

Kirsten WOHAKE, Karlsruhe & Martin FRANK, Karlsruhe

## **Digitales und interaktives Lernmaterial zur mathematischen Modellierung am Beispiel vom Abkühlprozess bei Metallen**

Grundsätzlich immer, aber gerade auch in Zeiten mit Covid 19 sind gute digitale Lernmaterialien essentiell, um Schüler/innen weiterhin eine gute schulische Ausbildung zu garantieren. Oftmals wird schon im Präsenzunterricht die mathematische Modellierung vernachlässigt, da der Umgang mit offenen Problemstellungen im Unterricht schwierig erscheint und Mut braucht (Blum, 2007). Der Online-Unterricht erschwert die Umsetzung von mathematischer Modellierung noch weiter, weshalb in diesem Beitrag eine Plattform vorgestellt wird, die erprobtes digitales und interaktives Lernmaterial enthält.

### **Die Workshop-Plattform**

Die Workshop-Plattform stellt alle Lernmaterialien bereit, die im Rahmen des Programms CAMMP (Computational and Mathematical Modeling Program) an der RWTH Aachen und am KIT Karlsruhe entwickelt wurden. Der Großteil der Materialien wurde für die Durchführung in eintägigen Modellierungsangeboten umgesetzt, jedoch gibt es ebenfalls Material, das von Schüler/innen in ein oder zwei Doppelstunden bearbeitet werden kann. Eine Auflistung der Kontexte der entwickelten Materialien und die notwendigen mathematischen Vorkenntnisse können unter [www.cammp.online/116](http://www.cammp.online/116) eingesehen werden.

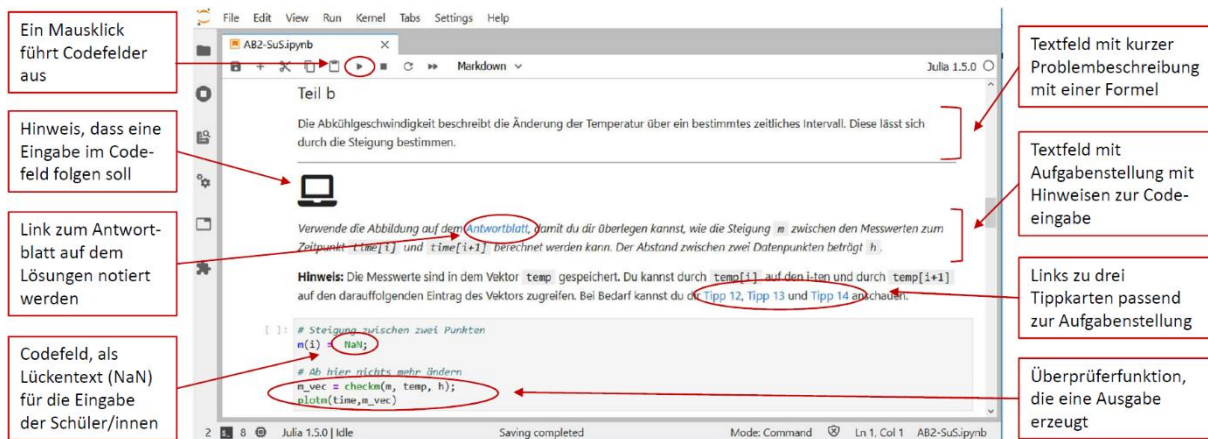
Um auf das Material zugreifen zu können, müssen keine Programme installiert werden; alles ist mit einem üblichen Internetbrowser über <https://workshops.cammp.online> zugänglich. Zugangsdaten werden interessierten Leser/innen jederzeit per Mail (Anfrage an [cammp@scc.kit.edu](mailto:cammp@scc.kit.edu)) zur Verfügung gestellt. Nach dem Betreten der Website werden alle Hinweise für den Zugang und das Durcharbeiten des gewünschten Workshops gegeben. Wird ein Workshop mit Schüler/innen durchgeführt, erstellt zu Beginn jede/r Schüler/in ein Konto, um sich auf der Workshop-Plattform einzuloggen, greift auf das digitale Lernmaterial zu und bearbeitet es.

Umgesetzt sind die Lernmaterialien in Form von Jupyter Notebooks. Ausführlicher wird diese Thematik in Schönbrodt et al. (2021) besprochen.

### **Jupyter Notebooks**

Vereinfacht ausgedrückt sind Jupyter Notebooks digitale Dokumente, in denen Texte geschrieben, Code (zur Berechnung mathematischer Terme) ausgeführt und von Schüler/innen interaktiv bearbeitet werden können. Sie bieten große Vorteile gegenüber Standarddokumenten oder Codedateien: Aufgaben (in Form von erzählendem Text), erklärende Abbildungen und kleine Codeabschnitte können in einem schön formatierten Einzeldokument zusammengefasst werden (s. Abb.

1). Darüber hinaus können Tipps, Zusatzinformationen oder Videos einfach integriert und direkt mit den entsprechenden Aufgaben verlinkt werden. Obendrein lassen sich alle Elemente flexibel anordnen.



**Abb. 1:** Screenshot eines digitalen Arbeitsblatts (Jupyter Notebooks) aus dem Lernmaterial zum Metallabkühlprozess

Aus didaktischer Sicht bieten Jupyter Notebooks einen großen Schritt zur Förderung des selbstgesteuerten Lernens in heterogenen Lerngruppen. Zum Beispiel können Schüler/innen, die mehr Unterstützung benötigen, Links im Notebook anklicken, um zusätzliche Hinweise angezeigt zu bekommen. Dadurch wird sichergestellt, dass jede/r Schüler/in die Menge an Hilfestellung erhält, die er / sie benötigt.

### Elemente eines Jupyter Notebooks am Beispiel des Metallabkühlprozesses

Jupyter Notebooks enthalten mehrere Elemente. Deren Verwendung wird am Beispiel des Metallabkühlprozesses genauer beschrieben. Das Material kann in zwei Doppelstunden bearbeitet werden. Im Material wird das Differenzieren (Differenzenquotient) und Integrieren (Rechtecksumme) behandelt und auf echte fehlerbehaftete Daten angewendet. Wird der Differenzenquotient zwischen jeweils zwei Messwerten berechnet, weist dieser starke Oszillationen auf. Bei der Rechtecksumme ist dies nicht der Fall. Die Schüler/innen entwickeln Methoden, um trotz Oszillationen aussagekräftige Informationen aus den Daten ziehen zu können.

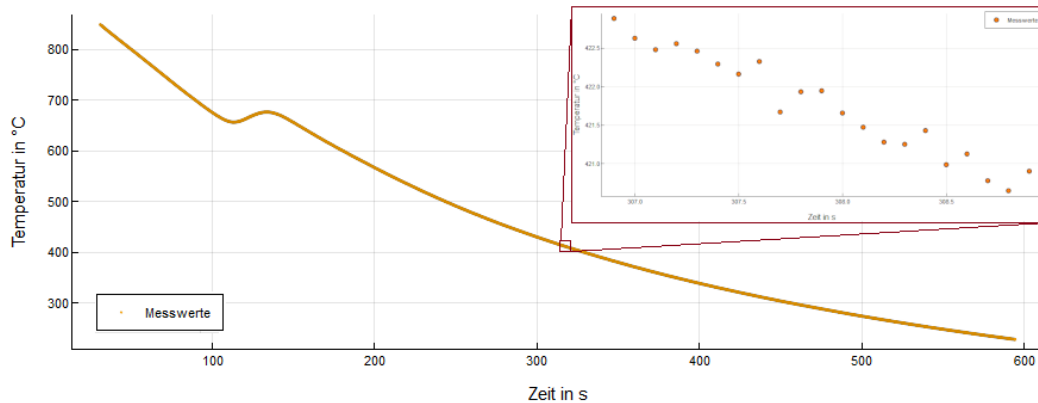
Bevor auf die einzelnen Elemente eines Jupyter Notebooks eingegangen wird, wird die Problemstellung erklärt.

#### Problemstellung

Große Metallstrukturen, wie bspw. Stahlpfosten beim Brückenbau, werden in Formen gegossen und kühlen anschließend ab, damit sie verbaut werden können. Beim Abkühlen verändern Metalle ihre Struktur. Ihr Aggregatzustandswechsel wandelt sich von flüssig zu fest um. Dies nennt man Kristallisation. Dabei wird die so genannte Kristallisationswärme frei, was den Abkühlungsprozess verlangsamt oder gar umkehrt. Kennt man den Abkühlprozess nicht genau genug, kann dies beim Gießen zu defekten Produkten führen, sodass sie weniger stabil

sind. Die Firma RWP (Richter Weiß und Partner, benannt nach den Gründern der Firma Wieland Richter und Konrad Weiß), von der die Problemstellung stammt, untersucht den Abkühlprozess, um diese Schäden zu vermeiden. Sie müssen dafür

- den Zeitpunkt der Kristallisation kennen und
- die Menge der Kristallisationswärme bestimmen.



**Abb. 2:** Verwendete Messwerte (mit Zoom in die Daten)

Im Folgenden werden die Elemente von Jupyter Notebooks genauer beschrieben:

### Textfelder

Textfelder ermöglichen es, Sachverhalte zu beschreiben, Variablen einzuführen oder Reflexionsphasen anzuregen. Dabei können unter anderem Abbildungen, Formeln und Videos in Text eingebunden werden. Abbildung 1 zeigt ein Beispiel eines Textfelds, in dem die Schüler/innen aufgefordert werden, die Steigung zwischen zwei Messwerten  $(time_i | temp_i)$  und  $(time_{i+1} | temp_{i+1})$  zu bestimmen, um anschließend den Punkt berechnen zu können, an dem die Steigung Null ist, da zu diesem Zeitpunkt die Kristallisation beginnt.

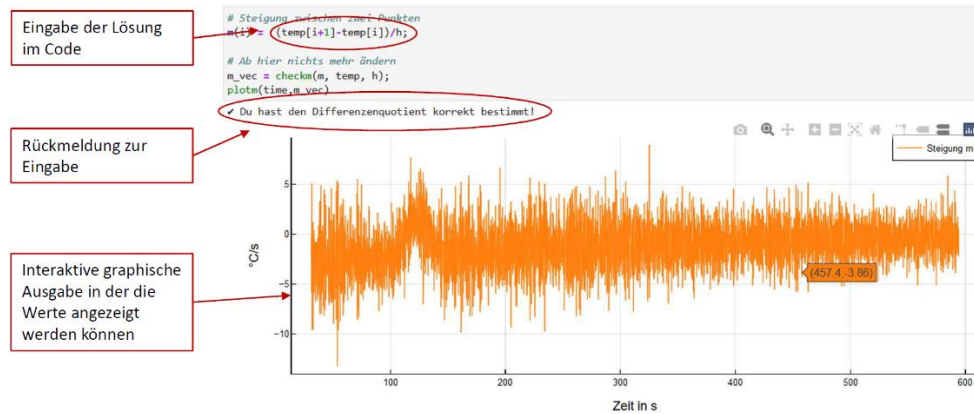
### Codefelder

Schüler/innen können ihre erarbeiteten Formeln, Gleichungen oder manchmal auch Antworten in Form von Text in Codefeldern eingeben (s. Abb. 1 und 3). Da im Material der Fokus auf dem mathematischen Teil der mathematischen Modellierung und nicht auf der Programmierung liegt, sind die Codefelder in Form von Lückentexten vorbereitet. An den Stellen, an denen die Schüler/innen das Material abändern sollen, befinden sich NaNs (Engl. not a number). In Abbildung 3 wurde die Formel für den Differenzenquotient, welche die gleiche ist wie die für das Steigungsdreieck, bereits in das Codefeld eingegeben. Für die Schüler/innen, die keine Programmierkenntnisse haben, wird in der vorherigen Aufgabenstellung erklärt, wie auf Einträge von Vektoren zugegriffen wird.

### Ausgabe und Überprüfbarkeit

Nach der Ausführung eines Codefeldes erhalten die Schüler/innen eine Rückmeldung. Diese kann verschieden aussehen und Abbildungen, Diagramme, Tonspuren, Rechenergebnisse oder Variablen enthalten. Die Ausgaben bieten eine Orientierung für die Eigenkontrolle, da die Schüler/innen bei vollzogenen

Modifikationen ihrer Eingaben, Änderungen in den Ausgaben sehen. Ein Beispiel einer Ausgabe ist in Abbildung 3 dargestellt. Typische Fehler werden über die angefertigten Überprüffunktionen abgefangen, sodass die Schüler/innen individuelle Rückmeldungen erhalten und ihre Eingaben entsprechend überdenken können.



**Abb. 3:** Screenshot der Ein- und Ausgabe eines digitalen Arbeitsblattes. Hier wurde bereits die korrekte Lösung der Aufgabe eingegeben.

Im weiteren Verlauf des Materials entwickeln die Schüler/innen eigenständig Glättungsmethoden, die es ermöglichen, aus den stark verrauschten Daten aus Abbildung 3 dennoch Informationen über den Startzeitpunkt der Kristallisation zu erhalten. Beispielsweise kann der beidseitige Differenzenquotient betrachtet werden.

### Bisherige Erfahrungen und Ausblick

Bisher haben schon über 700 Schüler/innen mit den interaktiven Arbeitsblättern zu unterschiedlichen Themen gearbeitet. Auch wenn viele Schüler/innen das erste Mal mit der Programmierung in Kontakt kommen, können sie das Material nach einer kurzen Einarbeitungsphase erfolgreich bearbeiten, ohne überfordert zu werden. Um den Einstieg noch etwas weiter zu vereinfachen, ist die Entwicklung eines Jupyter-Notebooks für das Kennenlernen des Aufbaus der Arbeitsblätter in Planung, das vor der Durchführung eines Workshops bearbeitet werden kann. Aber auch jetzt schon ist die Rückmeldung der Schüler/innen in Evaluationen sehr positiv:

„Die interaktiven Arbeitsblätter haben mir sehr gut gefallen, so etwas hätte ich gerne in der Schule“ (Teilnehmer/in eines Online-Workshops).

### Literatur

- Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren - zu schwer für Schüler und Lehrer. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2007. Hildesheim u.a.: Franzbecker, 3-12.
- RWP GmbH (2020). Über uns. <https://www.rwp-group.de/de/ueber-uns> (08.03.2021)
- Schönbrodt, S., Wohak, K. & Frank, M. (2021). Digital tools to enable collaborative mathematical modeling online. MSEL-Heft. (zur Veröffentlichung angenommen)