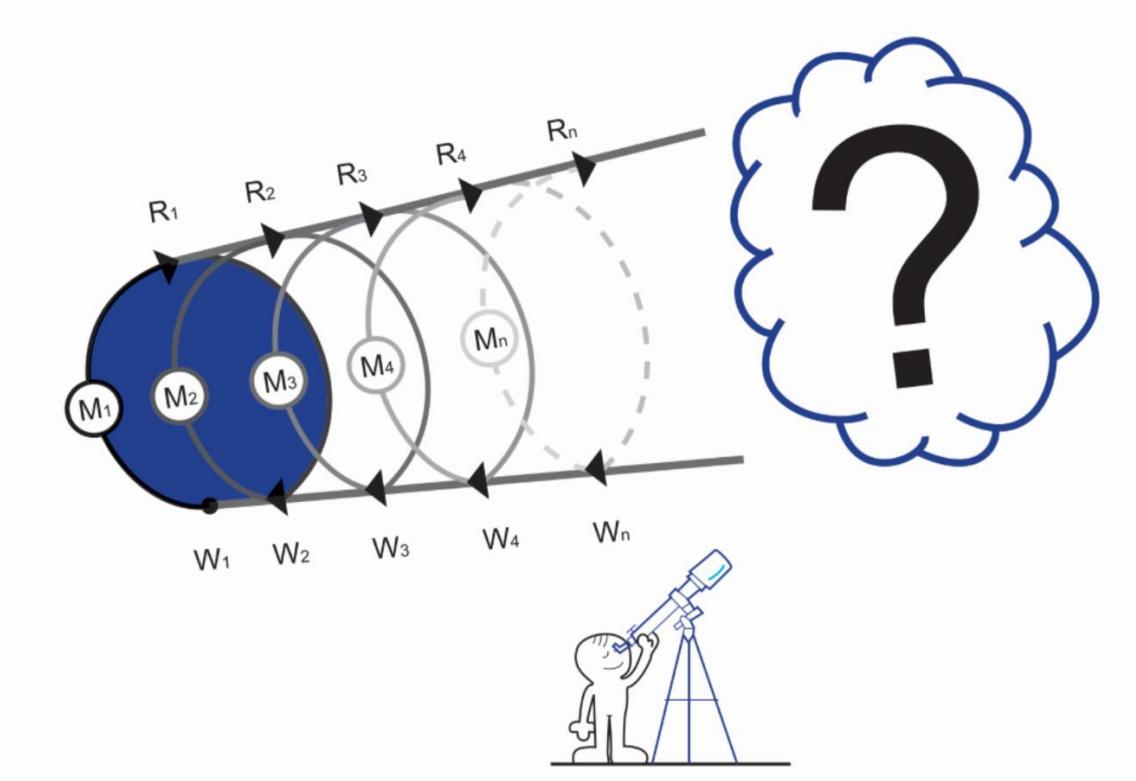
**Abstract:** *Das Modellieren steht im Zentrum des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts. Modellieren ist ein Instrument zur Erkenntnis und zur Gestaltung der Welt, das – so können wir von der Philosophie lernen – konstitutiv für fast jede Erkenntnis und jedes Handeln ist, also sehr weit über den Mathematikunterricht hinaus Bedeutung hat. Zudem ist es kein Kreis, sondern ein offener Prozess, der – hoffentlich – zu besserem Verständnis und zu vermehrten Handlungsmöglichkeiten führt.*

### **Vom Modellierungskreislauf zur offenen Modellierungsspirale**

Im Zusammenhang mit dem Modellieren im realitätsbezogenen Mathematikunterricht hat es sich eingebürgert, von einem **Modellierungskreislauf** zu sprechen. Von der Realität bzw. einem ausgewählten Aspekt der Realität geht es je nach Darstellung über mehr oder weniger viele Stationen zu einem mathematischen Modell, also in die Welt der Mathematik und von dort aus zurück in die Realität. Auch optisch sehen die Darstellungen von Blum, Grefrath, Kaiser, Leiß etc. ebenso wie die von Mathematikern wie Buchberger oder Pollak kreisförmig aus.

Im Vergleich zu jenem Mathematikunterricht, in dem nur operatives Handeln geübt wird (etwa: teaching – to - the - test), ist die Orientierung an einem Modellierungskreislauf ein großer Fortschritt, weil nicht nur etwas ausgerechnet wird, sondern auch im Unterricht erlebt werden kann, wie Mathematik in Alltag und Beruf, in der Realität, nützlich sein kann, um etwas besser zu verstehen oder besser zu machen. Wenn aber das „besser“ ernst gemeint ist, scheint mir die Metapher vom Laufen im Kreis ungünstig gewählt zu sein. Was erreicht ein Mensch, der im Kreis läuft? Wer regelmäßig im Kreis läuft, also etwa in einem Sportstadion, erzielt ohne Zweifel einen Trainingseffekt: Dieser Mensch wird in Zukunft vermutlich besser im Kreis laufen. Unter gewissen Bedingungen ist das Laufen auch gut für die Gesundheit. Aber ein Fortschritt im realen Leben, eine Bewegung auf ein mehr oder weniger fernes Ziel zu, lässt sich durch Laufen im Kreis nicht erreichen. Dazu muss schon das Ziel selbst anvisiert werden; die Bewegung muss in Richtung auf dieses Ziel erfolgen. Dabei wird wie im realen Leben die Bewegung nicht immer einfach geradeaus aufs Ziel gehen können, manche scheinbaren Umwege erweisen sich im Rückblick sogar als außerordentlich wichtig.

In meinem Buch über das Modellieren im Mathematikunterricht (Maaß 2015) habe ich versucht, diese Überlegung in eine passende Grafik umzusetzen:



Ausgangspunkt ( $W_1$ ) einer Modellierung ( $M_1$ ) sind WIR, also Menschen, die etwas verstehen oder verändern wollen, dazu Modellieren und Konsequenzen für die Realität ( $R_1$ ) bewirken (wollen). Wir, nun als ( $W_2$ ), betrachten die (wenn auch nur leicht) veränderte Realität ( $R_1$ ) und entwickeln das Interesse an weiteren Änderungen. Also wird erneut modelliert. Die erneuten Anstrengungen führen zu neuen und hoffentlich besseren Modellen ( $M_2$ ), die wiederum Auswirkungen auf die Realität ( $R_2$ ) haben. Wir ( $W_3$ ) haben etwa dazu gelernt, neue Einsichten gewonnen und können unsere Interessen und Wünsche präziser formulieren. Daraus mag der Wunsch nach weiterer Aktivität resultieren. Wann und wie die Bemühung um eine Verbesserung der Erkenntnis oder der Realität endet, ist zu Beginn prinzipiell ebenso offen, wie die abschließende Bewertung des Prozesses: Ist tatsächlich (bzw. aus wessen Sicht?) eine Verbesserung erreicht worden?

Für den Mathematikunterricht kann die Bemühung, diese Frage nach dem Abschluss, der Bewertung und der damit verbundenen rückblickenden Reflexion der eigenen Arbeit zu einer großen und sinngebenden Bereicherung führen. Wenn der Unterricht sich darauf konzentriert, den jeweils aktuellen Algorithmus zu üben, endet die Beschäftigung mit einer Aufgabe mit einem Ergebnis, das richtig oder falsch ausgerechnet ist. Der Sinn der Aufgabe, die Interpretation des Ergebnisses im Hinblick auf die Welt außerhalb des Klassenraumes ist kein Thema. Deshalb wird auch kein über den Un-

terricht und die Benotung hinausreichender Sinn dieses Mathematikunterrichtes erkannt.

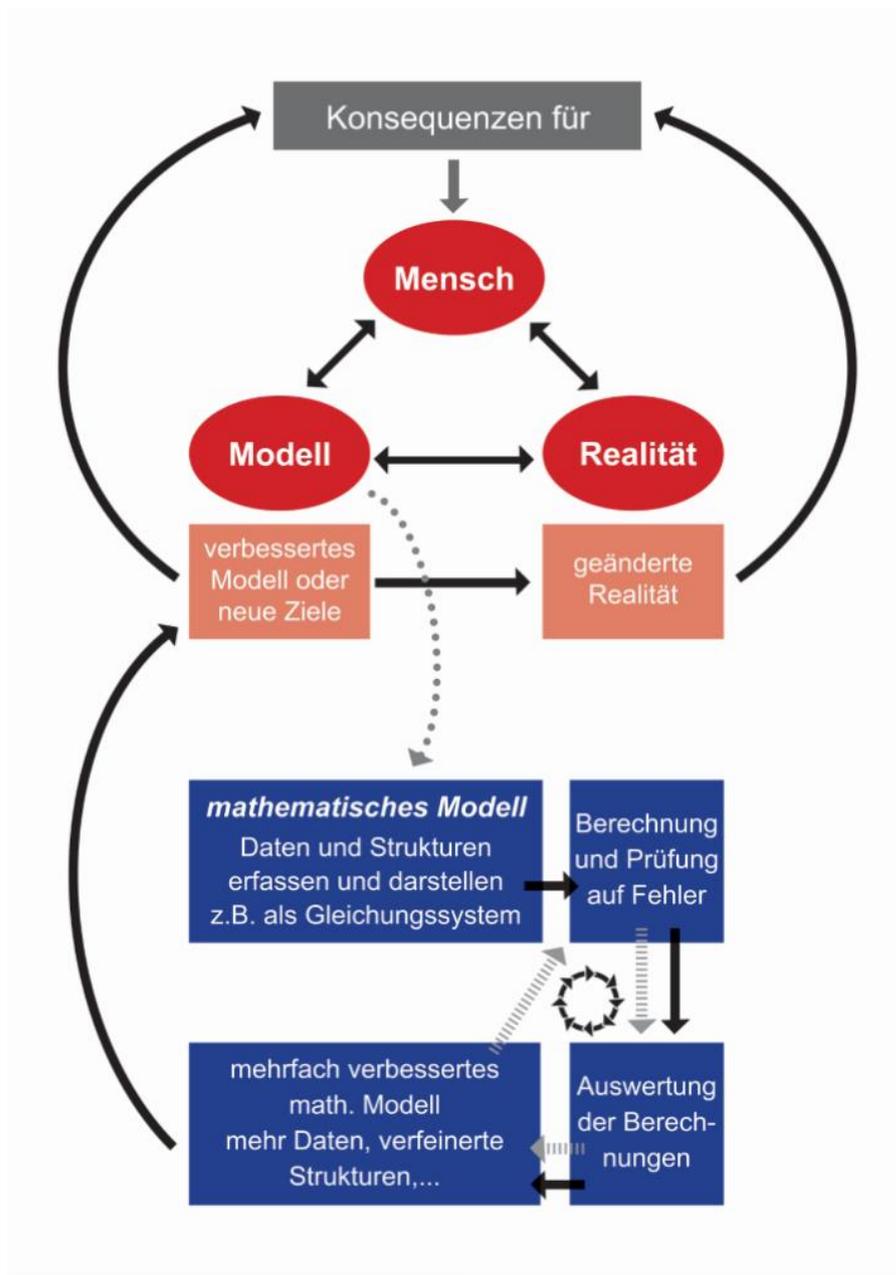
Ein zweiter großer Vorteil der Selbststeuerung, der eigenen Entscheidung darüber, ob an einer Frage weiter gearbeitet werden soll oder nicht, liegt in der Förderung der Selbstständigkeit der Schülerinnen und Schüler. So kann auch im Mathematikunterricht etwas Wichtiges zur Erreichung der allgemeinen Lehrziele wie Mündigkeit beigetragen werden.

### **Schülerinnen und Schüler modellieren sehr oft im Alltag, aber nicht im Mathematikunterricht**

Wer im Rahmen von Lehrerbildung oder Lehrerfortbildung sowie in fachdidaktischen Diskussionen den Vorschlag vertritt, den Mathematikunterricht phasenweise auch realitätsbezogen zu gestalten und in diesem Zusammenhang mathematische Modellierung zu lehren, kennt den typischen Einwand: Hier wird etwas zusätzlich verlangt, das angesichts der bereits vorhandenen übergroßen Stofffülle nicht mehr leistbar ist. Ganz zu Recht kann gegen diesen Einwand auf Forschungen zum Themenbereich „Erwachsene und Mathematik“ (vgl. <http://www.alm-online.net/>) verwiesen werden, die in vielen Ländern gezeigt hat, dass bei Erwachsenen vom Mathematikunterricht oft hauptsächlich eine negative Erinnerung und ganz wenig von all dem gelehrt Stoff übrig bleibt, weil – so die häufige Antwort von Erwachsenen auf die Frage nach ihrem Mathematikunterricht – sie nie den Sinn des Ganzen gesehen haben.

Hier will ich ein anderes Gegenargument einführen. Modellieren ist für die Schülerinnen und Schüler nichts Neues, was zusätzlich erlernt werden muss, sondern alltäglicher Weg zur Erkenntnis. Neu für Schülerinnen und Schüler und offenbar auch für Mathematiklehrerinnen und -lehrer ist die Einsicht, dass **mathematisches** Modellieren die Qualität der verwendeten Modelle, ihre Präzision und Aussagekraft, verbessern kann (vgl. dazu ausführlich Maaß 2015, S. 194ff.). Wenn es gelingt, diese Qualität von Mathematik im Unterricht erlebbar zu machen, stellt sich die Sinnfrage deutlich weniger. Wenn für die Schülerinnen und Schüler und ihre Eltern zum Elternsprechtag Kuchen gebacken werden soll und die Menge und Zusammensetzung der benötigten Zutaten wird richtig vorausberechnet, ist dies ein kleines Beispiel. Ähnliche Beispiele, wie etwa das Ausmalen eines Raumes und der Einkauf der richtigen Menge Farbe, die Planung für die Einrichtung des eigenen Zimmers oder für die Aufstellung von Ständen in der Aula der Schule beim Schulfest können auch ohne bewussten Einsatz von Mathematik gelingen, aber mit viel besser. Wenn zudem Beispiele aus

der professionellen Anwendung von Mathematik in der Industrie, der naturwissenschaftlichen Forschung oder in der Medizintechnik etc. thematisiert werden, ist der wesentliche Nutzen mathematischer Modellierung ganz offensichtlich. Die folgende Grafik zeigt den Zusammenhang.



## Literatur

Jürgen Maaß: Modellieren in der Schule. Ein Lernbuch zu Theorie und Praxis des realitätsbezogenen Mathematikunterrichts, Reihe „Schriften zum Modellieren und zum Anwenden von Mathematik“, WTM Verlag Münster 2015